

ТЕОРИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА

Н. Х. Арутюнян,
действительный член Академии наук Армянской ССР

**Затухание напряжений в железобетонных элементах
с предварительно натянутой арматурой под влиянием
ползучести и усадки бетона**

§ 1. Предварительные замечания и основные положения

Основное преимущество преднапряженных конструкций перед обычными железобетонными заключается в том, что, благодаря предварительному обжатию бетона в растянутой зоне путем натяжения арматуры, достигается возможность значительного уменьшения собственного веса сооружения в целом, открываются большие перспективы для внедрения в них экономически выгодных марок бетона и стали, а также повышается трещиноустойчивость конструкций.

В монолитных сооружениях, в частности, мостах с большими и средними пролетами, преимущества предварительного напряжения становятся особенно очевидными.

Поэтому, в течение последних лет, изучению предварительно напряженных железобетонных конструкций уделялось особое внимание со стороны исследователей, которые провели и проводят в настоящее время целый ряд исследований как экспериментального, так и теоретического характера.

Основные вопросы по теории расчета и конструирования преднапряженных железобетонных элементов получили свое развитие в работах В. В. Михайлова [2, 3], А. А. Гвоздева [4], П. Л. Пастернака [5], Л. П. Коровкина [6], С. Е. Фрайфельда [1, 7], Э. Г. Ратца [7, 8], С. А. Дмитриева [9] и других.

На основании этих работ IV Всесоюзная конференция по бетону и железобетонным конструкциям, отмечая серьезные достижения советской науки в этой области, одновременно нашла необходимым дальнейшую разработку основных вопросов как теории расчета, так и конструирования преднапряженных железобетонных элементов вести таким образом, чтобы обеспечить их внедрение в строительство в более широких масштабах.

Некоторая необычность и специфичность предварительно напряженных железобетонных конструкций требует более внимательного изучения методов расчета и основных приемов их конструирования.

Несомненно, что для более эффективного применения этих ме-

тодов в инженерной практике необходимо в первую очередь отчетливое представление напряженного состояния данного железобетонного элемента, начиная от момента монтажного натяжения арматуры до полной эксплуатации сооружения в целом.

Действительно, в обычных бетонных и железобетонных сооружениях собственные напряжения* могут возникнуть только от усадки бетона и температурного воздействия. Эти напряжения в течение времени развиваются в связи с нарастанием усадки и ползучести бетона, о которых достаточно подробно сказано в наших предыдущих работах [10].

В предварительно напряженных железобетонных конструкциях, помимо действия усадки, возникают еще собственные напряжения после отпуска натянутой арматуры. С течением времени эти напряжения будут подвергаться непрерывному изменению под влиянием явления ползучести и усадки бетона. Поэтому, для полного и всестороннего изучения работы предварительно напряженных железобетонных конструкций необходимо знать закон изменения этих напряжений во времени t . Это даст нам возможность достаточно обоснованно подойти к разрешению основного практического вопроса о влиянии предварительного напряжения на работу конструкций под нагрузкой в эксплуатационный период, а также определить величину несущей способности данного сооружения.

В настоящей работе приводится решение задачи об определении напряженного состояния в железобетонных элементах с предварительно натянутой арматурой с учетом ползучести и усадки бетона, при следующих предположениях:

1. При обычных отношениях размеров элемента, применяющихся на практике, напряжения в нем как от предварительного натяжения арматуры, так и от усадки бетона, распределяются равномерно на большей части длины элемента и только на концах его наблюдается чувствительная концентрация этих напряжений. Это обстоятельство с предельной полнотой доказано в работе Е. С. Фрайфельда [1].

2. Согласно вышесказанному, при исследовании преднапряженного элемента в дальнейшем будем предполагать, что рассматриваемые сечения его достаточно удалены от концов и, будучи плоскими до деформации, остаются плоскими и после нее.

Вопрос о концентрации местных напряжений у концов элемента здесь рассматривать не будем.

3. Определение напряжений, возникающих в железобетонном элементе как от предварительного натяжения арматуры, так и от действия внешней нагрузки и усадки, основывается на учете пол-

* Собственными напряжениями, согласно терминологии, разработанной Академией наук СССР, называются напряжения, возникающие в теле при отсутствии внешних силовых воздействий.

ных деформативных свойств бетона, выражающихся в наличии как упругой, так и ползучей части деформации.

Рассматривая некоторые задачи по теории расчета предварительно напряженных железобетонных конструкций, мы будем предполагать, что предварительное натяжение арматуры в них вызвано до твердения бетона, причем усилие, возникающее в элементе в момент освобождения арматуры от натяжных приспособлений, принимается как мгновенно приложенное воздействие.

Конечно, расчет железобетонных конструкций, предварительное напряжение в которых вызвано другими способами, будет несколько отличаться от излагаемого, однако, при сохранении принятых предпосылок, общий путь решения останется аналогичным.

§ 2. Затухание напряжений в изгибаемых железобетонных элементах с предварительно натянутой арматурой под влиянием ползучести и усадки бетона

Постановка задачи и основные уравнения. В предварительно напряженных изгибаемых элементах ползучесть и усадка оказывают существенное влияние на интенсивность предварительного напряжения, заставляя последнее затухать во времени. Это объясняется тем, что происходящие в течение времени явления ползучести и усадки в бетоне, вызывают деформации укорочения, вследствие чего первоначальное значение предварительного напряжения падает, а вместе с тем уменьшается и его эффективность.

Таким образом, первоначальное, так называемое монтажное предварительное напряжение в железобетонных элементах под влиянием ползучести и усадки бетона затухает во времени еще до загрузки конструкции внешними силами. Поэтому, при расчете и проектировании преднапряженных конструкций, следует учитывать только остаток предварительного напряжения как в арматуре, так и в бетоне перед вводом его в эксплуатацию.

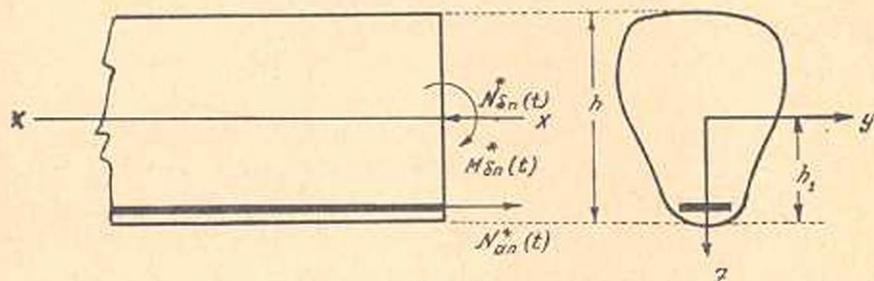
В дальнейшем этот остаток напряжения будем называть *проектным* предварительным напряжением, а напряжение, возникшее в рассматриваемом элементе непосредственно после освобождения арматуры от натяжных приспособлений, — *монтажным*.

Очевидно, что величина проектного напряжения является функцией как возраста бетона τ_1 , при котором была освобождена от натяжных приспособлений арматура, так и времени t . При этом разумеется, что значение проектного напряжения в данном железобетонном элементе в момент времени $t_0 = \tau_1$ будет равняться монтажному напряжению для этого же элемента.

Рассмотрим изгибаемый железобетонный элемент, поперечные сечения которого симметричны относительно оси действия внешних сил, основные размеры которого показаны на фиг. 1. Пренебрегая работой защитного слоя бетона, предполагаем, что арматура распо-

ложена только в растянутой зоне на расстоянии h_1 от центра тяжести бетонной части поперечного сечения.

Допустим далее, что до затвердения бетона в арматуре заданного железобетонного элемента была вызвана начальная относительная деформация Δ , т. е. было создано предварительное напряжение в ней, равное ΔE_a .



Фиг. 1.

После натяжения арматуры производится бетонировка элемента. Созданное предварительное натяжение арматуры сохраняется до приобретения бетоном достаточной прочности, после чего производится отпуск натяжных приспособлений, т. е. устраняется внешняя монтажная сила, равная $N_{an} = \Delta E_a F_a$, а вызванные ею усилия передаются на железобетонный элемент.

Положим, что отпуск арматуры от натяжных приспособлений был произведен в возрасте бетона $\tau = \tau_1$, причем в этом случае время отсчитывается, как и прежде, от начального момента укладки бетона.

Тогда отпуск арматуры можно рассматривать как воздействие на поперечное сечение железобетонного элемента некоторой сжимающей силы $N_{an} = \Delta E_a F_a$, приложенной на расстоянии h_1 от центра тяжести бетонного сечения в возрасте $\tau = \tau_1$.

Предварительно введем следующие обозначения:

$\sigma_{an,s}^*(t)$ и $\sigma_{bn,s}^*(t)$ — соответственно напряжения в арматуре и бетоне изгибаемого элемента в момент времени t от предварительного натяжения арматуры, вызванного в возрасте бетона $\tau = \tau_1$ с учетом ползучести, усадки и изменения модуля упругости бетона;

$\sigma_{a,s}(t)$ и $\sigma_{b,s}(t)$ — напряжения в арматуре и бетоне изгибаемого элемента в момент времени t от предварительного натяжения, вызванного в возрасте бетона $t = \tau_1$ с учетом только ползучести и усадки бетона;

$\sigma_a^*(t)$ и $\sigma_b^*(t)$ — напряжения в арматуре и бетоне изгибаемого элемента от предварительного натяжения, вызванного в возрасте бетона $t = \tau_1$ с учетом только ползучести бетона;

$\sigma_a(\tau_1)$ и $\sigma_b(\tau_1)$ — соответственно значения монтажных напряжений в арматуре и бетоне в момент отпуска натяжных приспособлений $t = \tau_1$;

F_a — площадь поперечного сечения арматуры;

E_a — модуль упругости арматуры.

При отсутствии внешней нагрузки, уравнения статики в этом случае выражают, что сила $N_{ан,с}^*(t)$, растягивающая арматуру, равна силе $N_{бн,с}^*(t)$, сжимающей бетон для любого момента времени и что момент $M_{ан,с}^*(t)$, изгибающий бетон, равен моменту усилия в арматуре относительно оси, проходящей через центр тяжести бетонного сечения, т. е.

$$\begin{aligned} N_{ан,с}^*(t) + N_{бн,с}^*(t) &= 0, \\ M_{ан,с}^*(t) + M_{бн,с}^*(t) &= 0. \end{aligned} \quad (2.1)$$

или, замечая, что

$$N_{ан,с}^*(t) = \sigma_{ан,с}^*(t) \cdot F_a \quad \text{и} \quad M_{ан,с}^*(t) = \sigma_{ан,с}^*(t) \cdot F_a \cdot h_1,$$

получим:

$$\begin{aligned} N_{бн,с}^*(t) &= -N_{ан,с}^*(t) = -\sigma_{ан,с}^*(t) \cdot F_a, \\ M_{бн,с}^*(t) &= -M_{ан,с}^*(t) = -\sigma_{ан,с}^*(t) \cdot F_a \cdot h_1, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где h_1 — расстояние центра тяжести арматуры до оси OY .

Нормальные напряжения в бетоне от усилия $N_{бн,с}^*(t)$ и изгибающего момента $M_{бн,с}^*(t)$, при условии сохранения плоских сечений, выразятся следующей формулой:

$$\sigma_{бн,с}^*(t) = \frac{N_{бн,с}^*(t)}{F_0} + \frac{M_{бн,с}^*(t) \cdot z}{I_0}, \quad (2.3)$$

где F_0 и I_0 — соответственно площадь и момент инерции бетонного сечения относительно оси OY , z — координата точки.

Подставляя значения $N_{бн,с}^*(t)$ и $M_{бн,с}^*(t)$ из (2.2) в (2.3), получим:

$$\sigma_{бн,с}^*(t) = - \left(\mu + \frac{F_a \cdot h_1 z}{I_0} \right) \sigma_{ан,с}^*(t). \quad (2.4)$$

С другой стороны, между полной продольной деформацией бетона $\varepsilon_{бн,с}^*(t)$ и напряжением $\sigma_{бн,с}^*(t)$ существует зависимость:

$$\varepsilon_{бн,с}^*(t) = \frac{\sigma_{бн,с}^*(t)}{E(t)} - S_n(t) - \int_{\tau_1}^t \sigma_{бн,с}^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right] d\tau. \quad (2.5)$$

Подставляя из (2.4) значения $\sigma_{бн,с}^*(t)$ в (2.5), находим:

$$\varepsilon_{бн,с}^*(t) = - \frac{\mu \sigma_{ан,с}^*(t) + \frac{\sigma_{ан,с}^*(t) \cdot F_a \cdot h_1 z}{I_0}}{E(t)} - S_n(t) +$$

$$+ \int_{\tau_1}^t \left[\mu \sigma_{ан,с}^*(\tau) + \frac{\sigma_{ан,с}^*(\tau) F_a h_1 z}{I_0} \right] \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right] d\tau. \quad (2.6)$$

Условие совместности деформаций арматуры и соприкасающегося с ней слоя бетона в данном случае выразится так:

$$\varepsilon_{бн,с}^*(t)_{z=h_1} + \Delta = \varepsilon_{ан,с}^*(t). \quad (2.7)$$

Пользуясь этим соотношением и замечая, что

$$\varepsilon_{ан,с}^*(t) = \frac{\sigma_{ан,с}^*(t)}{E_a}, \quad (2.8)$$

выражение (2.6), после некоторых преобразований, приведем к виду:

$$\begin{aligned} \sigma_{ан,с}^*(t) \left[1 + \left(\mu + \frac{F_a h_1^2}{I_0} \right) m(t) \right] = \Delta E_a - S_a(t) E_a + \\ + \left(\mu + \frac{F_a h_1^2}{I_0} \right) E_a \int_{\tau_1}^t \sigma_{ан,с}^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right] d\tau. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Но

$$\mu + \frac{F_a h_1^2}{I_0} = \mu + \frac{F_a \mu h_1^2}{I_0} = \mu \frac{I}{I_0} = \mu n_0 \quad (2.10)$$

так как

$$I = I_0 + F_a h_1^2,$$

где I — момент инерции бетонной части поперечного сечения рассматриваемого элемента относительно оси, проходящей через центр тяжести арматуры параллельно оси OY ;

μ — процент армирования;

n_0 — отношение моментов инерции $\frac{I}{I_0}$.

Пользуясь зависимостью (2.10) и преобразуя соотношение (2.9), приведем его окончательно к виду:

$$\begin{aligned} \sigma_{ан,с}^*(t) = \frac{\Delta E_a}{1 + \mu n_0 m(t)} - \frac{E_a S_a(t)}{1 + \mu n_0 m(t)} + \mu n_0 E_a \int_{\tau_1}^t \sigma_{ан,с}^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + \right. \\ \left. + C(t, \tau) \right] \frac{d\tau}{1 + \mu n_0 m(t)}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

В первой части выражения (2.11) сумма первых двух слагаемых

представляет упруго-мгновенное выражение в арматуре данного элемента от совместного воздействия предварительного напряжения и усадки без учета ползучести бетона. Обозначим его следующим образом:

$$\sigma_{an,s}(t) = \frac{\Delta E_a}{1 + \mu n_0 m(t)} \frac{E_a S_n(t)}{1 + \mu n_0 m(t)} \quad (2.12)$$

Следовательно, определение величины проектных предварительных напряжений $\sigma_{an,s}^*(t)$ и $\sigma_{\delta n,s}^*(t)$ в изгибаемых железобетонных элементах с учетом ползучести и усадки бетона сводится к решению интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} \sigma_{an,s}^*(t) &= \sigma_{an,s}(t) + \lambda_0 \int_{\tau_1}^t \sigma_{an,s}^*(\tau) K(t,\tau) d\tau, \\ \sigma_{\delta n,s}^*(t) &= \sigma_{\delta n,s}(t) + \lambda_0 \int_{\tau_1}^t \sigma_{\delta n,s}^*(\tau) K(t,\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (2.13)$$

с ядром

$$K(t,\tau) = \frac{1}{1 + \mu n_0 m(t)} \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t,\tau) \right], \quad (2.14)$$

свободными членами

$$\begin{aligned} \sigma_{an,s}(t) &= \frac{\Delta E_a}{1 + \mu n_0 m(t)} - \frac{E_a S_n(t)}{1 + \mu n_0 m(t)}, \\ \sigma_{\delta n,s}(t) &= -\frac{\mu n_0 \Delta E_a}{1 + \mu n_0 m(t)} + \frac{\mu n_0 E_a S_n(t)}{1 + \mu n_0 m(t)}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

и параметром

$$\lambda_0 = \mu n_0 E_a, \quad (2.16)$$

где

$$n_0 = \frac{1}{l_0} = 1 + \frac{\mu F_a h_1}{l_0}.$$

Для нахождения решений этих уравнений воспользуемся для $C(t,\tau)$ использованной ранее зависимостью общего вида:

$$C(t,\tau) = \varphi(\tau) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}]. \quad (2.17)$$

Подставляя это значение $C(t,\tau)$ в первое из уравнений (2.13) и дифференцируя обе части полученного равенства по t , находим:

$$\begin{aligned} [1 + \mu n_0 m(t)] \sigma_{an,s}^*(t) + \mu n_0 m'(t) \sigma_{an,s}^*(t) &= -E_a S_n'(t) + \\ &+ \mu n_0 E_a \left[\frac{m'(t)}{E_a} - \gamma \varphi(t) \right] \sigma_{an,s}^*(t) + \\ &+ \gamma E_a \mu n_0 \int_{\tau_1}^t [\varphi'(\tau) + \gamma \varphi(\tau)] e^{-\gamma(t-\tau)} \sigma_{an,s}^*(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Определяя значение последнего интеграла из соотношения (2.18) и подставляя его выражение в исходное уравнение (2.11), получим:

$$\begin{aligned}
 [1 + \mu n_0 m(t)] \sigma_{an,s}''(t) + \gamma [1 + \mu n_0 m(t) + \mu n_0 E_a \varphi(t)] \sigma_{an,s}'(t) = \\
 = \gamma E_a \Delta - \gamma E_a S_n(t) - E_a S_n'(t) + \gamma \mu n_0 E_a \int_{\tau_1}^t \left[\frac{m'(\tau)}{E_a} + \right. \\
 \left. + \varphi'(\tau) \right] \sigma_{an,s}'(\tau) d\tau.
 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Повторно дифференцируя полученное уравнение по t , окончательно имеем:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{an,s}''''(t) + \left[\gamma + \mu n_0 \frac{m'(t) + \gamma E_a \varphi(t)}{1 + \mu n_0 m(t)} \right] \sigma_{an,s}''(t) = \\
 = - \frac{E_a [S_n''(t) + \gamma S_n'(t)]}{1 + \mu n_0 m(t)}.
 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Аналогично

$$\sigma_{\delta n,s}''''(t) + \left[\gamma + \mu n_0 \frac{m'(t) + \gamma E_a \varphi(t)}{1 + \mu n_0 m(t)} \right] \sigma_{\delta n,s}''(t) = \mu n_0 E_a \frac{S_n''(t) + \gamma S_n'(t)}{1 + \mu n_0 m(t)}.$$

Таким образом, закон изменения во времени проектных предварительных напряжений $\sigma_{an,s}''(t)$ и $\sigma_{\delta n,s}''(t)$ в изгибаемых железобетонных элементах определяется дифференциальными уравнениями второго порядка с переменными коэффициентами (2.20).

Затухание предварительных напряжений в изгибаемых железобетонных элементах под влиянием только ползучести бетона. Положим, что модуль упругости бетона в данном железобетонном элементе постоянен и равен E_0 , а мера ползучести его определяется зависимостью

$$C(t, \tau) = \left(\frac{A_1}{\tau} + C_0 \right) \left[1 - e^{-\gamma(t-\tau)} \right]. \quad (2.21)$$

Исследуем, как при этих условиях будут изменяться во времени проектные значения предварительных напряжений $\sigma_a^*(t)$ и $\sigma_0^*(t)$ в рассматриваемом железобетонном элементе под действием ползучести бетона. Влияние усадки пока не учитываем.

В этом случае дифференциальные уравнения (2.20) для определения $\sigma_a^*(t)$ и $\sigma_0^*(t)$ примут следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \sigma_a''(t) + \gamma \sigma_a'(t) \left[1 + \frac{E_a \mu n_0 \varphi(t)}{1 + \mu n_0 m(t)} \right] = 0, \\
 \sigma_0''(t) + \gamma \sigma_0'(t) \left[1 + \frac{\mu n_0 E_a \varphi(t)}{1 + \mu n_0 m(t)} \right] = 0.
 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Начальные условия для $\sigma_a^*(t)$ и $\sigma_b^*(t)$, согласно (2.11) и (2.19), будут:

$$\begin{aligned} \sigma_a^*(\tau_1) = \sigma_a(\tau_1) &= \frac{\Delta E_a}{1 + \mu n_0 m}, & \sigma_b^*(\tau_1) = \sigma_b(\tau_1) &= \frac{-\mu n_0 \Delta E_a}{1 + \mu n_0 m}, \\ \sigma_a^*(\tau_1) &= -\frac{\mu n_0 E_a \gamma \varphi(\tau_1)}{1 + \mu n_0 m} \sigma_a(\tau_1), & \sigma_b^*(\tau_1) &= -\frac{\mu n_0 E_a \gamma \varphi(\tau_1)}{1 + \mu n_0 m} \sigma_b(\tau_1). \end{aligned} \quad (2.23)$$

Пользуясь начальными условиями (2.23), решение дифференциальных уравнений (2.22) можно записать в форме:

$$\sigma_a^*(t) = \sigma_a(\tau_1) \left\{ 1 - \frac{\mu n_0 \gamma E_a \varphi(\tau_1) e^{\gamma \tau_1}}{1 + \mu n_0 m} \int_{\tau_1}^t e^{-\gamma \tau} \frac{\gamma \mu n_0 E_a}{1 + \mu n_0 m} \int_{\tau_1}^{\tau} \varphi(z) dz d\tau \right\}, \quad (2.24)$$

$$\sigma_b^*(t) = \sigma_b(\tau_1) \left\{ 1 - \frac{\mu n_0 \gamma E_a \varphi(\tau_1) e^{\gamma \tau_1}}{1 + \mu n_0 m} \int_{\tau_1}^t e^{-\gamma \tau} \frac{\gamma \mu n_0 E_a}{1 + \mu n_0 m} \int_{\tau_1}^{\tau} \varphi(z) dz d\tau \right\}.$$

Подставляя в выражение (2.24) значение $\varphi(\tau)$ из (2.21) и пользуясь при интегрировании обозначением для функции влияния $\Phi(\xi, \rho)$, окончательно получим следующие формулы:

$$\begin{aligned} \sigma_a^*(t) &= \sigma_a(\tau_1) \left\{ 1 - \frac{\gamma \mu n_0 E_a \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right)}{1 + \mu n_0 m} \cdot \frac{e^{\gamma \tau_1} \tau_1^\rho}{r^{1-\rho}} \left[\Phi(rt, \rho) - \Phi(r\tau_1, \rho) \right] \right\}, \\ \sigma_b^*(t) &= \sigma_b(\tau_1) \left\{ 1 - \frac{\gamma \mu n_0 E_a \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right)}{1 + \mu n_0 m} \cdot \frac{e^{\gamma \tau_1} \tau_1^\rho}{r^{1-\rho}} \left[\Phi(rt, \rho) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \Phi(r\tau_1, \rho) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\text{где } r = \gamma \left(1 + \frac{\mu n_0 E_a C_0}{1 + \mu n_0 m} \right), \quad \rho = \frac{\gamma \mu n_0 E_a A_1}{1 + \mu n_0 m}, \quad \Phi(\xi, \rho) = \int_0^\xi \frac{e^{-\tau}}{\tau^\rho} d\tau,$$

m —модульное отношение, равное $\frac{E_a}{E_0}$,

μ —процент армирования,

$\sigma_a(\tau_1)$ и $\sigma_b(\tau_1)$ —величины монтажного преднапряжения в арматуре и бетоне в момент освобождения натяжных приспособлений $t = \tau_1$.

Выражения (2.25) можно представить в форме:

$$\begin{aligned} \sigma_a^*(t) &= \sigma_a(\tau_1) H_a^*(t, \tau_1, \mu), \\ \sigma_b^*(t) &= \sigma_b(\tau_1) H_b^*(t, \tau_1, \mu), \end{aligned} \quad (2.26)$$

при этом

$$H_a^*(t, \tau_1, \mu) = H_b^*(t, \tau_1, \mu) = 1 - \frac{\gamma \mu n_0 E_a}{1 + \mu n_0 m} \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) \frac{e^{\gamma \tau_1} \tau_1^p}{r^{1-p}} \left[\Phi(rt, p) - \Phi(r\tau_1, p) \right]. \quad (2.27)$$

Таким образом, величины $H_a^*(t, \tau_1, \mu)$ и $H_b^*(t, \tau_1, \mu)$ в соотношениях (2.27) представляют коэффициенты затухания предварительных напряжений $\sigma_a^*(t)$ и $\sigma_b^*(t)$ в изгибаемых железобетонных элементах, причем ими определяется закон изменения величины этих напряжений во времени и в зависимости от возраста бетона τ_1 (т. е. до момента времени $t = \tau_1$, при котором были освобождены натяжные приспособления), интенсивности меры ползучести $C(t, \tau_1)$, геометрической формы поперечного сечения и процента армирования μ .

Для иллюстрации величины потери предварительного напряжения в изгибаемых железобетонных элементах от воздействия ползучести бетона вычислим значения коэффициентов затухания предварительных напряжений $H_a^*(t, \tau_1, \mu)$ и $H_b^*(t, \tau_1, \mu)$ железобетонной балки прямоугольного поперечного сечения высотой h и шириной b для различных моментов времени t , процента армирования μ и времени отпуска натяжных приспособлений τ_1 .

При этом характеристики для меры ползучести бетона в (2.21) принимаем: $A_1 = 4,82 \cdot 10^{-5}$, $C_0 = 0,9 \cdot 10^{-5}$, $\gamma = 0,026$.

Полученные данные сведены в таблицу 1.

Таблица 1

Значения коэффициентов затухания $H_b^*(t, \tau_1, \mu)$ и $H_a^*(t, \tau_1, \mu)$ в изгибаемых предварительно напряженных железобетонных элементах с прямоугольным поперечным сечением

t	$H_a^*(t, \tau_1, \mu)$, $H_b^*(t, \tau_1, \mu)$								
	7 дней			14 дней			28 дней		
	% армирования μ								
	0,5	1	1,5	0,5	1	1,5	0,5	1	1,5
7 дн.	1	1	1	—	—	—	—	—	—
14 "	0,913	0,852	0,810	1	1	1	—	—	—
28 "	0,792	0,698	0,532	0,875	0,835	0,742	1	1	1
90 "	0,622	0,512	0,490	0,703	0,559	0,640	0,760	0,646	0,574
6 мес.	0,600	0,460	0,390	0,680	0,540	0,500	0,722	0,621	0,569
1 год	0,600	0,460	0,390	0,680	0,540	0,500	0,721	0,621	0,569
∞	0,600	0,460	0,380	0,680	0,540	0,500	0,721	0,621	0,569

Из данных, приведенных в этой таблице, видно, что величина потери предварительного напряжения в изгибаемых железобетонных элементах под влиянием ползучести бетона достигает от 30% до 60% в зависимости от того, в каком возрасте бетона произведено освобождение арматуры от натяжных приспособлений и какой процент армирования у данного элемента. При этом степень влияния деформации ползучести на величину убывания предварительного напряжения в изгибаемом элементе сказывается тем сильнее, чем в более раннем возрасте произведен отпуск натянутой арматуры и чем выше у него процент армирования μ .

Эти результаты достаточно наглядно подтверждаются опытами С. А. Дмитриева [9], произведенными в лаборатории железобетонных конструкций ЦНИПС-а.

Затухание предварительных напряжений в изгибаемых железобетонных элементах от совместного воздействия ползучести и усадки бетона. В настоящем пункте этого параграфа мы займемся исследованием вопроса о том, как будут уменьшаться во времени предварительные напряжения в изгибаемых железобетонных элементах при совместном воздействии явлений ползучести и усадки.

Будем полагать, что процесс нарастания явления усадки бетона в рассматриваемом элементе протекает согласно закону

$$S_n(t) = S_n^*(x, z) (e^{-\beta t_1} - e^{-\beta t}), \quad (2.28)$$

при этом считая, что $S_n^*(x, z)$ или постоянно и равно S_0 , или является линейной функцией координаты z .

В этом случае дифференциальные уравнения (2.20) для определения $\sigma_{as}^*(t)$ и $\sigma_{os}^*(t)$ примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{as}^{**}(t) + \gamma \left[1 + \frac{\mu n_0 E_s \varphi(t)}{1 + \mu n_0 m} \right] \sigma_{as}^*(t) &= -E_s \frac{S_n''(t) + \gamma S_n'(t)}{1 + \mu n_0 m}, \\ \sigma_{os}^{**}(t) + \gamma \left[1 + \frac{\mu n_0 E_s \varphi(t)}{1 + \mu n_0 m} \right] \sigma_{os}^*(t) &= +E_s \mu n_0 \frac{S_n'(t) + \gamma S_n(t)}{1 + \mu n_0 m}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Начальные условия для $\sigma_{as}^*(t)$ и $\sigma_{os}^*(t)$, согласно зависимостям (2.11) и (2.18), будут:

$$\begin{aligned} \sigma_{as}^*(\tau_1) = \sigma_{as}(\tau_1) &= \frac{\Delta E_s}{1 + \mu n_0 m} - \frac{E_s S_n(\tau_1)}{1 + \mu n_0 m}, \\ \sigma_{as}^*(\tau_1) &= -\frac{E_s S_n'(\tau_1)}{1 + \mu n_0 m} - \frac{\mu n_0 \gamma E_s \varphi(\tau_1)}{1 + \mu n_0 m} \sigma_{as}(\tau_1), \\ \sigma_{os}^*(\tau_1) = \sigma_{os}(\tau_1) &= -\frac{\mu n_0 \Delta E_s}{1 + \mu n_0 m} + \frac{\mu n_0 E_s S_n(\tau_1)}{1 + \mu n_0 m}, \\ \sigma_{os}^*(\tau_1) &= \frac{\mu n_0 E_s S_n'(\tau_1)}{1 + \mu n_0 m} - \frac{\mu n_0 \gamma E_s \varphi(\tau_1)}{1 + \mu n_0 m} \sigma_{os}(\tau_1). \end{aligned} \quad (2.30)$$

Но, замечая, что в силу (2.28)

$$S_n(\tau_1) = 0,$$

$$S_n^*(\tau_1) = S_0 se^{-s\tau_1},$$

получим:

$$\begin{aligned} \sigma_{as}^*(\tau_1) &= \sigma_a(\tau_1) = \frac{\Delta E_a}{1 + \mu n_0 m}, \\ \sigma_{as}^{\ddot{*}}(\tau_1) &= -\frac{E_a S_0 se^{-s\tau_1}}{1 + \mu n_0 m} - \frac{\gamma n_0 \mu E_a \varphi(\tau_1)}{1 + \mu n_0 m} \sigma_a(\tau_1), \\ \sigma_{os}^*(\tau_1) &= \sigma_o(\tau_1) = -\frac{\mu n_0 E_a \Delta}{1 + \mu n_0 m}, \\ \sigma_{os}^{\ddot{*}}(\tau_1) &= \frac{\mu n_0 E_a S_0 se^{-s\tau_1}}{1 + \mu n_0 m} - \frac{\gamma \mu n_0 E_a \varphi(\tau_1)}{1 + \mu n_0 m} \sigma_o(\tau_1). \end{aligned} \quad (2.31)$$

Пользуясь этими начальными условиями для $\sigma_{as}^*(t)$ и $\sigma_{os}^*(t)$ и замечая, что $\varphi(\tau) = \frac{A_1}{\tau} + C_0$, решения уравнений (2.29) запишем в следующей форме:

$$\begin{aligned} \sigma_{as}^*(t) &= \sigma_a(\tau_1) + e^{\gamma t} \int_{\tau_1}^t e^{-\gamma z + \frac{\mu n_0 E_a}{1 + \mu n_0 m} \int_{\tau_1}^z \left(\frac{A_1}{z} + C_0\right) dz} \left\{ \sigma_{as}^*(\tau_1) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{E_a e^{-\gamma \tau_1}}{1 + \mu n_0 m} \int_{\tau_1}^{\tau_1} S_0 (\gamma s - s^2) e^{-sz + \gamma z + \frac{\mu n_0 E_a}{1 + \mu n_0 m} \int_{\tau_1}^z \left(\frac{A_1}{z} + C_0\right) dz} dz \right\} d\tau, \\ \sigma_{os}^*(t) &= \sigma_o(\tau_1) + e^{\gamma t} \int_{\tau_1}^t e^{-\gamma z + \frac{\mu n_0 E_a}{1 + \mu n_0 m} \int_{\tau_1}^z \left(\frac{A_1}{z} + C_0\right) dz} \left\{ \sigma_{os}^*(\tau_1) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu n_0 E_a e^{-\gamma \tau_1}}{1 + \mu n_0 m} \int_{\tau_1}^{\tau_1} S_0 (\gamma s - s^2) e^{-sz + \gamma z + \frac{\mu n_0 E_a}{1 + \mu n_0 m} \int_{\tau_1}^z \left(\frac{A_1}{z} + C_0\right) dz} dz \right\} d\tau, \end{aligned}$$

или, вынося постоянные величины за знак интеграла и, для краткости письма, обозначив подобно предыдущему:

$$p = \frac{\mu n_0 \gamma E_a A_1}{1 + \mu n_0 m}, \quad r = \gamma \left[1 + \frac{\mu n_0 E_a C_0}{1 + \mu n_0 m} \right],$$

для $\sigma_{as}^*(t)$ и $\sigma_{os}^*(t)$ получим следующие выражения:

$$\sigma_{as}^*(t) = \sigma_a(\tau_1) + \sigma_{as}^{\ddot{*}}(\tau_1) e^{r\tau_1} \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau -$$

$$-\frac{S_0(\gamma-s)sE_a}{1+\mu n_0 m} \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} e^{(r-s)z} z^p dz, \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\sigma_s}^*(t) = & \sigma_{\sigma_s}(\tau_1) + \sigma_{\sigma_s}^*(\tau_1) \tau_1^p e^{r\tau_1} \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau + \\ & + \frac{\mu n_0 S_0(\gamma-s)sE_a}{1+\mu n_0 m} \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} e^{(r-s)z} z^p dz. \end{aligned}$$

В целях получения приемлемых для практического применения расчетных формул оценим выражения (2.32) для $\sigma_{\sigma_s}^*(t)$ и $\sigma_{\sigma_a}^*(t)$ сверху и снизу следующим образом.

Предварительно проинтегрировав по частям двойной интеграл в первой части выражения (2.32) и замечая, что

$$\int_{\tau_1}^t e^{-r\tau} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} e^{(r-s)z} z^p dz = \frac{1}{r} \int_{\tau_1}^t e^{-s\tau} \tau^p d\tau - \frac{e^{-rt}}{r} \int_{\tau_1}^t e^{(r-s)\tau} \tau^p d\tau, \quad (2.33)$$

получим:

$$\begin{aligned} \sigma_{\sigma_s}^*(t) = & \sigma_{\sigma_s}(\tau_1) + \tau_1^p e^{r\tau_1} \sigma_{\sigma_s}^*(\tau_1) \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau - \frac{S_0(\gamma-s)sE_a}{(1+\mu n_0 m)r} \left\{ t^{-p} \int_{\tau_1}^t e^{-s\tau} \tau^p d\tau - \right. \\ & - t^{-p} e^{-rt} \int_{\tau_1}^t e^{(r-s)\tau} \tau^p d\tau + p \int_{\tau_1}^t \tau^{-(1+p)} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} e^{-sz} z^p dz - \\ & \left. - p \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-rt}}{\tau^{1+p}} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} e^{(r-s)z} z^p dz \right\}. \quad (2.34) \end{aligned}$$

Интегрируя по частям предпоследний интеграл этого выражения, после некоторых преобразований приведем его к виду:

$$\begin{aligned} \sigma_{\sigma_s}^*(t) = & \sigma_{\sigma_s}(\tau_1) + \tau_1^p e^{r\tau_1} \sigma_{\sigma_s}^*(\tau_1) \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau - \frac{S_0(\gamma-s)sE_a}{(1+\mu n_0 m)r} \left\{ \int_{\tau_1}^t e^{-s\tau} d\tau - \right. \\ & - t^{-p} e^{-rt} \int_{\tau_1}^t e^{(r-s)\tau} \tau^p d\tau - p \int_{\tau_1}^t e^{-r\tau} \tau^{-(1+p)} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} e^{(r-s)z} z^p dz \left. \right\}. \quad (2.35) \end{aligned}$$

Оценим полученное выражение для $\sigma_{\sigma_s}^*(t)$ сверху и снизу, обозначив через $\bar{\sigma}_{\sigma_s}^*(t)$ значение с избытком, а через $\underline{\sigma}_{\sigma_s}^*(t)$ — с недостатком.

Пользуясь очевидными неравенствами

$$\begin{aligned} \tau_1^p \int_{\tau_1}^t e^{-r\tau} \tau^{-(1+p)} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} e^{(r-s)z} dz &\leq \int_{\tau_1}^t e^{-r\tau} \tau^{-(1+p)} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} e^{(r-s)z} z^p dz \leq \\ &\leq \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} e^{(r-s)z} dz, \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\tau_1^p \int_{\tau_1}^t e^{(r-s)\tau} d\tau \leq \int_{\tau_1}^t e^{(r-s)\tau} \tau^p d\tau \leq t^p \int_{\tau_1}^t e^{(r-s)\tau} d\tau,$$

которые имеют место при любых значениях t , лежащих в интервале $\tau_1 \leq t < \infty$, при условии $\gamma - s > 0$ будем иметь:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{as}^*(t) &= \sigma_a(\tau_1) + \tau_1^p e^{r\tau_1} \sigma_{as}^*(\tau_1) \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau - \\ &- \frac{S_0(\gamma-s)sE_a}{(1+\mu n_0 m)r} \left\{ \int_{\tau_1}^t e^{-s\tau} d\tau - e^{-r\left(\frac{\tau_1}{t}\right)^p} \int_{\tau_1}^t e^{(r-s)\tau} d\tau - \right. \\ &\left. - p\tau_1^p \int_{\tau_1}^t e^{-r\tau} \tau^{-(1+p)} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} e^{(r-s)z} dz \right\}, \end{aligned} \quad (2.37)$$

или

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{as}^*(t) &= \sigma_a(\tau_1) + \tau_1^p e^{r\tau_1} \sigma_{as}^*(\tau_1) \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau - \frac{S_0(\gamma-s)sE_a}{(1+\mu n_0 m)r} \left\{ \frac{e^{-s\tau_1} - e^{-st}}{s} - \right. \\ &\left. - \left(\frac{\tau_1}{t}\right)^p \frac{e^{-st} - e^{-r\tau_1 + (r-s)\tau_1}}{r-s} - \right. \\ &\left. - \frac{p\tau_1^p}{r-s} \int_{\tau_1}^t [e^{-s\tau} - e^{-r\tau + (r-s)\tau_1}] \tau^{-(1+p)} d\tau \right\}. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Интегрируя последний интеграл в выражении (2.38) по частям, получим:

$$\bar{\sigma}_{as}^*(t) = \sigma_a \tau_1 + \tau_1^p e^{r\tau_1} \sigma_{as}^*(\tau_1) \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau - \frac{S_0(\gamma-s)sE_a}{(1+\mu n_0 m)r} \left\{ \frac{e^{-s\tau_1} - e^{-st}}{s} - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - \left(\frac{\tau_1}{t} \right)^p \frac{e^{-st} - e^{-rt + (r-s)\tau_1}}{r-s} + \frac{\tau_1^p}{r-s} \left[\frac{e^{-s\tau} - e^{-r\tau + (r-s)\tau_1}}{\tau^p} \int_{\tau_1}^t + \right. \\
 & \left. + s \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-s\tau}}{\tau^p} d\tau - r e^{(r-s)\tau_1} \int_{\tau_1}^1 \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau \right] \quad (2.39)
 \end{aligned}$$

Пользуясь обозначением для функции влияния $\Phi(\xi, \rho)$, можно выражение (2.39) записать в форме:

$$\begin{aligned}
 \bar{\sigma}_{as}(t) &= \sigma_a(\tau_1) + e^{r\tau_1} \tau_1^p r^{p-1} \sigma_{as}^* [\Phi(rt, \rho) - \Phi(r\tau_1, \rho)] - \\
 & - \frac{S_0(\gamma-s)sE_a}{(1+\mu n_0 m)r} \left[\frac{e^{-r\tau_1} - e^{-st}}{s} + \frac{\tau_1^p s^p}{r-s} [\Phi(st, \rho) - \Phi(s\tau_1, \rho)] - \right. \\
 & \left. - \frac{\tau_1^p r^p}{r-s} e^{(r-s)\tau_1} [\Phi(rt, \rho) - \Phi(r\tau_1, \rho)] \right] \quad (2.40)
 \end{aligned}$$

Подставляя значение $\sigma_{as}^*(\tau_1)$ из (2.30) в (2.40), после некоторых преобразований окончательно получим следующую формулу:

$$\begin{aligned}
 \bar{\sigma}_{as}(t) &= \sigma_a(\tau_1) \left\{ 1 - e^{r\tau_1} \tau_1^p r^{p-1} \left[\frac{\gamma \mu n_0 \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) E_a}{1 + \mu n_0 m} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{s(r-\gamma)}{r-s} \cdot \frac{s_0 e^{-s\tau_1}}{\Delta} \right] [\Phi(rt, \rho) - \Phi(r\tau_1, \rho)] - \right. \\
 & \left. - \frac{\gamma-s}{r} \cdot \frac{S_0}{\Delta} \left[e^{-s\tau_1} - e^{-st} + \frac{\tau_1 p s^{p+1}}{r-s} [\Phi(rt, \rho) - \Phi(r\tau_1, \rho)] \right] \right\} \quad (2.41)
 \end{aligned}$$

откуда непосредственно имеем:

$$\begin{aligned}
 \bar{H}_{as}(t, \tau_1, \rho) &= \frac{\bar{\sigma}_{as}(t)}{\sigma_a(\tau_1)} = 1 - e^{r\tau_1} \tau_1^p r^{p-1} \left[\frac{\gamma \mu n_0 \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) E_a}{1 + \mu n_0 m} + \right. \\
 & \left. + \frac{S_0(r-\gamma)s e^{-s\tau_1}}{(r-s)\Delta} \right] [\Phi(st, \rho) - \Phi(r\tau_1, \rho)] - \\
 & - \frac{\gamma-s}{r} \cdot \frac{S_0}{\Delta} \left\{ e^{-s\tau_1} - e^{-st} + \frac{\tau_1^p s^{p+1}}{r-s} [\Phi(st, \rho) - \Phi(s\tau_1, \rho)] \right\} \quad (2.42)
 \end{aligned}$$

Пользуясь неравенствами (2.36), аналогичным путем из соотношения (2.35) находим:

$$\bar{\sigma}_{as}(t) = \sigma_a(\tau_1) \left\{ 1 - e^{r\tau_1} \tau_1^p r^{p-1} \left[\frac{\gamma \mu n_0 \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) E_a}{1 + \mu n_0 m} + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{S_0 s e^{-s\tau_1}}{\Delta} \left[\Phi(rt, p) - \Phi(r\tau_1, p) \right] - \frac{(\gamma - s) S_0}{(r - s) r \Delta} \left\{ (r - s) e^{-s\tau_1} - r e^{-st} + \right. \\
 & \left. + s e^{-rt + (r-s)\tau_1} - ps [E_i(-st) - E_i(-s\tau_1)] + pse^{(r-s)\tau_1} [E_i(-rt) - \right. \\
 & \left. - E_i(-r\tau_1)] \right\}, \quad (2.43)
 \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned}
 \bar{H}_{as}^* = \frac{\bar{\sigma}_{as}^*(t)}{\sigma_a(\tau_1)} = & 1 - e^{r\tau_1 \tau_1^p r^{p-1}} \left[\frac{\gamma \mu n_0 \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) E_a + \frac{S_0 s e^{-s\tau_1}}{\Delta} \right] \left[\Phi(rt, p) - \right. \\
 & \left. - \Phi(r\tau_1, p) \right] - \frac{(\gamma - s) S_0}{(r - s) r \Delta} \left\{ (r - s) e^{-s\tau_1} - r e^{-st} + s e^{-rt + (r-s)\tau_1} - \right. \\
 & \left. - ps [E_i(-st) - E_i(-s\tau_1)] + pse^{(r-s)\tau_1} [E_i(-rt) - E_i(-r\tau_1)] \right\}. \quad (2.44)
 \end{aligned}$$

Замечая, что $\bar{\sigma}_{os}^*(t) = -\mu n_0 \bar{\sigma}_{as}^*(t)$, для напряжения в бетоне $\bar{\sigma}_{os}^*(t)$ получим следующие формулы:

$$\begin{aligned}
 \bar{\sigma}_{os}^*(t) = \sigma_o(\tau_1) \left\{ 1 - e^{r\tau_1 \tau_1^p r^{p-1}} \left[\frac{\gamma \mu n_0 E_a \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) - \right. \right. \\
 \left. \left. - \frac{S_0 s e^{-s\tau_1}}{\Delta \mu n_0} \right] \left[\Phi(rt, p) - \Phi(r\tau_1, p) \right] + \frac{(\gamma - s) S_0}{r(r - s) \Delta \mu n_0} \left[(r - s) e^{-s\tau_1} - \right. \right. \\
 \left. \left. - r e^{-st} + s e^{-rt + (r-s)\tau_1} - ps [E_i(-st) - E_i(-s\tau_1)] + \right. \right. \\
 \left. \left. + pse^{(r-s)\tau_1} [E_i(-rt) - E_i(-r\tau_1)] \right] \right\}, \quad (2.45)
 \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned}
 \bar{H}_{os}^*(t, \tau_1, \mu) = & 1 - e^{r\tau_1 \tau_1^p r^{p-1}} \left[\frac{\gamma \mu n_0 E_a \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) - \right. \\
 & \left. - \frac{S_0 s e^{-s\tau_1}}{\Delta \mu n_0} \right] \left[\Phi(rt, p) - \Phi(r\tau_1, p) \right] + \frac{(\gamma - s) S_0}{\Delta (r - s) r \mu n_0} \left\{ (r - s) e^{-s\tau_1} - \right. \\
 & \left. - r e^{-st} + s e^{-rt + (r-s)\tau_1} - ps [E_i(-st) - E_i(-s\tau_1)] + \right. \\
 & \left. + pse^{(r-s)\tau_1} [E_i(-rt) - E_i(-r\tau_1)] \right\}. \quad (2.45)
 \end{aligned}$$

Аналогично

$$\begin{aligned}
 \bar{\sigma}_{os}^*(t) = \sigma_o(\tau_1) \left\{ 1 - e^{-r\tau_1 \tau_1^p r^{p-1}} \left[\frac{\gamma \mu n_0 E_a \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) - \right. \right. \\
 \left. \left. - \frac{S_0 (r - \gamma) s e^{-s\tau_1}}{\Delta (r - s) \mu n_0} \right] \left[\Phi(rt, p) - \Phi(r\tau_1, p) \right] + \frac{S_0 (\gamma - s)}{\Delta r \mu n_0} \left[e^{-s\tau_1} - \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$-e^{-st} + \frac{\tau_1^p s^{p+1}}{r-s} \left(\Phi[st, p] - \Phi[s\tau_1, p] \right) \Bigg]. \quad (2.46)$$

откуда:

$$\begin{aligned} \bar{H}_{\sigma_a}(t, \tau_1, \mu) = & 1 - e^{-r\tau_1} \tau_1^p r^{p-1} \left[\frac{\gamma \mu n_0 E_1 \left(\frac{\Lambda_1}{\tau_1} + C_0 \right)}{1 + \mu n_0 m} - \right. \\ & \left. - \frac{S_0(r-s)se^{-s\tau_1}}{\Delta(r-s)\mu n_0} \right] \left[\Phi(rt, p) - \Phi(r\tau_1, p) \right] + \frac{S_0(\gamma-s)}{\Delta r \mu n_0} \left\{ e^{-s\tau_1} - \right. \\ & \left. - e^{-st} + \frac{\tau_1^p s^{p+1}}{r-s} \left[\Phi(st, p) - \Phi[s\tau_1, p] \right] \right\}. \quad (2.46') \end{aligned}$$

Напомним, что здесь $\sigma_a(\tau_1)$ и $\sigma_b(\tau_1)$ — соответственно предварительные напряжения в арматуре и бетоне изгибаемого элемента в момент освобождения натяжных приспособлений $t = \tau_1$, а $E_1(x)$ — интегральная показательная функция, равная

$$E_1(x) = \int_{+\infty}^{-x} \frac{e^{-\tau}}{\tau} d\tau,$$

значения которой приводятся в таблицах Янке и Эмде.

Таким образом, формулами (2.42), (2.44), (2.45') и (2.46') полностью определяются значения коэффициентов $\bar{H}_{\sigma_a}(t, \tau_1, \mu)$ и $\bar{H}_{\sigma_b}(t, \tau_1, \mu)$, характеризующих закон затухания во времени предварительных напряжений в изгибаемых железобетонных элементах под влиянием ползучести и усадки бетона.

Чтобы проиллюстрировать эффективность полученных оценок (2.42), (2.44), (2.45') и (2.46') при определении верхней и нижней границ коэффициентов затухания $\bar{H}_{\sigma_a}(t, \tau_1)$ или $\bar{H}_{\sigma_b}(t, \tau_1)$, а также выяснить, насколько уменьшается предварительное напряжение в изгибаемых железобетонных элементах от совместного влияния ползучести и усадки бетона, рассмотрим в качестве примера железобетонную балку прямоугольного поперечного сечения при следующих исходных данных:

геометрическая характеристика поперечного сечения $n_0 = 4$,
процент армирования $\mu = 1\%$,

освобождение арматуры от натяжных приспособлений произведено в возрасте бетона $\tau_1 = 14$ дням,

относительное предварительное натяжение арматуры Δ в момент освобождения арматуры равняется $\Delta = 18 \cdot 10^{-4}$,

мера ползучести и усадки бетона принимается та же, что и выше, а именно:

$$C(t, \tau) = \left(\frac{4,82}{\tau} + 0,9 \right) \left[1 - e^{-0,026(t-\tau)} \right] 10^{-5},$$

$$S_n(t) = 2 \cdot 10^{-4} \left(e^{-0,0085t\tau_1} - e^{-0,0085t} \right).$$

Пользуясь формулами (2.42), (2.44) и (2.41); а также исходными данными задачи, вычислим значения коэффициентов затухания предварительного напряжения в данной балке сверху и снизу, т. е. определим величины $\tilde{H}_{as}^*(t, 14)$ и $\tilde{H}_{an}^*(t, 14)$ для различных моментов времени t .

Полученные данные сведены в таблицу 2.

Таблица 2

Значения коэффициента затухания предварительного напряжения $H_{as}^*(t)$ в железобетонной балке с учетом ползучести и усадки бетона при $\rho = 1\%$, $\rho_0 = 4$ и $\tau_1 = 14$ дням, $\Delta = 18 \cdot 10^{-4}$

t в днях	14	28	45	90	360	∞
$H_{as}^*(t, 14)$						
$\tilde{H}_{as}^*(t, 14)$	1	0,789	0,736	0,532	0,485	0,482
$\tilde{H}_{an}^*(t, 14)$	1	0,788	0,733	0,531	0,484	0,482

Из приведенных в этой таблице результатов можно сделать следующие выводы.

1. Полученные для $H_{as}^*(t, \tau_1)$ и $H_{os}^*(t, \tau_1)$ в форме зависимостей (2.42), (2.44), (2.45') и (2.46') оценки достаточно эффективны, так как погрешность при этом не более 0,2 %.

2. Из сравнения приведенных в таблицах 1 и 2 данных видно, что на интенсивность затухания предварительного напряжения в железобетонных балках большее влияние оказывает деформация ползучести бетона, чем усадка. При этом степень влияния ползучести бетона по сравнению с усадкой, по мере увеличения возраста бетона τ_1 , возрастает.

Последнее обстоятельство объясняется тем, что при освобождении арматуры от натяжных приспособлений в позднем возрасте бетона, в работе преднапряженной конструкции выключается первоначальный наиболее интенсивный период нарастания усадки и ползучести бетона. Но, как известно, процесс нарастания последней, по мере увеличения τ_1 , более чувствителен, чем усадки.

Вот почему в рассмотренном выше примере при $\tau_1 = 14$ дням, максимальное уменьшение предварительного напряжения в железобетонной балке только от ползучести бетона составляет 46%, а от совместного действия ползучести и усадки бетона—52%, т. е. усадка увеличивает затухание предварительного напряжения в данном случае, при $\tau_1 = 14$ дням, лишь на 6%.

Напряжения и деформации в изгибаемых железобетонных элементах с предварительно натянутой арматурой в период действия внешней нагрузки с учетом ползучести и усадки бетона. Картина напряженного состояния в изгибаемых железобетонных элементах с предварительно натянутой арматурой в период действия внешней нагрузки значительно усложняется в силу новых условий

деформаций, вследствие чего закон изменения нормальных напряжений становится иным.

Изгибающий момент, вызываемый внешней нагрузкой, начинает действовать на поперечное сечение данного элемента, когда в бетоне и арматуре уже имеется предварительное напряжение с соответствующими изменениями, которые получаются благодаря влиянию ползучести и усадки бетона. Поэтому, в этом случае будут два этапа расчета: первый, охватывающий время с момента освобождения арматуры от натяжных приспособлений $t = \tau_1$ до загрузки конструкций, т.е. до ее распалубки, а второй этап — с момента загрузки и дальше.

Исследование напряженного состояния в предварительно напряженных изгибаемых железобетонных элементах в первом этапе их работы было проведено в предыдущих параграфах.

Ниже мы переходим к изучению напряженного состояния в преднапряженных элементах во втором этапе их работы.

Положим, что в момент времени $t = \tau_2$ к предварительно напряженной железобетонной конструкции была приложена некоторая система внешних сил \bar{P}_k ($k=1, 2, 3, \dots, n$). Предварительные напряжения в арматуре и бетоне в некотором элементе данной конструкции с учетом ползучести и усадки бетона обозначим соответственно через $\dot{\sigma}_{\sigma_s}(t)$ и $\dot{\sigma}_{\sigma_b}(t)$, напряжения же от совместного действия внешней нагрузки P_k ($k=1, 2, 3, \dots, n$) и предварительного натяжения арматуры с учетом ползучести и усадки будем обозначать через $\dot{\sigma}_{\sigma_s, P_k}(t)$ и $\dot{\sigma}_{\sigma_b, P_k}(t)$.

Разумеется, что значения $\dot{\sigma}_{\sigma_s}(t)$ и $\dot{\sigma}_{\sigma_b}(t)$ полностью определяются формулами (2.41), (2.43), (2.45) и (2.46) для всех значений t , лежащих в интервале $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$.

При этих условиях полная продольная деформация бетона $\dot{\epsilon}_{\sigma_b, P_k}(t)$ для любого момента времени $t \geq \tau_2$ выразится зависимостью

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{\sigma_b, P_k}(t) = & \frac{\dot{\sigma}_{\sigma_b, P_k}(t)}{E_0} - S_b(t) - \int_{\tau_1}^{\tau_2} \dot{\sigma}_{\sigma_b}(t) \frac{\partial}{\partial \tau} C(t, \tau) d\tau - \\ & - \int_{\tau_1}^{\tau_2} \dot{\sigma}_{\sigma_b, P_k}(\tau) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \end{aligned} \quad (2.47)$$

где $\dot{\sigma}_{\sigma_b}(t)$ — предварительное напряжение в бетоне изгибаемого элемента с учетом ползучести и усадки бетона, определяемое формулами (2.45) и (2.46).

Условие равновесия в этом случае выразится следующим образом:

а) усилие $N_{a, \rho_{кс}}^*(t)$, растягивающее арматуру, должно равняться в любой момент времени $t \geq \tau_2$ силе $N_{б, \rho_{кс}}^*(t)$, сжимающей бетон;

б) сумма моментов этих усилий относительно центра тяжести бетонного сечения должна равняться изгибаемому моменту внешних сил M_x .

Таким образом, имеем:

$$N_{a, \rho_{кс}}^*(t) + N_{б, \rho_{кс}}^*(t) = 0,$$

$$M_{a, \rho_{кс}}^*(t) + M_{б, \rho_{кс}}^*(t) = M_x, \quad (2.48)$$

или, замечая, что

$$N_{a, \rho_{кс}}^*(t) = \sigma_{a, \rho_{кс}}^*(t) F_a,$$

$$M_{a, \rho_{кс}}^*(t) = \sigma_{a, \rho_{кс}}^*(t) F_a h_1, \quad (2.49)$$

получим:

$$N_{б, \rho_{кс}}^*(t) = -N_{a, \rho_{кс}}^*(t) = -\sigma_{a, \rho_{кс}}^*(t) F_a,$$

$$M_{б, \rho_{кс}}^*(t) = M_x - M_{a, \rho_{кс}}^*(t) = M_x - \sigma_{a, \rho_{кс}}^*(t) F_a h_1, \quad (2.50)$$

где F_a — площадь поперечного сечения арматуры,

h_1 — расстояние центра тяжести бетонной части поперечного сечения данного элемента до арматуры.

Нормальные напряжения в бетоне от совместного действия осевой силы $N_{б, \rho_{кс}}^*(t)$ и изгибающего момента $M_{б, \rho_{кс}}^*(t)$ выражаются следующей формулой:

$$\sigma_{б, \rho_{кс}}^*(t) = \frac{N_{б, \rho_{кс}}^*(t)}{F_б} + \frac{M_{б, \rho_{кс}}^*(t) \cdot z}{I_б}, \quad (2.51)$$

где z — координата точки,

$I_б$ — момент инерции бетонной части поперечного сечения элемента относительно оси, проходящей через центр тяжести (фиг. 1).

Подставляя значения $N_{б, \rho_{кс}}^*(t)$ и $M_{б, \rho_{кс}}^*(t)$ из (2.50) в (2.51), получим:

$$\sigma_{б, \rho_{кс}}^*(t) = -\frac{F_a \sigma_{a, \rho_{кс}}^*(t)}{F_б} + \frac{[M_x - F_a h_1 \sigma_{a, \rho_{кс}}^*(t)] z}{I_б}. \quad (2.52)$$

С другой стороны, из условия совместности деформаций арматуры и соприкасающегося слоя бетона, имеем:

$$\epsilon_{б, \rho_{кс}}^*(t) / z = h_1 + \Delta = \epsilon_{a, \rho_{кс}}^*(t), \quad (2.53)$$

где Δ — начальная относительная деформация арматуры в момент освобождения ее от натяжных приспособлений $t = \tau_1$,

$\dot{\varepsilon}_{a, \rho_{кс}}(t)$ — относительная деформация арматуры в момент времени $t > \tau_2$ от совместного действия предварительного натяжения и внешней нагрузки с учетом ползучести и усадки бетона.

Замечая, что $\dot{\varepsilon}_{a, \rho_{кс}}(t) = \frac{\dot{\sigma}_{a, \rho_{кс}}(t)}{E_a}$, (2.54)

приведем условие (2.53) к виду

$$\dot{\varepsilon}_{\sigma, \rho_{кс}}(t)/z-h_1 + \Delta = \frac{\dot{\sigma}_{a, \rho_{кс}}(t)}{E_a} \sqrt{\quad} \quad (2.55)$$

Подставляя значение $\dot{\varepsilon}_{\sigma, \rho_{кс}}(t)$ из соотношения (2.47) в (2.55) и одновременно замечая, что $\dot{\sigma}_{\sigma, \rho_{кс}}(t)$ выражается через $\dot{\sigma}_{a, \rho_{кс}}(t)$ посредством зависимости (2.52), находим:

$$\Delta + \frac{\sigma_{a, \rho_{кс}}(t)}{E_0} = \frac{1}{E_0} \left[\frac{M_x h_1}{I_0} - \mu n_0 \dot{\sigma}_{a, \rho_{кс}}(t) \right] - S_n(t) - \int_{\tau_1}^{\tau_2} \dot{\sigma}_{\sigma}(\tau) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau - \int_{\tau_1}^t \left[\frac{M_x h_1}{I_0} - \mu n_0 \dot{\sigma}_{a, \rho_{кс}}(\tau) \right] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \quad (2.56)$$

где μ — процент армирования,

E_0 — модуль упругости бетона,

E_a — модуль упругости арматуры,

I — момент инерции бетонной части поперечного сечения рассматриваемого элемента относительно оси, проходящей через центр тяжести арматуры и параллельной оси ОУ (фиг. 1). При этом

$$I = I_0 + F_0 h_1^2$$

n_0 — отношение моментов инерции $\frac{I}{I_0}$.

Произведя интегрирование в (2.56), после некоторых преобразований, для определения $\dot{\sigma}_{a, \rho_{кс}}(t)$ получим следующее уравнение:

$$\dot{\sigma}_{a, \rho_{кс}}(t) = \frac{E_a [\Delta - S_n(t)]}{1 + \mu n_0} + \frac{M_x h_1 m [1 + E_0 C(t, \tau_2)]}{I_0 [1 + \mu n_0 m]} - \frac{E_a}{1 + \mu n_0} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \dot{\sigma}_{\sigma}(\tau) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau + \frac{\mu E_a n_0}{1 + \mu n_0} \int_{\tau_2}^t \dot{\sigma}_{a, \rho_{кс}}(\tau) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (2.57)$$

Замечая, что

$$\dot{\sigma}_{\sigma, \rho_{кс}}(t) = \frac{M_x h_1}{I_0} - \mu n_0 \dot{\sigma}_{a, \rho_{кс}}(t), \quad (2.58)$$

из зависимости (2.57) для $\dot{\sigma}_{\sigma, \rho_{k s}}(t)$ получим аналогичное уравнение:

$$\dot{\sigma}_{\sigma, \rho_{k s}}(t) = \frac{M_x h_1}{I_0 [1 + \mu m n_0]} - \frac{\mu E_a n_0}{1 + \mu m n_0} [\Delta - S_n(t)] + \frac{\mu E_a n_0}{1 + \mu m n_0} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \dot{\sigma}_{\sigma s}(t) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau + \frac{\mu E_a n_0}{1 + \mu n_0 m} \int_{\tau_2}^t \dot{\sigma}_{\sigma, \rho_{k s}}(\tau) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (2.59)$$

Таким образом задача определения напряженного состояния в предварительно напряженных железобетонных изгибаемых элементах при одновременном действии внешней нагрузки с учетом ползучести и усадки бетона сводится к решению интегральных уравнений:

$$\dot{\sigma}_{\sigma, \rho_{k s}}(t) = F(t) + \lambda_0 \int_{\tau_2}^t \dot{\sigma}_{\sigma, \rho_{k s}}(t) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau$$

и (2.60)

$$\dot{\sigma}_{\sigma, \rho_{k s}}(t) = \Phi(t) + \lambda_0 \int_{\tau_2}^t \dot{\sigma}_{\sigma, \rho_{k s}}(t) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau$$

с ядром, равным производной меры ползучести бетона, т. е.

$$K(t, \tau) = \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau}, \quad (2.61)$$

свободными членами

$$F(t) = \frac{E_a [\Delta - S_n(t)]}{1 + \mu n_0 m} + \frac{M_x h_1 m}{I_0 [1 + \mu m n_0]} [1 + E_0 C(t, \tau)] - \frac{E_a}{1 + \mu m n_0} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \dot{\sigma}_{\sigma s}(\tau) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau$$

(2.62)

$$\Phi(t) = \frac{M_x h_1}{I_0 [1 + \mu m n_0]} - \frac{\mu E_a n_0}{1 + \mu m n_0} [\Delta - S_n(t)] + \frac{\mu E_a n_0}{1 + \mu m n_0} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \dot{\sigma}_{\sigma s}(t) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau$$

и параметром

$$\lambda_0 = \frac{\mu E_a n_0}{1 + \mu m n_0}. \quad (2.63)$$

где m — модульное отношение, равное $\frac{E_a}{E_0}$,

$\dot{\sigma}_{\text{н}}(t)$ и $\dot{\sigma}_{\text{о}}(t)$ — натяжения в рассматриваемом элементе в момент времени t только от предварительного натяжения с учетом ползучести и усадки, значения которых определяются по формулам (2.42), (2.43) и (2.45).

Для определения значений нормальных напряжений в предварительно напряженных изгибаемых железобетонных элементах при одновременном действии внешней нагрузки с учетом ползучести и усадки бетона воспользуемся соответствующими зависимостями (2.17) и (2.28) для $C(t, \tau)$ и $S_{\text{n}}(t)$ и, поступая аналогичным способом, как в предыдущих параграфах, приведем интегральные уравнения (2.60) к следующим дифференциальным уравнениям:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{\text{н}, \rho_{\text{к}}}''(t) + \gamma [1 + \lambda_0 \varphi(t)] \dot{\sigma}_{\text{н}, \rho_{\text{к}}}''(t) &= -\frac{\lambda_0}{\mu n_0} [S_{\text{n}}''(t) + \gamma S_{\text{n}}'(t)], \\ \dot{\sigma}_{\text{о}, \rho_{\text{к}}}''(t) + \gamma [1 + \lambda_0 \varphi(t)] \dot{\sigma}_{\text{о}, \rho_{\text{к}}}''(t) &= \lambda_0 [S_{\text{n}}''(t) + \gamma S_{\text{n}}'(t)]. \end{aligned} \quad (2.64)$$

При этом, согласно (2.57) и (2.59), для $\dot{\sigma}_{\text{н}, \rho_{\text{к}}}'(t)$ и $\dot{\sigma}_{\text{о}, \rho_{\text{к}}}'(t)$ будем иметь следующие начальные условия:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{\text{н}, \rho_{\text{к}}}'(\tau_2) &= \frac{E_{\text{n}} [\Delta - S_{\text{n}}(\tau_2)]}{1 + \mu m n_0} + \frac{M_{\text{x}} h_1 m}{I_0 [1 + \mu m n_0]} - \\ &- \frac{E_{\text{n}}}{1 + \mu m n_0} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \dot{\sigma}_{\text{н}}(\tau) \frac{\partial C(\tau_2, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \\ \dot{\sigma}_{\text{н}, \rho_{\text{к}}}'(\tau_2) &= -\lambda_0 \varphi(\tau_2) \gamma \dot{\sigma}_{\text{н}, \rho_{\text{к}}}'(\tau_2) - \\ &- \frac{E_{\text{n}} \dot{S}_{\text{n}}(\tau_2)}{1 + \mu m n_0} + \frac{M_{\text{x}} h_1 E_{\text{n}} \gamma \varphi(\tau_2)}{I_0 [1 + \mu m n_0]}, \quad (2.65) \\ \dot{\sigma}_{\text{о}, \rho_{\text{к}}}'(\tau_2) &= \frac{M_{\text{x}} h_1}{I_0 [1 + \mu m n_0]} - \frac{\mu E_{\text{o}} n_0}{1 + \mu m n_0} [\Delta - S_{\text{n}}(\tau_2)] + \\ &+ \frac{\mu E_{\text{o}} n_0}{1 + \mu m n_0} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \dot{\sigma}_{\text{о}}(\tau) \frac{\partial C(\tau_2, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \\ \dot{\sigma}_{\text{о}, \rho_{\text{к}}}'(\tau_2) &= -\lambda_0 \gamma \varphi(\tau_2) \dot{\sigma}_{\text{о}, \rho_{\text{к}}}'(\tau_2) + \\ &+ \frac{E_{\text{o}} \mu n_0 S_{\text{n}}(\tau_2)}{1 + \mu m n_0} - \frac{M_{\text{x}} h_1 E_{\text{o}} \gamma \mu n_0 \varphi(\tau_2)}{I_0 [1 + \mu m n_0]}. \end{aligned}$$

Пользуясь этими условиями, а также замечая, что согласно (2.17) и (2.28)

$$\varphi(\tau) = \frac{A_1}{\tau} + C_0,$$

(2.66)

$$S_{\text{n}}(t) = S_0 \left[e^{-s\tau_1} - e^{-st} \right],$$

решение уравнений (2.64) для $\sigma_{a, \rho_{k^*}}^*(t)$ можно представить в форме:

$$\begin{aligned} \sigma_{a, \rho_{k^*}}^*(t) = & \sigma_{a, \rho_{k^*}}^*(\tau_2) + \left\{ \frac{M_x h_1}{I_0} \cdot \frac{E_a \gamma}{1 + \mu n_0} \left(\frac{A_1}{\tau_2} + C_0 \right) - \right. \\ & - \frac{E_a S_0 s e^{-s\tau_2}}{1 + \mu n_0} + \lambda_0 \gamma \left(\frac{A_1}{\tau_2} + C_0 \right) \sigma_{a, \rho_{k^*}}^*(\tau_2) \left. \right\} \frac{e^{r\tau_2} \tau_2^p}{r^{1-p}} [\Phi(rt, p) - \Phi(r\tau_2, p)] - \\ & - \frac{E_a S_0 s (\gamma - s)}{1 + \mu n_0} \int_{\tau_2}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau \int_{\tau_2}^{\tau} e^{(r-s)x} x^p dx. \end{aligned} \quad (2.67)$$

Имея же в виду, что

$$\sigma_{o, \rho_{k^*}}^*(t) = \frac{M_x h_1}{I_0} - \mu n_0 \sigma_{a, \rho_{k^*}}^*(t), \quad (2.68)$$

и подставляя значения $\sigma_{a, \rho_{k^*}}^*(t)$ из (2.67) в (2.68), для $\sigma_{o, \rho_{k^*}}^*(t)$ получим:

$$\begin{aligned} \sigma_{o, \rho_{k^*}}^*(t) = & \sigma_{o, \rho_{k^*}}^*(\tau_2) + \left\{ \lambda_0 S_0 s e^{-s\tau_2} - \right. \\ & - \lambda_0 \gamma \left(\frac{A_1}{\tau_2} + C_0 \right) \sigma_{o, \rho_{k^*}}^*(\tau_2) \left. \right\} [\Phi(rt, p) - \Phi(r\tau_2, p)] \frac{e^{r\tau_2} \tau_2^p}{r^{1-p}} + \\ & + \lambda S_0 s (\gamma - s) \int_{\tau_2}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau \int_{\tau_2}^{\tau} e^{(r-s)x} x^p dx. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Оценивая аналогичным образом, как и в предыдущих параграфах, выражения (2.67) и (2.69) сверху и снизу, получим для $\sigma_{a, \rho_{k^*}}^*(t)$ и $\sigma_{o, \rho_{k^*}}^*(t)$ следующие расчетные формулы:

$$\begin{aligned} \sigma_{a, \rho_{k^*}}^*(t) = & \sigma_{a, \rho_{k^*}}^*(\tau_2) + \left\{ \frac{M_x h_1}{I_0} \cdot \frac{E_a \gamma}{1 + \mu n_0} \left(\frac{A_1}{\tau_2} + C_0 \right) - \frac{E_a S_0 s e^{-s\tau_2}}{1 + \mu n_0} - \right. \\ & - \lambda_0 \gamma \left(\frac{A_1}{\tau_2} + C_0 \right) \sigma_{a, \rho_{k^*}}^*(\tau_2) \left. \right\} \frac{e^{r\tau_2} \tau_2^p}{r^{1-p}} [\Phi(rt, p) - \Phi(r\tau_2, p)] - \\ & - \frac{E_a S_0 s (\gamma - s)}{1 + \mu n_0} \cdot \frac{\tau_2^p}{r - s} \left\{ \frac{1}{s^{1-p}} [\Phi(st, p) - \Phi(s\tau_2, p)] - \right. \\ & \left. - \frac{e^{(r-s)\tau_2}}{r^{1-p}} [\Phi(rt, p) - \Phi(r\tau_2, p)] \right\}. \end{aligned} \quad (2.70)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\sigma, \rho, s}^*(t) &= \sigma_{\sigma, \rho, s}^*(\tau_2) + \left\{ \frac{M_x h_1}{I_0} \cdot \frac{E_0 \gamma}{1 + \mu m n_0} \left(\frac{A_1}{\tau_2} + C_0 \right) - \frac{E_0 S_0 s e^{-s\tau_2}}{1 + \mu m n_0} - \right. \\ &- \lambda_0 \gamma \left(\frac{A_1}{\tau_2} + C_0 \right) \sigma_{\sigma, \rho, s}^*(\tau_2) \left. \right\} \frac{e^{r\tau_2} \tau_2^p}{r^{1-p}} [\Phi(rt, \rho) - \Phi(r\tau_2, \rho)] - \\ &- \frac{E_0 S_0 s (\gamma - s)}{1 + \mu m n_0} \cdot \frac{e^{-s\tau_2}}{r - s} \left[\frac{1 - e^{-s(t-\tau_2)}}{s} - \frac{1 - e^{-r(t-\tau_2)}}{r} \right], \\ \sigma_{\sigma, \rho, s}^*(t) &= \sigma_{\sigma, \rho, s}^*(\tau_2) = \left\{ \lambda_0 S_0 s e^{-s\tau_2} - \right. \\ &- \lambda_0 \gamma \left(\frac{A_1}{\tau_2} + C_0 \right) \sigma_{\sigma, \rho, s}^*(\tau_2) \left. \right\} \frac{e^{r\tau_2} \tau_2^p}{r^{1-p}} [\Phi(rt, \rho) - \Phi(r\tau_2, \rho)] + \\ &+ \lambda_0 S_0 s (\gamma - s) \frac{e^{-s\tau_2}}{r - s} \left[\frac{1 - e^{-s(t-\tau_2)}}{s} - \frac{1 - e^{-r(t-\tau_2)}}{r} \right], \quad (2.71) \\ \sigma_{\sigma, \rho, s}^*(t) &= \sigma_{\sigma, \rho, s}^*(\tau_2) + \left\{ \lambda_0 S_0 s e^{-s\tau_2} - \right. \\ &- \lambda_0 \gamma \left(\frac{A_1}{\tau_2} + C_0 \right) \sigma_{\sigma, \rho, s}^*(\tau_2) \left. \right\} \frac{e^{r\tau_2} \tau_2^p}{r^{1-p}} [\Phi(rt, \rho) - \Phi(r\tau_2, \rho)] + \\ &+ \lambda_0 S_0 s (\gamma - s) \frac{\tau_2^p}{r - s} \left\{ \frac{1}{s^{1-p}} [\Phi(st, \rho) - \Phi(s\tau_2, \rho)] - \right. \\ &- \left. \frac{e^{[r-s]\tau_2}}{r^{1-p}} [\Phi(rt, \rho) - \Phi(r\tau_2, \rho)] \right\}, \end{aligned}$$

где $\rho = A_1 \lambda_0 \gamma$, $\tau = \gamma(1 + \lambda_0 C_0)$, $\lambda_0 = \frac{\mu E_0 n_0}{1 + \mu m n_0}$.

§ 3. Затухание предварительных напряжений в железобетонных трубах под влиянием ползучести и усадки бетона

Постановка задачи и основные уравнения. Обычные железобетонные трубы, применяемые при строительстве напорных трубопроводов, резервуаров и т. п. без предварительного напряжения, имеют тот существенный недостаток, что в их стенках уже в раннем возрасте появляются трещины.

Эти трещины в стенках железобетонных труб возникают под влиянием растягивающих кольцевых напряжений, вызванных действием внутреннего давления воды и объясняются низкой сопротивляемостью бетона растяжению.

Кроме внешних нагрузок причинами появления трещин в стенках железобетонных труб часто являются также усадка бетона и температурные воздействия.

Поэтому, трещины в стенках железобетонных труб, работающих преимущественно на растяжение, можно считать почти неизбежными, если предполагать, что растягивающие напряжения должны восприниматься главным образом бетоном.

Для повышения водонепроницаемости железобетонных труб обычно применяют водонепроницаемую штукатурку, бетон высокой плотности и ряд других мероприятий.

Однако можно считать установленным, что никакая изоляция, кроме сплошной металлической рубашки, не гарантирует полной водонепроницаемости отдельных участков в стенках этих труб до тех пор, пока не удастся передать наибольшую часть возникших в них растягивающих напряжений на арматуру с таким расчетом, чтобы достигнуть условий работы бетона в пределах допускаемых напряжений и тем самым исключить появление в нем трещин.

Кроме того, конструкции железобетонных труб без применения предварительного напряжения оказываются также неэкономичными как по расходу основных материалов (сталь, бетон, дерево), так и по стоимости сооружений в целом.

Поэтому, зачастую, несмотря на очевидные преимущества железобетона как материала для трубопроводов, резервуаров и т. п. по сравнению с металлом, отдают предпочтение последнему.

Радикальным средством, обеспечивающим отсутствие трещин в стенках железобетонных труб, с одновременным достижением значительной экономичности, является предварительное напряжение.

Идея предварительного напряжения железобетонной трубы заключается в предварительном сжатии бетона в стенках настолько, чтобы при давлении воды и других факторах воздействия (усадка, температурные напряжения) растягивающие напряжения в бетоне не имели места, а уменьшалось только его предварительное сжатие.

Опыт строительства предварительно напряженных железобетонных труб показал полную возможность обеспечения их трещиностойкости при одновременном достижении значительной экономии в их стоимости.

В настоящем параграфе приводится решение задачи о затухании предварительного напряжения в железобетонной трубе от воздействия ползучести и усадки бетона. При этом предполагается, что труба достаточно длинна и поэтому влиянием закрепления торцов можно пренебречь.

Рассмотрим круглую железобетонную трубу, в которой наружная поверхность бетона радиуса $g=b$ соприкасается с арматурой толщиной δ , а внутренняя поверхность имеет радиус $r=a$. Для простоты, работой защитного слоя бетона будем пренебрегать.

Обозначим через F_a площадь арматуры на погонную единицу длины трубы. Очевидно, что $F_a = \delta \cdot l = \delta$ (фиг. 2).

Положим, что арматура в железобетонной трубе предварительно вытянута на относительную величину Δ , которая сохраняется до ее

освобождения от натяжных приспособлений. Если бы арматура при своей деформации после освобождения не встречала сопротивления, то относительное уменьшение ее радиуса было бы $\frac{\Delta}{2\pi}$. При совместной работе

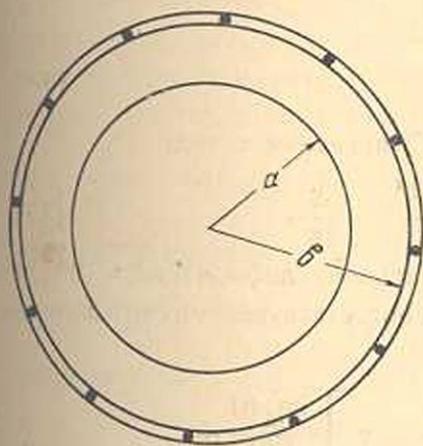
бетона и арматуры, между ними возникает сила взаимодействия $q_{\Delta}^*(t)$, сжимающая бетонный цилиндр и растягивающая арматуру, причем, в силу симметрии, касательные напряжения будут равняться нулю. Расчетные схемы показаны на фигурах 3 и 4.

Рассмотрим сначала задачу Ляме для бетонного слоя и арматуры в отдельности под влиянием нагрузки $q_{\Delta}^*(t)$.

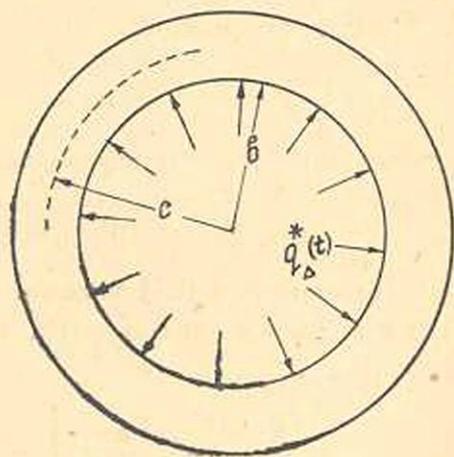
Нормальные напряжения $\sigma_{\theta\varphi}^*(t)$ и $\sigma_{or}^*(t)$ и радиальное перемещение $v_{\theta}^*(t)$ в бетонном слое (фиг. 2) выразятся через усилие $q_{\Delta}^*(t)$ следующими формулами:

$$\sigma_{\theta\varphi}^*(t) = -\frac{b}{r} \frac{q_{\Delta}^*(t)}{\ln b/a}, \quad \sigma_{or}^*(t) = -\frac{b}{r} \frac{\ln r/a}{\ln b/a} \cdot q_{\Delta}^*(t), \quad (3.1)$$

$$v_{\theta}^*(t) = -\frac{1-\nu_1^2}{E(t)} \cdot \frac{b}{\ln b/a} q_{\Delta}^*(t).$$



Фиг. 3.



Фиг. 4.

Напряжение же $\sigma_{a\varphi}^*(t)$ в арматуре и радиальное перемещение ее $v_a^*(t)$ будут:

$$\sigma_{a\varphi}^*(t) = \frac{bq_{\Delta}^*(t)}{\delta}, \quad v_a^*(t) = \frac{q_{\Delta}^*(t)c^2}{F_a E_a} = q_{\Delta}^*(t), \quad (3.2)$$

где $c = b + \frac{\delta}{2} \approx b$,

E_a — модуль упругости арматуры,

δ — толщина стенки, т. е. приведенная толщина арматуры,

ν_1 — коэффициент Пуассона для бетона.

Переходим к определению закона затухания предварительных напряжений в железобетонной трубе под влиянием ползучести и изменения модуля упругости бетона, т. е. к определению величины проектного предварительного напряжения в зависимости от времени.

Радиальная деформация бетона при плоском напряженном состоянии железобетонной трубы выразится формулой:

$$\varepsilon_0^*(t) = \frac{\sigma_{0\varphi}^*(t) - \nu_1 \sigma_{0r}^*(t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^t \left\{ \sigma_{0\varphi}^*(\tau) - \nu_1 \sigma_{0r}^*(\tau) \right\} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + c(t, \tau) \right] d\tau. \quad (3.3)$$

С другой стороны, условие совместности деформаций в этом случае выразится равенством:

$$v_0^*(t)_{r=b} = v_a^*(t) - \frac{\Delta}{2\pi} \quad (3.4)$$

или

$$v_0^*(t)_{r=b} = \frac{q_{\Delta}^*(t)b^2}{E_a F_a} - \frac{\Delta}{2\pi}, \quad (3.5)$$

где, для простоты, принято $c = b$.

Далее, замечая, что

$$\varepsilon_0^*(t) = \frac{v_0^*(t)}{r}, \quad (3.6)$$

условие совместности деформаций (3.5) приведем к виду

$$r \varepsilon_0^*(t)_{r=b} = \frac{q_{\Delta}^*(t)b^2}{E_a F_a} - \frac{\Delta}{2\pi}. \quad (3.7)$$

Подставляя в (3.7) значение радиальной деформации $\varepsilon_0^*(t)$ из (3.3) и пользуясь для $\sigma_{0\varphi}^*(t)$ и $\sigma_{0r}^*(t)$ соответствующими выражениями (3.1), получим:

$$\begin{aligned} \frac{q_{\Delta}^*(t)b^2}{E_a F_a} - \frac{\Delta}{2\pi} = & \left[-\frac{1}{\ln \frac{b}{a}} + \nu_1 \right] \frac{bq_{\Delta}^*(t)}{E(t)} + \\ & + \int_{\tau_1}^t \left[\frac{1}{\ln \frac{b}{a}} - \nu_1 \right] bq_{\Delta}^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + c(t, \tau) \right] d\tau, \end{aligned} \quad (3.8)$$

или, умножая обе части уравнения (3.8) на $\frac{E_a F_a}{b}$ и имея в виду, что

$\frac{E_a}{E(t)} = m(t)$, находим:

$$q_{\Delta}^*(t) = \frac{\Delta}{2\pi} \cdot \frac{E_a F_a}{b} - \frac{F_a}{b} \left(\frac{1}{\ln \beta} - \nu_1 \right) m(t) q_{\Delta}^*(t) + \\ + \frac{E_a F_a}{b} \left(\frac{1}{\ln \beta} - \nu_1 \right) \int_{\tau_1}^t q_{\Delta}^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + c(t, \tau) \right] dt, \quad (3.9)$$

где F_a — площадь арматуры,

$$\beta = \frac{b}{a}.$$

Произведя группировку подобных членов в соотношении (3.9), будем иметь:

$$q_{\Delta}^*(t) = \frac{F_a}{2\pi b^2} \cdot \frac{\Delta E_a}{1 + \lambda m(t)} + \\ + \lambda_1 E_a \int_{\tau_1}^t q_{\Delta}^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + c(t, \tau) \right] \frac{d\tau}{1 + \lambda m(t)}. \quad (3.10)$$

Здесь принято обозначение

$$\lambda_1 = \frac{F_a}{b} \cdot \frac{1 - \nu_1 \ln \beta}{\ln \beta}.$$

Таким образом, задача определения усилия $q_{\Delta}^*(t)$, возникающего между бетонным слоем и арматурой железобетонной трубы от воздействия предварительного натяжения арматуры с учетом ползучести, сводится к решению интегрального уравнения (3.10) с ядром

$$K(t, \tau) = \frac{1}{1 + \lambda_1 m(t)} \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + c(t, \tau) \right], \quad (3.11)$$

свободным членом

$$\frac{F_a}{2\pi b^2} \cdot \frac{\Delta E_a}{1 + \lambda_1 m(t)} \quad (3.12)$$

и параметром

$$\lambda_0 = \lambda_1 E_a = \frac{F_a F_a}{b} \cdot \frac{1 - \nu_1 \ln \beta}{\ln \beta}. \quad (3.13)$$

Для нахождения решения этого уравнения воспользуемся для $c(t, \tau)$ зависимостью $c(t, \tau) = \varphi(\tau) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}]$.

Подставляя значение $c(t, \tau)$ в уравнение (3.10), получим:

$$[1 + \lambda_1 m(t)] q_{\Delta}^*(t) = \frac{\Delta E_a F_a}{2\pi b^2} + \lambda_1 E_a \int_{\tau_1}^t \left[\frac{m'(\tau)}{E_a} + \varphi'(\tau) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}] - \right. \\ \left. - \gamma \varphi(\tau) e^{-\gamma(t-\tau)} \right] q_{\Delta}^*(\tau) d\tau. \quad (3.14)$$

Дифференцируя обе части этого равенства по t , находим

$$[1 + \lambda_1 m(t)] q_{\Delta}^*(t) = -\gamma \lambda_1 E_a \varphi(t) q_{\Delta}^* + \\ + \gamma \lambda_1 E_a \int_{\tau_1}^t [\varphi'(\tau) + \gamma \varphi(\tau)] e^{-\gamma(t-\tau)} q_{\Delta}^*(\tau) d\tau. \quad (3.15)$$

Но, из (3.14) имеем:

$$\lambda_1 E_a \int_{\tau_1}^t [\varphi'(\tau) + \gamma \varphi(\tau)] e^{-\gamma(t-\tau)} q_{\Delta}^*(\tau) d\tau = \frac{\Delta E_a F_a}{2\pi b^2} - \\ - [1 + \lambda_1 m(t)] q_{\Delta}^*(t) + \lambda_1 E_a \int_{\tau_1}^t \left[\frac{m'(\tau)}{E_a} + \varphi'(\tau) \right] q_{\Delta}^*(\tau) d\tau. \quad (3.16)$$

Подставляя значение этого интеграла в соотношение (3.15), после некоторых преобразований получим:

$$[1 + \lambda_1 m(t)] q_{\Delta}^*(t) + \gamma [1 + \lambda_1 m(t) + \lambda_1 E_a \varphi(t)] q_{\Delta}^*(t) = \\ = \frac{\gamma F_a E_a \Delta}{2\pi b^2} + \gamma \lambda_1 E_a \int_{\tau_1}^t \left[\frac{m'(\tau)}{E_a} + \varphi'(\tau) \right] q_{\Delta}^*(\tau) d\tau. \quad (3.17)$$

Повторно продифференцировав это уравнение, окончательно находим:

$$[1 + \lambda_1 m(t)] q_{\Delta}^*(t) + \gamma [1 + \lambda_1 m(t) + \lambda_1 E_a \varphi(t)] q_{\Delta}^*(t) = 0. \quad (3.18)$$

Таким образом, закон изменения усилия $q_{\Delta}^*(t)$ в предварительно напряженной железобетонной трубе определяется дифференциальным уравнением (3.18).

После того как величина $q_{\Delta}^*(t)$ определена из уравнения (3.18), проектные предварительные напряжения в железобетонной трубе $\sigma_{\sigma\varphi}^*(t)$, $\sigma_{\sigma r}^*(t)$ и $\sigma_{\sigma a}^*(t)$ с учетом ползучести и переменности модуля упругости бетона определяются по формулам (3.1) и (3.2).

Затухание предварительных напряжений в железобетонных трубах под влиянием только ползучести бетона. Положим для простоты, что в данной железобетонной трубе модуль упругости бетона постоянен и равен E_0 , а мера ползучести его определяется зависимостью (2.21).

Исследуем как при этих условиях будут изменяться во времени проектные значения предварительных напряжений $\sigma_{\sigma\varphi}^*(t)$ и $\sigma_{\sigma\varphi}^*(t)$ в рассматриваемом железобетонном элементе под действием ползучести бетона. Влияние усадки пока учитывать не будем.

В таком случае дифференциальное уравнение (3.18), для определения $q_{\Delta}^*(t)$ примет следующий вид:

$$q_{\Delta}^{**}(t) + \gamma \left[1 + \frac{\lambda_1 E_a \varphi(t)}{1 + \lambda_1 m} \right] q_{\Delta}^*(t) = 0. \quad (3.19)$$

Начальные условия для $q_{\Delta}^*(t)$, согласно (3.10) и (3.15), будут:

$$q_{\Delta}^*(\tau_1) = q_{\Delta}(\tau_1) = \frac{F_a \Delta E_a}{2\pi b^2 [1 + \lambda_1 m]}, \quad (3.20)$$

$$q_{\Delta}^*(\tau_1) = - \frac{\gamma \lambda_1 E_a \varphi(\tau_1)}{1 + \lambda_1 m} q_{\Delta}^*(\tau_1).$$

Пользуясь этими условиями, решение дифференциального уравнения (3.19) можно написать в следующей форме:

$$q_{\Delta}^*(t) = q_{\Delta}(\tau_1) \left\{ 1 - \frac{\gamma \lambda_1 E_a \varphi(\tau_1) e^{\gamma \tau_1}}{1 + \lambda_1 m} \int_{\tau_1}^t e^{-\gamma z} \left[1 + \frac{\lambda E_a}{1 + \lambda_1 m} \varphi(z) \right] dz \right\}. \quad (3.21)$$

Подставляя в выражение (3.21) значение $\varphi(\tau) = \frac{A_1}{\tau} + C_0$ и пользуясь при интегрировании обозначением для функций влияния $\Phi(\xi, \rho)$, окончательно получим формулу:

$$q_{\Delta}^*(t) = q_{\Delta}(\tau_1) \left\{ 1 - \frac{\gamma \lambda_1 E_a}{1 + \lambda_1 m} \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) \frac{\tau_1^{\rho} e^{\gamma \tau_1}}{r^{1-\rho}} [\Phi(rt, \rho) - \Phi(r\tau_1, \rho)] \right\}. \quad (3.22)$$

Здесь принято:

$$\rho = \frac{A_1 \gamma \lambda_1 E_a}{1 + \lambda_1 m}, \quad r = \gamma \left[1 + \frac{\lambda_1 E_a C_0}{1 + \lambda_1 m} \right], \quad (3.23)$$

$$\lambda_1 = \frac{F_a}{b} \cdot \frac{1 - \gamma \ln \beta}{\ln \beta}, \quad \beta = \frac{b}{a}, \quad m = \frac{E_a}{E_0},$$

$q_{\Delta}(\tau_1)$ — величина усилия $q_{\Delta}^*(t)$ в момент освобождения арматуры от пятажных приспособлений $t = \tau_1$.

Подставляя значение $q_{\Delta}^*(t)$ из соотношения (3.22) в выражения (3.1) и (3.2) для $\sigma_{\delta\varphi}^*(t)$ и $\sigma_{a\varphi}^*(t)$, приведем их к следующему виду:

$$\begin{aligned}\sigma_{\delta\varphi}^*(t) &= \sigma_{\delta}(\tau_1) H_{\delta\varphi}^* \left(t, \tau_1, \frac{\delta}{b}, \frac{b}{a} \right), \\ \sigma_{a\varphi}^*(t) &= \sigma_a(\tau_1) H_{a\varphi}^* \left(t, \tau_1, \frac{\delta}{b}, \frac{b}{a} \right).\end{aligned}\quad (3.24)$$

При этом

$$\begin{aligned}H_{a\varphi}^* \left(t, \tau_1, \frac{\delta}{b}, \frac{b}{a} \right) &= H_{\delta\varphi}^* \left(t, \tau_1, \frac{\delta}{b}, \frac{b}{a} \right) = \\ &= 1 - \frac{\gamma\lambda_1 E_a}{1 + \lambda_1 m} \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) \frac{\tau_1^p e^{r\tau_1}}{r^{1-p}} [\Phi(rt, \rho) - \Phi(r\tau_1, \rho)].\end{aligned}\quad (3.25)$$

Заметим, что процент армирования трубы связан с ее геометрическими размерами следующей зависимостью:

$$\mu = \frac{\beta}{\beta - 1} \cdot \frac{\delta}{b}.$$

Таким образом, величины $H_a^* \left(t, \tau_1, \frac{\delta}{b}, \frac{b}{a} \right)$ и $H_{\delta}^* \left(t, \tau_1, \frac{\delta}{b}, \frac{b}{a} \right)$, определяемые соотношением (3.25), представляют коэффициенты затухания предварительных напряжений в железобетонной трубе, причем ими определяется закон изменения величин этих напряжений во времени в зависимости от возраста бетона τ_1 (т. е. от момента времени $t = \tau_1$, при котором были освобождены натяжные приспособления), интенсивности меры ползучести $s(t, \tau)$, геометрической формы поперечного сечения трубы и процента армирования μ .

Для иллюстрации в количественном отношении величины потери предварительного напряжения в железобетонных трубах от воздействия ползучести бетона, нами вычислены значения коэффициентов затухания преднапряжения $H_{\delta\varphi}^* \left(t, \tau_1, \frac{\delta}{b}, \frac{b}{a} \right)$ и $H_{a\varphi}^* \left(t, \tau_1, \frac{\delta}{b}, \frac{b}{a} \right)$ для различных моментов времени t , процента армирования μ и времени отпуска натяжных приспособлений τ_1 , при $\frac{\delta}{b} = 0,002$; мера ползучести бетона $s(t, \tau)$ такая же, как и в предыдущих параграфах.

Значения этих коэффициентов приведены в таблице 3.

Из таблицы видно, что величина потери предварительного напряжения в железобетонных трубах под влиянием ползучести бетона оказывается меньше, чем в изгибаемых балках. Объясняется это тем, что железобетонная труба находится в условиях плоского напряженного состояния, при котором влияние деформации ползучести бетона на напряженное состояние данного элемента сказывается

слабее, чем при линейном напряженном состоянии. Одновременно здесь следует отметить, что по мере увеличения отношения $\beta = \frac{b}{a}$, коэффициент затухания преднапряжения в трубах увеличивается. Это показывает, что при данном отношении $\frac{\delta}{b}$ ползучесть оказывает более сильное влияние в тех случаях, когда труба тонкостенная. В среднем, при изменении $\beta = \frac{b}{a}$ от 1,1 до 1,5, максимальное значение потери преднапряжения при $\tau_1 = 7$ дням достигает от 60 до 30%.

Таблица 3

Значения коэффициентов затухания предварительных напряжений $H_{a\varphi}^*$ ($t, \tau_1, \frac{\delta}{b}, \frac{b}{a}$) и $H_{a\varphi}^*$ ($t, \tau_1, \frac{\delta}{b}, \frac{b}{a}$) в железобетонной трубе в различные моменты t при $\frac{\delta}{b} = 0,002$

$$H_{a\varphi}^* \left(t, \tau_1, \frac{\delta}{b}, \frac{b}{a} \right) \text{ и } H_{a\varphi}^* \left(t, \tau_1, \frac{\delta}{b}, \frac{b}{a} \right)$$

$\frac{b}{a}$	1,1 ($\mu = 2,2\%$)			1,2 ($\mu = 1,2\%$)			1,3 ($\mu = 0,867\%$)			1,5 ($\mu = 0,6\%$)		
	τ_1	7	14	28	7	14	28	7	14	28	7	14
7	1	—	—	1	—	—	1	—	—	1	—	—
14	0,8262	1	—	0,8931	1	—	0,9205	1	—	0,9433	1	—
28	0,6154	0,7631	1	0,7515	0,8510	1	0,8112	0,8886	1	0,8615	0,9191	1
45	0,4849	0,6217	0,7637	0,6554	0,7500	0,8507	0,7317	0,8075	0,8784	0,8020	0,8601	0,9201
90	0,3941	0,5144	0,5843	0,5667	0,6564	0,7124	0,6544	0,7284	0,7600	0,7388	0,7968	0,8345
360	0,3780	0,4964	0,5542	0,5450	0,6336	0,6782	0,6326	0,7066	0,7267	0,7170	0,7760	0,8050
∞	0,3780	0,4964	0,5542	0,5450	0,6336	0,6782	0,6326	0,7066	0,7267	0,7170	0,7760	0,8050

Однако при фиксированном значении отношения $\beta = \frac{b}{a}$ в данной железобетонной трубе по мере возрастания $\frac{\delta}{b}$, т. е. с увеличением процента армирования μ коэффициент затухания предварительного напряжения $H_{a\varphi}^* \left(t, \tau_1, \frac{\delta}{b}, \frac{b}{a} \right)$ будет также убывать.

Кроме того, следует отметить, что при возрастании τ_1 величина потери будет уменьшаться и когда τ_1 стремится к бесконечности, т. е. практически при старом возрасте бетона эта потеря будет стремиться к нулю.

Затухание предварительных напряжений в железобетонной трубе от совместного влияния ползучести и усадки бетона. Переходим к изучению вопроса о затухании предварительных напряжений в железобетонных трубах от совместного влияния ползучести и усадки бетона. Будем полагать, что процессе нарастания явления усадки бетона в них протекает согласно закону

$$S_n(t) = S_n^0(r, \varphi) \left[e^{-s\tau_1} - e^{-st} \right] \quad (3.26)$$

считая при этом, что $S_n^0(r, \varphi)$ или постоянно, равно S_0 , или является линейной функцией координаты r .

В этом случае радиальная деформация бетона в рассматриваемой трубе выразится следующей зависимостью:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\sigma_s}^*(t) = & \frac{\sigma_{\sigma_s, \varphi_s}^*(t) - \nu_1 \sigma_{\sigma_s, r_s}(t)}{E(t)} - s(t) - \\ & - \int_{\tau_1}^t \left\{ \sigma_{\sigma_s, \varphi_s}^*(\tau) - \nu_1 \sigma_{\sigma_s, r_s}(\tau) \right\} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + c(t, \tau) \right] d\tau. \end{aligned} \quad (3.27)$$

С другой стороны, условие совместности деформаций будет:

$$v_{\sigma_s}^*(t)/r=b = v_{\sigma_s}^*(t) - \frac{\Delta}{2\pi}, \quad (3.28)$$

или

$$v_{\sigma_s}^*(t)/r=b = \frac{q_{\Delta s}^*(t) b^2}{E_a F_a} - \frac{\Delta}{2\pi}. \quad (3.29)$$

Здесь $q_{\Delta s}^*(t)$ есть радиальное усилие, возникающее между бетонным слоем и арматурой от предварительного натяжения последней, с учетом ползучести и усадки бетона.

Замечая, что

$$\varepsilon_{\sigma_s}^*(t) = \frac{v_{\sigma_s}^*(t)}{r}, \quad (3.30)$$

условие совместности деформаций (3.29) приведем к виду:

$$r\varepsilon_{\sigma_s}^*(t)/r=b = \frac{q_{\Delta s}^*(t) b^2}{E_a F_a} - \frac{\Delta}{2\pi}, \quad (3.31)$$

причем здесь, для простоты, принято $c \approx b$.

Подставляя в (3.31) значение радиальной деформации из (3.27) и пользуясь для $\sigma_{\sigma_s, \varphi_s}^*(t)$ и $\sigma_{\sigma_s, r_s}^*(t)$ соответствующими выражениями (3.1), получим:

$$\frac{q_{\Delta s}^*(t) b^2}{E_a F_a} - \frac{\Delta}{2\pi} = -bS_n(t) - \frac{b(1 - \nu_1 \ln \beta)}{E(t) \ln \beta} q_{\Delta s}^*(t) +$$

$$+ \frac{b(1 - \nu_1 \ln \beta)}{\ln \beta} \int_{\tau_1}^t q_{\Delta s}^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + c(t, \tau) \right] d\tau. \quad (3.32)$$

Произведя группировку подобных членов в соотношении (3.32) после некоторых преобразований будем иметь:

$$q_{\Delta s}^*(t) = \frac{F_s}{2\pi b^2} \cdot \frac{\Delta E_s}{1 + \lambda_1 m(t)} - \frac{E_s F_s S_n(t)}{b[1 + \lambda_1 m(t)]} + \lambda_1 E_s \int_{\tau_1}^t q_{\Delta s}^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + c(t, \tau) \right] \frac{d\tau}{1 + \lambda_1 m(t)}. \quad (3.33)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\beta = \frac{b}{a}, \quad m(t) = \frac{E_s}{E(t)}, \quad \lambda_1 = \frac{E_s (1 - \nu_1 \ln \beta)}{b \ln \beta} \quad (3.34)$$

Δ — начальная относительная деформация арматуры в момент освобождения ее от натяжных приспособлений $t = \tau_1$.

В первой части уравнения (3.33) сумма первых двух слагаемых представляет значение упруго-мгновенного усилия, возникшего между бетонным слоем трубы и арматурой от совместного действия предварительного натяжения и усадки без учета ползучести бетона. Обозначим это усилие так:

$$q_{\Delta s}(t) = \frac{F_s}{2\pi b^2} \cdot \frac{\Delta E_s}{1 + \lambda_1 m(t)} - \frac{E_s F_s S_n(t)}{b[1 + \lambda_1 m(t)]}. \quad (3.35)$$

Таким образом, задача определения величины усилия $q_{\Delta s}^*(t)$ возникающего между бетонным слоем и арматурой железобетонной трубы от воздействия предварительного напряжения с учетом ползучести и усадки бетона сводится к решению интегрального уравнения

$$q_{\Delta s}^*(t) = q_{\Delta s}(t) + \lambda_0 \int_{\tau_1}^t q_{\Delta s}^*(\tau) K(t, \tau) d\tau, \quad (3.36)$$

с ядром

$$K(t, \tau) = \frac{1}{1 + \lambda_1 m(t)} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + c(t, \tau) \right], \quad (3.37)$$

свободным членом

$$q_{\Delta s}(t) = \frac{F_s}{2\pi b^2} \cdot \frac{\Delta E_s}{1 + \lambda_1 m(t)} - \frac{E_s F_s S_n(t)}{b[1 + \lambda_1 m(t)]} \quad (3.38)$$

и параметром

$$\lambda_0 = \lambda_1 E_s, \quad (3.39)$$

где $\lambda_1 = \frac{F_s (1 - \nu_1 \ln \beta)}{b \ln \beta}$, $m(t) = \frac{E_s}{E(t)}$, $\beta = \frac{b}{a}$,

ν_1 — коэффициент Пуассона для бетона.

Для нахождения решения этих уравнений воспользуемся для $c(t, \tau)$ зависимостью (2.17).

Подставляя значение $c(t, \tau)$ из (2.17) в уравнение (3.36) и дифференцируя обе части полученного равенства по t , аналогичным образом, как в пункте 2^о, параграфа 2, находим:

$$[1 + \lambda_1 m(t)] q_{\Delta s}^*(t) = -\frac{E_a F_a}{b} S_n(t) - \lambda_1 E_a \gamma \varphi(t) q_{\Delta s}^*(t) + \\ + \gamma \lambda_1 E_a \int_{\tau_1}^t [\varphi'(\tau) + \gamma \varphi(\tau)] e^{-\gamma(t-\tau)} q_{\Delta s}^*(\tau) d\tau. \quad (3.40)$$

Но, из исходного уравнения (3.33), имеем

$$\lambda_1 E_a \int_{\tau_1}^t [\varphi'(\tau) + \gamma \varphi(\tau)] e^{-\gamma(t-\tau)} q_{\Delta s}^*(\tau) d\tau = \frac{E_a \Delta F_a}{2\pi b^2} - \frac{E_a F_a S_n(t)}{b} - \\ - [1 + \lambda_1 m(t)] q_{\Delta s}^*(t) + \lambda_1 E_a \int_{\tau_1}^t \left[\frac{m'(\tau)}{E_a} + \varphi'(\tau) \right] q_{\Delta s}^*(\tau) d\tau. \quad (3.41)$$

Подставляя значения этого интеграла в соотношение (3.40), получим:

$$[1 + \lambda_1 m(t)] q_{\Delta s}^*(t) + \gamma [1 + \lambda_1 m(t) + \lambda_1 E_a \varphi(t)] q_{\Delta s}^*(t) = \gamma \frac{F_a \Delta E_a}{2\pi b^2} - \\ - \frac{E_a F_a}{b} [S_n'(t) + \gamma S_n(t)] + \gamma \lambda_1 E_a \int_{\tau_1}^t \left[\frac{m'(\tau)}{E_a} + \varphi'(\tau) \right] q_{\Delta s}^*(\tau) d\tau. \quad (3.42)$$

Вторично дифференцируя это уравнение по t , находим

$$[1 + \lambda_1 m(t)] q_{\Delta s}^{**}(t) + \{\lambda_1 m'(t) + \gamma [1 + \lambda_1 m(t) + \lambda_1 E_a \varphi(t)]\} q_{\Delta s}^*(t) = \\ = -\frac{E_a F_a}{b} [S_n''(t) + \gamma S_n'(t)], \quad (3.43)$$

или, после деления обеих частей уравнения (3.43) на $[1 + \lambda_1 m(t)]$, окончательно приведем его к следующему виду:

$$q_{\Delta s}^{**}(t) + \left\{ \gamma + \lambda_1 \frac{m'(t) + \gamma E_a \varphi(t)}{1 + \lambda_1 m(t)} \right\} q_{\Delta s}^*(t) = -\frac{E_a F_a}{b} \cdot \frac{S_n''(t) + \gamma S_n'(t)}{1 + \lambda_1 m(t)}. \quad (3.44)$$

Таким образом, закон изменения во времени величины усилия $q_{\Delta s}^*(t)$ в железобетонных трубах определяется дифференциальным уравнением (3.44).

Для простоты, рассмотрим тот случай, когда в данной железобетонной трубе модуль упругости постоянен и равен E_a , а $c(t, \tau)$ и $S_n(t)$ определяются зависимостями (2.17) и (3.26).

В этом случае дифференциальное уравнение (3.44) для определения $q_{\Delta s}^*(t)$ примет следующий вид:

$$q_{\Delta s}^*(t) + \gamma \left[1 + \frac{\lambda_1 E_a \varphi(\tau_1)}{1 + \lambda_1 m} \right] q_{\Delta s}^*(t) = - \frac{E_a F_a}{b} \cdot \frac{S_n''(t) + \gamma S_n'(t)}{1 + \lambda_1 m(t)}. \quad (3.45)$$

Начальные условия для $q_{\Delta s}^*(t)$, согласно (3.33) и (3.40), будут:

$$q_{\Delta s}^*(\tau_1) = q_{\Delta s}(\tau_1) = \frac{F_a}{2\pi b^2} \cdot \frac{\Delta F_a}{1 + \lambda_1 m} - \frac{E_a F_a S_n(\tau_1)}{b [1 + \lambda_1 m]}$$

$$q_{\Delta s}^*(\tau_1) = - \frac{E_a F_a S_n(\tau_1)}{[1 + \lambda_1 m] b} - \frac{\gamma \lambda_1 E_a \varphi(\tau_1)}{1 + \lambda_1 m} q_{\Delta s}(\tau_1), \quad (3.46)$$

или замечая, что согласно (3.26)

$$S_n(\tau_1) = 0$$

$$S_n(\tau_1) = S_0 s e^{-s\tau_1},$$

получим:

$$q_{\Delta s}^*(\tau_1) = q_{\Delta s}(\tau_1) = \frac{F_a}{2\pi b^2} \cdot \frac{\Delta E_a}{1 + \lambda_1 m}$$

$$q_{\Delta s}^*(\tau_1) = - \frac{E_a F_a S_0 s e^{-s\tau_1}}{b (1 + \lambda_1 m)} - \frac{\gamma \lambda_1 E_a \varphi(\tau_1)}{1 + \lambda_1 m} q_{\Delta s}(\tau_1).$$

Пользуясь этими условиями решение дифференциального уравнения (3.45) можно написать в форме:

$$q_{\Delta s}^*(t) = q_{\Delta s}(\tau_1) - \int_{\tau_1}^t e^{-\gamma \int_{\tau_1}^z \left[1 + \frac{\lambda_1 E_a}{1 + \lambda_1 m} \varphi(z) \right] dz} \left\{ \frac{E_a F_a S_n(\tau_1)}{[1 + \lambda_1 m] b} + \right.$$

$$\left. + \frac{\gamma \lambda_1 E_a \varphi(\tau_1)}{1 + \lambda_1 m} q_{\Delta s}(\tau_1) + \right.$$

$$\left. + \frac{E_a F_a}{b (1 + \lambda_1 m)} \int_{\tau_1}^z [S_n''(z) + \gamma S_n'(z)] e^{-\gamma \int_{\tau_1}^y \left[1 + \frac{\lambda_1 E_a}{1 + \lambda_1 m} \varphi(y) \right] dy} dz \right\} d\tau. \quad (3.47)$$

Подставляя в выражение (3.47) значение $\varphi(\tau) = \frac{A_1}{\tau} + C_0$ и $S_n(t) = S_0 [e^{-s\tau_1} - e^{-st}]$, и произведя некоторые квадратуры, получим:

$$q_{\Delta s}^*(t) = q_{\Delta s}(\tau_1) - \frac{E_a}{1 + \lambda_1 m} \left[\frac{F_a S_0 s}{b} e^{-s\tau_1} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \gamma \lambda_1 \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) q_{\Delta s}(\tau_1) \left] e^{r\tau_1} \tau_1^p \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau - \right. \\
& \left. - \frac{E_a F_a S_0 s (\gamma - s)}{b(1 + \lambda_1 m)} \int_{\tau_1}^t e^{-r\tau} \tau^{-p} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} e^{(r-s)z} z^p dz, \quad (3.48)
\end{aligned}$$

$$\text{где } p = \frac{A_1 \gamma \lambda_1 E_a}{1 + \lambda_1 m}, \quad r = \gamma \left(1 + \frac{\lambda_1 E_a C_0}{1 + \lambda_1 m} \right).$$

Для получения в замкнутом виде расчетных формул, удобных для практического применения, оценим выражение (3.48) сверху и снизу аналогичным путем, как в параграфе 2.

Для этого, предварительно проинтегрировав по частям двойной интеграл в правой части выражения (3.48) и пользуясь зависимостью (2.33), приведем это выражение к следующему виду:

$$\begin{aligned}
q_{\Delta s}^*(t) = & q_{\Delta s}(\tau_1) - \frac{E_a}{1 + \lambda_1 m} \left[\frac{S_0 s F_a}{b} + \right. \\
& + \gamma \lambda_1 \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) q_{\Delta s}(\tau_1) \left] e^{r\tau_1} \tau_1^p \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau - \\
& - \frac{E_a F_a S_0 s (\gamma - s)}{r b (1 + \lambda_1 m)} \left\{ t^{-p} \int_{\tau_1}^t e^{-s\tau} \tau^p d\tau - t^{-p} e^{-r\tau} \int_{\tau_1}^t e^{(r-s)\tau} \tau^p d\tau + \right. \\
& + p \int_{\tau_1}^t \frac{d\tau}{\tau^{1+p}} \int_{\tau_1}^{\tau} e^{-sz} z^p dz - p \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau^{1+p}} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} e^{(r-s)z} z^p dz. \quad (3.49)
\end{aligned}$$

Интегрируя по частям предпоследний интеграл в соотношении (3.49), после соответствующих сокращений получим:

$$\begin{aligned}
q_{\Delta s}^*(t) = & q_{\Delta s}(\tau_1) - \frac{E_a e^{r\tau_1} \tau_1^p}{1 + \lambda_1 m} \left[\frac{S_0 s F_a e^{-s\tau_1}}{b} + \right. \\
& + \gamma \lambda_1 \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) q_{\Delta s}(\tau_1) \left] \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau - \frac{S_0 s (\gamma - s) E_a F_a}{r b (1 + \lambda_1 m)} \left\{ \int_{\tau_1}^t e^{-s\tau} d\tau - \right. \\
& \left. t^{-p} e^{-rt} \int_{\tau_1}^t e^{(r-s)\tau} \tau^p d\tau - p \int_{\tau_1}^t \frac{e^{-r\tau}}{\tau^{1+p}} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} e^{(r-s)z} z^p dz. \quad (3.50)
\end{aligned}$$

Оценим теперь это выражение сверху и снизу в том случае, когда $\gamma - s > 0$. Обозначив значение $q_{\Delta s}^*(t)$ с избытком через $\bar{q}_{\Delta s}^*(t)$, а с недостатком — через $\underline{q}_{\Delta s}^*(t)$ и пользуясь неравенством (2.36), будем иметь:

$$\begin{aligned} \bar{q}_{\Delta s}^*(t) = & q_{\Delta s}(\tau_1) - \frac{E_a e^{r\tau_1} \tau_1^p}{1 + \lambda_1 m} \left[\frac{S_0 s F_a e^{-s\tau_1}}{b} + \right. \\ & \left. + \gamma \lambda_1 \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) q_{\Delta s}(\tau_1) \right] \int_{\tau_1}^1 \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau - \\ & - \frac{S_0 s (\gamma - s) E_a F_a}{r b (1 + \lambda_1 m)} \left\{ \int_{\tau_1}^1 e^{-s\tau} d\tau - \left(\frac{\tau_1}{t} \right)^p e^{-rt} \int_{\tau_1}^1 e^{(r-s)z} dz - \right. \\ & \left. - p \tau_1^p \int_{\tau_1}^1 \frac{e^{-r\tau}}{\tau^{1+p}} d\tau \int_{\tau_1}^z e^{(r-s)z} dz \right\}. \end{aligned} \quad (3.51)$$

или

$$\begin{aligned} \underline{q}_{\Delta s}^*(t) = & q_{\Delta s}(\tau_1) - \frac{E_a e^{r\tau_1} \tau_1^p}{1 + \lambda_1 m} \left[\frac{S_0 s F_a e^{-s\tau_1}}{b} + \right. \\ & \left. + \gamma \lambda_1 \left(\frac{A_1}{\tau_1} - C_0 \right) q_{\Delta s}(\tau_1) \right] \int_{\tau_1}^1 \frac{e^{-s\tau}}{\tau} d\tau - \\ & - \frac{S_0 s (\gamma - s) E_a F_a}{r b (1 + \lambda_1 m)} \left\{ \frac{e^{-s\tau_1} - e^{-st}}{s} - \left(\frac{\tau_1}{t} \right)^p \frac{e^{-st} - e^{-rt + (r-s)\tau_1}}{r - s} - \right. \\ & \left. - \frac{p \tau_1^p}{r - s} \int_{\tau_1}^1 \left[e^{-s\tau} - e^{-r\tau + (r-s)\tau_1} \right] \frac{d\tau}{\tau^{1+p}} \right\}. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Интегрируя по частям последний интеграл в выражении (3.52), после группировки найдем:

$$\begin{aligned} \underline{q}_{\Delta s}^*(t) = & q_{\Delta s}(\tau_1) \frac{E_a e^{r\tau_1} \tau_1^p}{1 + \lambda_1 m} \left[\gamma \lambda_1 \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) q_{\Delta s}(\tau_1) + \right. \\ & \left. + \frac{S_0 s (r - \gamma) F_a}{b(r - s)} e^{-s\tau_1} \right] \int_{\tau_1}^1 \frac{e^{-r\tau}}{\tau^p} d\tau - \frac{S_0 s (\gamma - s) E_a F_a}{r b (1 + \lambda_1 m)} \left\{ \frac{e^{-s\tau_1} - e^{-st}}{s} + \right. \end{aligned}$$

$$+ \frac{\tau_1^p s}{r-s} \int_{\tau_1}^1 \frac{e^{-s\tau}}{\tau} d\tau \Big\}. \quad (3.53)$$

Пользуясь обозначением для функции влияния $\Phi(\xi, \rho)$, выражение (3.53) окончательно запишем в виде:

$$\begin{aligned} \bar{q}_{\Delta s}^*(t) = q_{\Delta s}(\tau_1) - \frac{E_a e^{-r\tau_1} \tau_1^p r^{p-1}}{1 + \lambda_{1m}} \left[\gamma \lambda_1 \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) q_{\Delta s}(\tau_1) + \right. \\ \left. + \frac{S_0 s (r-\gamma) F_a e^{-s\tau_1}}{b(r-s)} \right] \left[\Phi(rt, \rho) - \Phi(r\tau_1, \rho) \right] - \frac{S_0 (\gamma-s) E_a F_a}{rb(1 + \lambda_{1m})} \left\{ e^{-s\tau_1} - \right. \\ \left. - e^{-st} + \frac{\tau_1^p s^{p+1}}{r-s} [\Phi(st, \rho) - \Phi(s\tau_1, \rho)] \right\}. \quad (3.54) \end{aligned}$$

Аналогичным путем, из соотношения (3.50), находим

$$\begin{aligned} \bar{q}_{\Delta s}^*(t) = q_{\Delta s}(\tau_1) - \frac{E_a e^{-r\tau_1} \tau_1^p r^{p-1}}{1 + \lambda_{1m}} \left[\gamma \lambda_1 \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_0 \right) q_{\Delta s}(\tau_1) + \right. \\ \left. + \frac{S_0 s F_a e^{-s\tau_1}}{b} \right] \cdot [\Phi(rt, \rho) - \Phi(r\tau_1, \rho)] - \frac{S_0 (\gamma-s) E_a F_a}{rb(1 + \lambda_{1m})} \left\{ (r-s) e^{-s\tau_1} - \right. \\ \left. - r e^{-st} + s e^{-rt + (r-s)\tau_1} - ps [E_i(-st) - E_i(-s\tau_1)] + \right. \\ \left. + ps e^{(r-s)\tau_1} [E_i(-rt) - E_i(-r\tau_1)] \right\}. \quad (3.55) \end{aligned}$$

После того, как верхняя и нижняя грани величины усилия $q_{\Delta s}^*(t)$ определены по формулам (3.54) и (3.55), значения проектных предварительных напряжений $\sigma_{\sigma\varphi, s}^*(t)$ и $\sigma_{a\varphi, s}^*(t)$ в железобетонной трубе с учетом ползучести и усадки бетона определяются по формулам (3.1) и (3.2).

В заключение отметим, что задачу по определению напряжений в железобетонной трубе от совместного действия внешней нагрузки и предварительного натяжения арматуры с учетом ползучести и усадки бетона можно решить таким же путем, как и в случае изгибаемых железобетонных элементов, приведенном в § 2 настоящей работы.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Фрайфельд С. Е.—Собственные напряжения в железобетоне, 1941.
2. Михайлов В. В.—Непрерывное армирование предварительно напряженных конструкций. Сборник статей „Предварительно напряженные железобетонные конструкции“, Стройиздат, 1947.
3. Михайлов В. В.—Опыты определения трещиностойчивости напряженно-армированных центрифугированных балок. Сборник статей „Предварительно напряженные железобетонные конструкции“, Стройиздат, 1947.
4. Гвоздев А. А.—Усиление железобетонной оболочки с применением предварительно напряжения арматуры. Там же.
5. Пастернак П. Л.—Предварительно напряженные железобетонные конструкции, Там же.
6. Коровкин А. П.—Расчет железобетонных предварительно напряженных элементов на изгиб, Там же.
7. Фрайфельд С. Е. и Ратц Э. Г.—Расчет предварительно напряженных железобетонных элементов. Там же.
8. Ратц Э. Г.—Предварительно напряженные железобетонные резервуары. Стройиздат, 1948.
9. Дмитриев С. А.—Усадка и ползучесть центробежного бетона в предварительно напряженных железобетонных элементах. Сборник статей „Предварительно напряженные железобетонные конструкции“, Стройиздат, 1947.
10. Друтюнин Н. Х.—Некоторые задачи теории расчета железобетонных элементов с учетом ползучести и усадки бетона. Труды ЕрПИ, № 4, 1950.

Ն. Խ. Հարությունյան

ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՄԱՐՈՒՄԸ ՆԱԽԱՊԵՍ ԶԳՎԱԾ ԱՐՄԱՏՈՒՐԱՅՈՎ
ԵՐԿԱՔԱԲԵՏՈՆ ԷԼԵՄԵՆՏՆԵՐՈՒՄ՝ ԲԵՏՈՆԻ ՍՈՂՔԻ ԵՎ ԿՄԿՍԱՆ
ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՏԱԿ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Աշխատությունը մեջ հետազոտված է նախնական լարումներ ունեցող բնական կառուցվածքների լարված վիճակը:

Նման կառուցվածքների իրականացման դեպքում՝ արմատության ձեռքման միջոցով բևտոնում նախնական սեղմում առաջացնելու շնորհիվ սաացվում է կառուցվածքի սեփական բաշի իջեցում:

Այս ախյի կառուցվածքների համար պահանջվում են հաշվարկի նոր եղանակներ:

Նախնական լարումներ ունեցող երկաթարևտոն կոնստրուկցիաներում բևտոնի կծկման ազդեցությունից բացի արմատության ձգումը վերացնելուց հետո առաջ են դալլա նաև սեփական լարումներ: Ժամանակի ընթացքում այդ լարումները բևտոնի սողքի և կծկման ազդեցության տակ ենթարկվում են անբնդհատ փոփոխման: Այդ պատճառով նախնական լարումներ ունեցող երկաթարևտոն կոնստրուկցիաների աշխատանքի լրիվ և բազմակողմանի ուսումնասիրություն համար անհրաժեշտ է իմանալ նաև նրանց սեփական լարումների փոփոխման օրենքը՝ ժամանակից կախված:

