

А. М. Мхитарян

**Фильтрация воды через земляные плотины на непроницаемых основаниях с водой в нижнем бьефе.**

Разработанный нами способ расчета фильтрации воды через земляные плотины на водоупоре является частным случаем нашей работы\*, в которой излагается общее решение фильтрации через плотину, осуществленные на водопроницаемом основании.

Приведем систему фильтрационных уравнений из страницы 296 нашей работы\* и толщину проницаемого слоя  $T$  в ней приравняем нулю. Эти уравнения следующие:

$$\left. \begin{aligned} \frac{q}{k} &= \frac{H-h}{g_1} \ln \frac{1,1H+T}{1,1H-h} & (1) \\ \frac{q}{k} l &= T(h-h_0) + \frac{h^2-h_0^2}{2} & (2) \\ \frac{q}{k} &= \frac{h_0-a_0}{g_2} \ln \frac{h_0+T}{h_0-A_0} \cdot e \cdot \cos \alpha_1 & (3) \\ l &= L_{пл} - 1,1 mH - m, h_0 & (4) \end{aligned} \right\} I$$

После подстановки в них  $T=0$  получим:

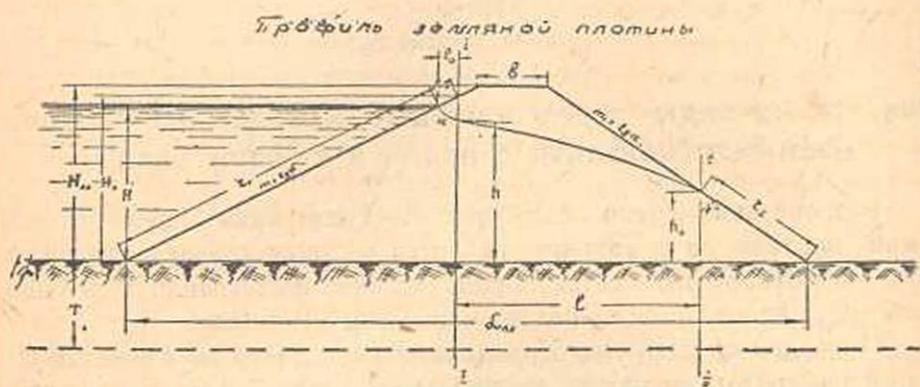
$$\left. \begin{aligned} \frac{q}{k} &= \frac{H-h}{g_1} \ln \frac{1,1H}{1,1H-h} & (1') \\ \frac{q}{k} l &= \frac{h^2-h_0^2}{2} & (2') \\ \frac{q}{k} &= \frac{h_0-a_0}{g_2} \ln \frac{h_0}{h_0-A_0} \cdot e \cdot \cos \alpha_1 & (3') \\ l &= L_{пл} - 1,1 mH - m, h_0 & (4') \end{aligned} \right\} II$$

\* А. М. Мхитарян—Фильтрация воды через земляные плотины на проницаемых основаниях с водой в н. б. Известия АН Арм. ССР (физ.-мат., техн. науки), 289, 1948.

Неизвестными величинами в полученной системе уравнений, как и ранее, являются: удельный расход— $q$ , входная ордината кривой депрессии— $h$ , выходная ордината— $h_0$ , расстояние между сечениями I—I и II—II—I, а

$$g_1 = \frac{2\pi\alpha}{360} \quad \text{и} \quad g_2 = \frac{2\pi\alpha_1}{360^0}$$

Значения остальных величин даны на чертеже 1.



Черт. 1.

### Решение фильтрационных уравнений

Несколько упростим полученную систему: значение 1 из уравнения 4 подставим в 2; получим:

$$\frac{q}{k} = \frac{H-h}{g_1} \ln \frac{1,1H}{1,1H-h} \quad (1')$$

$$\frac{q}{k} (L_{na} - 1,1mH - m_1 h_0) = \frac{h_2 - h_0^2}{2} \quad (2') \quad \text{III}$$

$$\frac{q}{k} = \frac{h_0 - a_0}{g_2} \ln \frac{h_0}{h_0 - A_0} \cdot \cos \alpha_1 e \quad (3')$$

Данные уравнения обычным путем совместно не решаются. Решим их путем номографирования, т. е. составим таблицы, по которым построим графики.

Для этого выразим компоненты расчетных величин в долях от напора  $H$ , введя следующие обозначения:

$$\frac{h}{H} = \bar{h}, \quad \frac{h_0}{H} = \bar{h}_0, \quad \frac{q}{kH} = \bar{q}, \quad \frac{L_{na} - 1,1mH}{H} = L, \quad \frac{a_0}{H} = \bar{a}_0$$

Подставив новые переменные в систему III, получим:

$$\bar{q} = \frac{1-\bar{h}}{g_1} \ln \frac{1,1}{1,1-\bar{h}} \quad (1'')$$

$$\bar{q} (\bar{L} - m_1 \bar{h}_0) = \frac{\bar{h}^2 - \bar{h}_0^2}{2} \quad (2'')$$

$$\bar{q} = \frac{h_0 - \bar{a}_0}{g_2} \ln \frac{\bar{h}_0 \cdot \text{Cos} \alpha_1 \cdot e}{h_0 - \bar{a}_0} \quad (3'')$$

IV

Эта система имеет два преимущества перед предыдущей: здесь меньше компонентов и все они не имеют размерности, что облегчает номографирование.

В уравнении (1'') неизвестными величинами являются только  $\bar{q}$  и  $\bar{h}$ . Что касается величины  $g_1$ , то она зависит от угла заложения верхового откоса, т. е. от  $\alpha$  или  $m$ .

В уравнении (2'') неизвестными величинами являются  $\bar{q}$ ,  $\bar{h}$ ,  $\bar{h}_0$ ,  $L$  и  $m$  — известны для данного профиля плотины.

В уравнении (3'') неизвестными величинами являются  $\bar{q}$  и  $\bar{h}_0$ ;  $g_2$  — зависит от величины заложения низового откоса  $m_1$ ,

$\bar{a}_0$  — приведенная глубина воды в нижнем бьефе.

В таблице I приведены численные значения  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $\text{Cos} \alpha$  и  $\text{Cos} \alpha_1$ , для употребляемых на практике величин заложения откосов.

Таблица I.

Для определения параметров фильтрационных уравнений, зависящих от заложения откосов плотины.

Заложения откосов $m$ (или $m_1$ )	Угол $\alpha$ (или $\alpha_1$ )	$g_1$ или $g_2$	$\text{Cos} \alpha$ (или $\text{Cos} \alpha_1$ )
2,0	63°26	1,107	0,447
2,25	63°21	1,152	0,4062
2,50	68°12	1,190	0,3714
2,75	70°11	1,222	0,3417
3,0	71°34	1,249	0,3162
3,25	72°54	1,272	0,2940
3,50	74°31	1,292	0,2748
3,75	75°41	1,310	0,2577
4,0	75°58	1,326	0,2425
4,5	77°28	1,352	0,2170
5,0	78°41	1,373	0,1962

Проследим ход построения расчетных графиков для стандартных профилей с откосами:

$$m=3,0 \quad m_1=2,5$$

$$m=2,5 \quad m_1=2,0$$

При  $m=3,0$  и  $m_1=2,5$  из таблицы 1 имеем:

$$\bar{g}_1=1,249, \quad g_2=1,19, \quad \text{Cos}\alpha=0,3162, \quad \text{Cos}\alpha_1=0,3714$$

Подставляя значения  $\bar{g}_1$  в уравнение (1'') системы IV и заменяя натуральный логарифм десятичным, получим:

$$\bar{q}=1,842 (1-\bar{h}) \lg \frac{1,1}{1,1-\bar{h}}, \quad \text{т. е.} \quad \bar{q}=f(\bar{h})$$

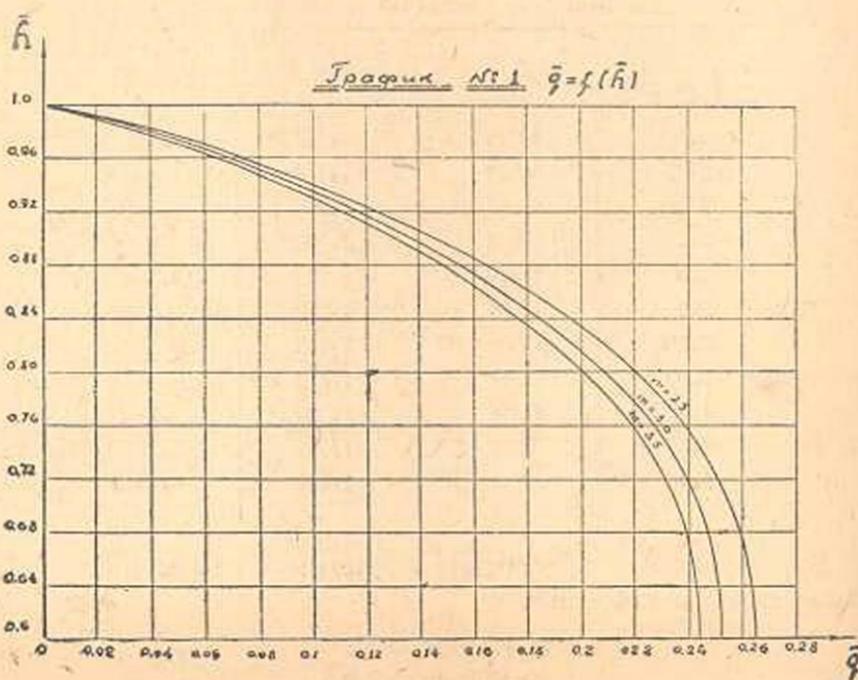
Аналогичная зависимость  $\bar{q}=f(\bar{h})$  получается и для остальных принятых профилей.

Задаемся рядом значений  $\bar{h}$  и определяем  $\bar{q}$ . Расчеты сводим в таблицу 2.

Таблица 2.

$\bar{h}$	$\bar{q}$	$\bar{q}$	$\bar{q}$
	$m=3,5$	$m=3,0$	$m=2,5$
0,95	0,976	0,08	0,084
0,90	0,132	0,137	0,144
0,85	0,172	0,181	0,187
0,80	0,201	0,208	0,219
0,75	0,222	0,230	0,241
0,70	0,231	0,244	0,256
0,60	0,245	0,253	0,266

По составленной таблице строится график 1.  $\bar{q}=f(\bar{h})$



Подставляя значения  $g_2$  и  $\cos \alpha$ , в уравнение (3'') системы IV и заменяя натуральный логарифм десятичным, получим:

$$\bar{q} = 1,941 (\bar{h}_0 - \bar{a}_0) \lg 1,009 \frac{\bar{h}_0}{\bar{h}_0 - \bar{a}_0} = 1,941 (\bar{h}_0 - \bar{a}_0) \lg \frac{\bar{h}_0}{\bar{h}_0 - \bar{a}_0},$$

т. е.  $\bar{q} = f(\bar{h}_0, \bar{a}_0)$ .

Задаваясь одним значением  $\bar{h}_0$  и рядом значений  $\bar{a}_0$ , определяем  $\bar{q}$ , по которому, пользуясь таблицей 2 или графиком 1, определяем  $\bar{h}$ .

По значениям  $\bar{h}$  и  $\bar{h}_0$  из уравнения (2''), приводимого к виду:

$$\bar{L} = \frac{\bar{h}^2 - \bar{h}_0^2}{2\bar{q}} + m_1 \bar{h}_0$$

определяется  $\bar{L}$ .

Аналогично поступаем и для остальных двух профилей плотины. Расчеты сводим в таблицу 3.

$m=3,0 \quad m_1=2,5$

$\bar{q}=f(\bar{h}_0, \bar{a}_0)$

Таблица 3.

$\bar{h}_0=0,2$				$\bar{h}_0=0,25$			
$\bar{a}_0$	$\bar{q}$	$\bar{h}$	$\bar{L}$	$\bar{a}_0$	$\bar{q}$	$\bar{h}$	$\bar{L}$
0,05	0,0359	0,977	13,23	0,05	0,0376	0,975	12,42
0,1	0,0588	0,965	8,07	0,10	0,0639	0,955	7,26
0,15	0,0578	0,962	5,62	0,15	0,0772	0,950	6,06
0,075	0,0496	0,975	9,67	0,20	0,0671	0,960	7,02
0,125	0,062	0,965	7,58	0,075	0,052	0,37	9,065
0,175	0,0452	0,98	10,68	0,125	0,0486	0,975	9,755
				0,175	0,0763	0,95	6,125

$\bar{h}_0=0,3$				$\bar{h}_0=0,4$			
$\bar{a}_0$	$\bar{q}$	$\bar{h}$	$\bar{L}$	$\bar{a}_0$	$\bar{q}$	$\bar{h}_0$	$\bar{L}$
0,05	0,0354	0,980	13,04	0,05	0,0438	0,975	10,03
0,10	0,0691	0,960	0,80	0,10	0,0721	0,950	6,14
0,15	0,0879	0,959	5,35	0,15	0,0990	0,935	4,64
0,20	0,0926	0,940	5,08	0,20	0,1176	0,920	3,9
0,25	0,0747	0,952	6,21	0,25	0,1230	0,915	3,75
				0,30	0,1169	0,91	3,85
				0,35	0,0867	0,923	4,99

$m=2,5 \quad m_1=20, \quad \bar{q}=f(\bar{h}_0, \bar{a}_0)$

$\bar{h}_0=0,2$				$\bar{h}_0=0,25$			
$\bar{a}_0$	$\bar{q}$	$\bar{h}$	$\bar{L}$	$\bar{a}_0$	$\bar{q}$	$\bar{h}$	$\bar{L}$
0,05	0,0699	0,965	6,77	0,05	0,082	0,955	5,67
0,10	0,0838	0,952	5,56	0,10	0,0999	0,942	4,62
0,15	0,0726	0,960	6,4	0,15	0,1035	0,94	4,46
				0,20	0,083	0,955	5,62

$\bar{h}_0=0,3$				$\bar{h}_0=0,4$			
$\bar{a}_0$	$\bar{q}$	$\bar{h}$	$L$	$\bar{a}_0$	$\bar{q}$	$\bar{h}$	$L$
0,05	0,0933	0,949	4,94	0,05	0,1199	0,925	3,7
0,10	0,1331	0,915	3,4	0,10	0,1398	0,905	3,15
0,15	0,1457	0,92	4,59	0,15	0,1581	0,89	0,79
0,20	0,1199	0,925	3,79	0,20	0,1676	0,875	2,60
0,25	0,0912	0,94	4,95	0,25	0,1634	0,88	2,2
				0,30	0,1459	0,90	3,02
				0,35	0,1042	0,94	4,27

По составленной таблице строятся графики 2 а и 2 б  $\bar{h}=f(\bar{L})$  для постоянных  $\bar{a}_0$  и графики 3 а и 3 б  $\bar{a}_0=f(\bar{L})$  для постоянных  $\bar{h}_0$ .

Для практического пользования графиками решается обратная задача, что видно на простом примере. Для иллюстрации ниже приводится один пример и решение.

*Пример:* Даны: Напор  $H=10$  м; откосы  $m=3,0$ ,  $m_1=2,5$ ; глубина нижнего бьефа  $a_0=2,0$  м; длина плотины по низу  $L_{пл}=74$  м. коэффициент фильтрации  $K=0,002$  м/сек.

*Требуется:* найти элементы кривой депрессии: входная ордината  $\bar{h}$ , выходная ордината  $\bar{h}_0$ , расстояние между двумя отдельными сечениями  $l$  и расход  $q$ .

*Решение:* Приведенная длина  $L$  равна.

$$\bar{L} = \frac{L_{пл} - 1,1 m H}{H} = \frac{74 - 1,1 \cdot 3 \cdot 3}{10} = 4,1$$

Приведенная глубина в нижнем бьефе  $\bar{a}_0$  равна

$$\bar{a}_0 = \frac{a_0}{H} = \frac{2}{10} = 0,2$$

При  $\bar{L}=4,1$  и  $\bar{a}_0=0,2$  по графику № 2 находим  $\bar{h}=0,9255$ .

При  $\bar{h}=0,9255$  и  $m=3$  по графику № 1 находим  $\bar{q}=0,1$ . Фильтрационный расход будет  $q=\bar{q} \cdot H \cdot K=0,1 \cdot 10 \cdot 0,002=0,002$  м<sup>3</sup>/сек.  $q=0,002$  м<sup>3</sup>/сек.

При  $\bar{a}_0=0,2$  и  $\bar{L}=4,1$  и  $m_1=2,5$  по графику № 3 находим  $\bar{h}_0=0,32$ .

Выходная ордината будет

$$h_0 = \bar{h}_0 \cdot H = 0,32 \cdot 10 = 3,2 \text{ м.}$$

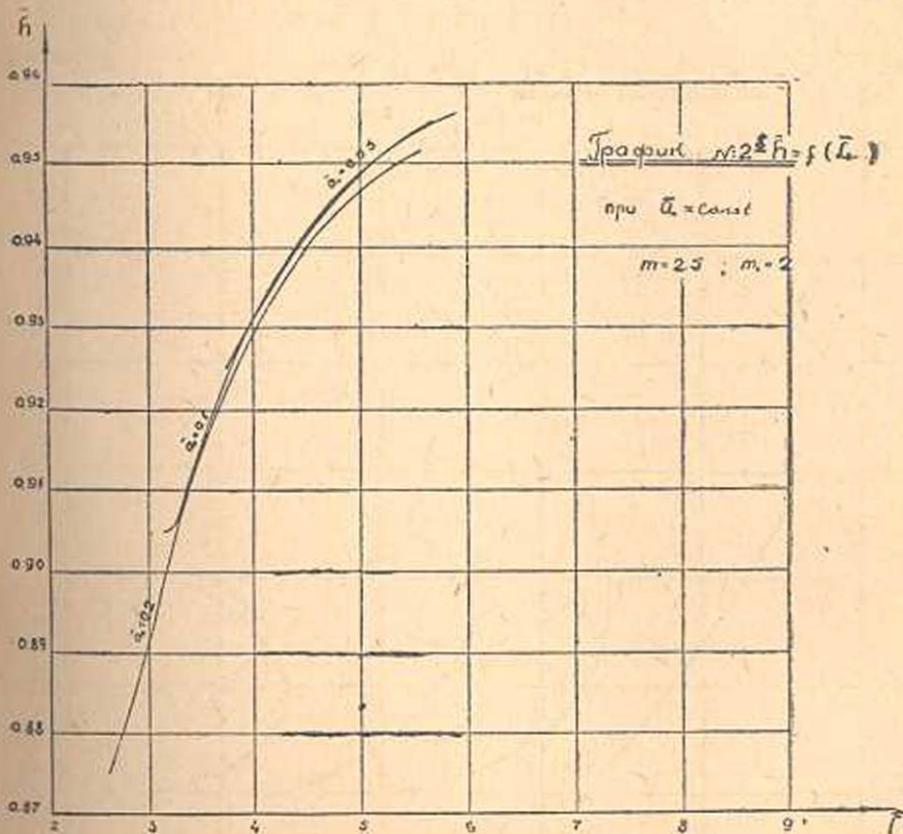
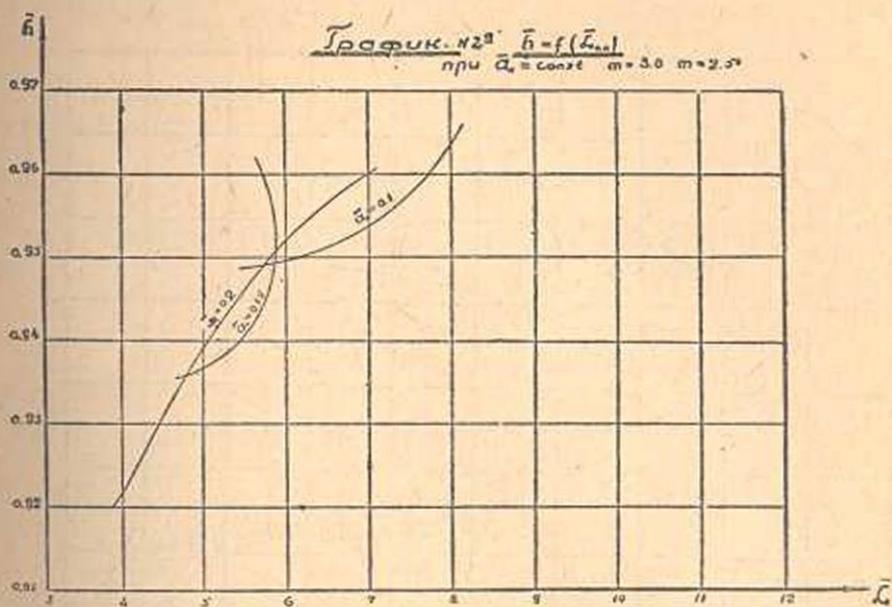
$$h_0 = 3,2 \text{ м.}$$

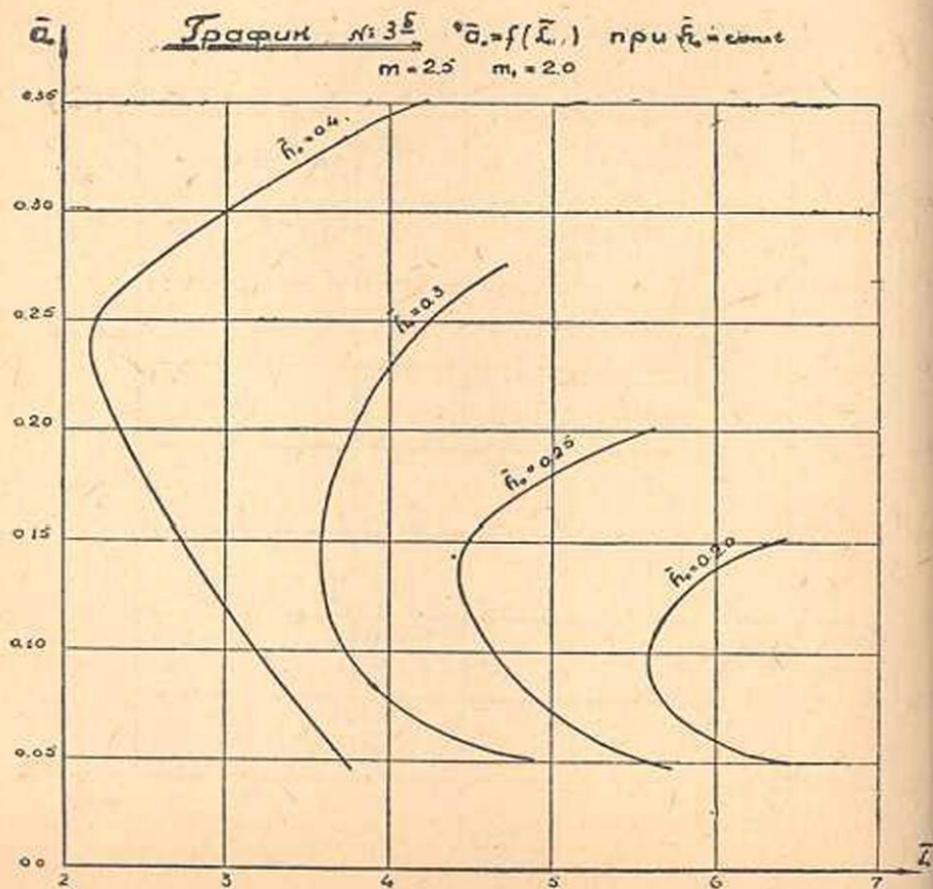
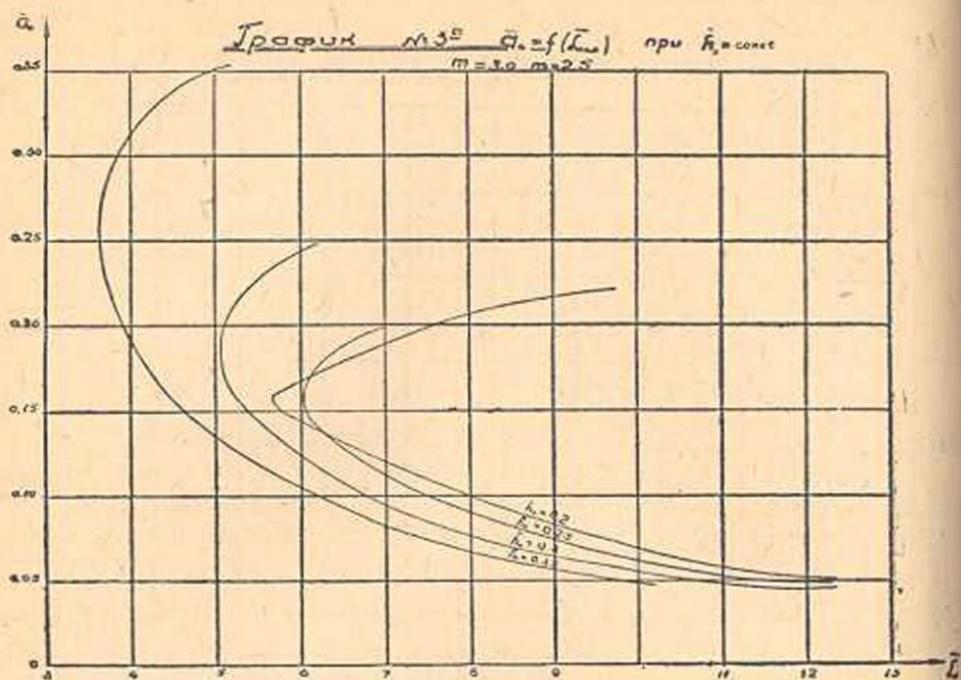
Значение  $l$  находим по формуле

$$l = L_{пл} - 1,1 m H - m_1 h_0 = 74 - 1,1 \cdot 3 \cdot 10 - 2,5 \cdot 3,2 = 33 \text{ м.}$$

$$l = 33 \text{ м.}$$

Кривую депрессии в средней части можно построить по формуле (2) системы I.





Из примера видно, что производственники предельно просто могут пользоваться данным решением.

Водно-Энергетический Институт  
Академии Наук Армянской ССР.

**Ա. Մ. Մխիթարյան**

**ՖԻԼՏՐԱՑԻԱՆ ՋՐԱԱՆՔԱՓԱՆՑ ՀԻՄՔԵՐԻ ՎՐԱ ԳՏՆՎՈՂ  
ՀՈՂԱՅԻՆ ՊԱՏՎԱՐՆԵՐԻ ՄԱՐՄՆՈՎ**

**Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ**

Հողվածում հեղինակը տալիս է ջրաանթափանց հիմքերի վրա դանվող հողային պատվարների մարմնով կատարվող ֆիլտրացիոն հաշվարկը:

Ֆիլտրացիոն հավասարումները հեղինակն ստացել է իր նախորդ աշխատանքի ընդհանուր հավասարումներից, նրանց դիտելով որպես մասնավոր դեպք, ընդունելով  $T=0$  (ջրաթափանց չեքաք= $0$ ):

Ստացված է չորս հավասարում՝ չորս անհայտով, որոնց լուծումը սովորական եղանակով անհնարին է, չնայած նրանց պարզությանը: Ուստի լուծումը տրվում է գրաֆիկորեն, ադյուտակ և նոմոգրամա կազմելով:

Հողվածի վերջում բերված է մի օրինակ, որը ցույց է տալիս առաջարկվող լուծման միանգամայն պարզ և մատչելի լինելը՝ արտադրություն մեջ օգտագործելու համար: