

В. А. Веников

Основные положения теории физического моделирования энергетических систем и их оборудования

1. Введение

Теория подобия и моделирования—это теория эксперимента, дающая правильный подход к постановке опытов в натуре и на моделях, обработке опытных данных и распространению результатов, полученных аналитически или экспериментально, на другие объекты. Отсюда ясно значение этой теории, являющейся связующим звеном между аналитическими и экспериментальными методами изучения явлений.

Широкое внедрение методов подобия и моделирования в гидродинамику, аэродинамику в теорию теплообмена, имевшее место за последние 10—15 лет в связи с работами советских ученых и особенно работами академика М. В. Кирпичева и его школы, дало блестящие результаты при решении практических задач теплотехники.

Увеличение мощности электрических систем и установок и усложнение их приводит к тому, что в последнее время применение теории подобия и моделирования в электротехнике также становится все более и более актуальным. Однако, эти методы все еще мало известны электротехникам.

Настоящая работа должна восполнить этот пробел, изложив теоретические обоснования и показав некоторые практические приложения.

2. Виды физического подобия и основные теоремы

Физические процессы могут считаться подобными, если в сходственные моменты времени в сходственных точках пространства значения переменных величин одной системы пропорциональны соответственным переменным величинам другой системы. Любое явление можно характеризовать критериями подобия—безразмерными комбинациями физических величин.

Установить функциональную зависимость между критериями подобия обычно легче, чем между физическими величинами. Установив же соотношения между критериями подобия (критериальные

уравнения), легко перейти и к соотношениям между физическими величинами.

Критерии подобия являются инвариантами, характеризующими целую группу подобных явлений. Приемы, вытекающие из теории подобия, часто позволяют получить практически исчерпывающую характеристику явления без интегрирования уравнений. Существует два различных вида подобия и моделирования:

Физическое — при физически одинаковых процессах: сходственные величины в этом случае имеют одинаковую физическую природу.

Математическое (аналогиями) — при процессах, физически различных, но характеризуемых одинаковой системой уравнений; сходственные величины в этом случае имеют различную физическую природу.

Математическое моделирование имеет своей целью решение уравнений и возможно только при наличии уравнений, составленных на основе определенных допущений и преобразования к удобному для решения виду.

Физическое моделирование имеет своей целью нахождение или уточнение законов происходящих процессов, проверку теории критерием практики.

Теория подобия, вскрывая зависимость качественной стороны явления от его количественной стороны, позволяет вполне закономерно изменить размеры объекта исследования.

При физическом моделировании нахождение критериев подобия легко осуществляется как для линейных, так и для нелинейных процессов. Оно может быть произведено на основе общих уравнений, неприемлемых для решения на математической модели. Сочетая приемы анализа размерностей и эксперимента, можно определить критерии подобия и без составления уравнений.

Методы физического и математического моделирования не могут рассматриваться как противоречащие друг другу: экспериментальное изучение облегчается физическим моделированием, помогающим довести теоретические исследования до вывода дифференциальных уравнений, описывающих явления. Трудности, возникающие при интегрировании этих уравнений, облегчаются математическим моделированием.*

Теория физического подобия базируется на трех основных теоремах:

* В построении расчетных математических моделей и интеграторов советскими учеными и инженерами сделаны большие успехи. За разработку расчетной модели удостоены Сталинской премии канд. техн. наук Д. И. Азарьев, проф. П. С. Жданов, проф. А. М. Федосеев. Проф. Л. И. Гутенмахер, канд. техн. наук Н. В. Корольков, канд. техн. наук Б. А. Волюнский и В. П. Лебедев удостоены Сталинской премии за разработку электроинтегратора.

Значительный интерес представляет нелинейный нагрузочный элемент, раз-

первая теорема (Ньютона) утверждает, что подобные явления имеют одинаковые критерии подобия;

вторая теорема, называемая иногда Пи-теоремой* утверждает, что всякое явление можно характеризовать некоторыми безразмерными комбинациями физических величин, участвующих в этом явлении (критериями подобия).

Третья теорема (Кирпичева-Гухмана) устанавливает, что для подобия явлений необходимо и достаточно иметь подобные условия однозначности и одинаковые определяющие критерии подобия. Общее доказательство этой теоремы дано Кирпичевым и Конаковым на основе теории непрерывных групп Ли. Существенное значение для моделирования электрических систем имеют следующие положения:

1. Сложные системы, составленные из систем, соответственно подобных в отдельности, подобны и в целом, если соответственно подобны их общие элементы (подобие граничных условий).

2. Условия подобия, справедливые для линейных систем, могут быть распространены и на нелинейные системы при дополнительном условии—совпадении относительных характеристик нелинейных параметров.

3. Условия подобия, справедливые для изотропных и в том или ином смысле однородных систем, могут быть распространены и на анизотропные и неоднородные системы, если только эта анизотропия и неоднородность в сравниваемых системах относительно одинакова.

4. Процессы, протекающие в геометрически неподобных системах, могут быть физически подобными, причем каждой точке пространства в одной системе соответствует вполне определенная точка пространства в другой, физически подобной, системе (аффинное подобие, условия которого в общем случае устанавливаются на основе теории групп Ли).

5. В инженерных задачах, связанных со сложными явлениями, обычно важно обеспечить подобие только процессов, наиболее существенных с практической точки зрения. Подобие явления в целом может быть *приближенным*, допускающим некоторые искажения второстепенных процессов. Так, соотношения подобия могут быть справедливы не для всех переменных или не во всех точках рассматриваемого пространства. Приближенное подобие будет иметь место, когда соотношения подобия будут справедливы не для мгновенных значений гармонических переменных, а только для их усред-

работанный канд. техн. наук С. С. Чугуновым для расчетной модели электрических систем, построенной в Энергетическом Институте Академии Наук СССР (чл.-корр. АН СССР И. С. Брук, С. С. Чугунов и М. С. Либкинд).

* Принято считать, что Пи-теорема была впервые сформулирована Букингемом в 1914 г. применительно к случаю, когда физическое уравнение не содержит дифференциальных операторов. Однако, эту теорему следует рассматривать как частный случай теоремы Федермана, опубликованной еще в 1911 г. Обобщение Пи-теоремы на случай физических уравнений, содержащих дифференциальные операторы

ненных значений. Так, два электрических процесса, имеющие неподобные мгновенные значения тока и напряжения, могут иметь подобные огибающие этих мгновенных значений.

Распределение электрического или магнитного поля может в некоторых случаях считаться приближенно подобным при наличии подобия только в каком-либо одном направлении.

6. При подобии электрических и электромеханических явлений можно различать *подобие цепей* и *подобие полей*.

При подобии цепей геометрическое подобие может не соблюдаться или принимать специфическую форму, ограничиваясь требованием подобия в обобщенных геометрических координатах. Так, например, подобными могут быть две электрические цепи, содержащие элементы с сосредоточенными параметрами, если схемы включения этих элементов одинаковы. Требование пространственного подобия вырождается здесь в требование одинаковой конфигурации электрических схем.

В электромеханической системе, например, в системе, содержащей синхронные машины, может иметь место полное геометрическое подобие всех элементов машин; тогда токи, магнитные и электрические поля всех этих элементов будут подобны, подобно изменяясь во времени.

Если ограничиться требованием подобия во времени электрических переменных величин, то требование геометрического подобия сводится к требованию соответственно одинакового изменения обобщенной геометрической координаты. При таком подходе совершенно отпадают вопросы геометрического подобия элементов машины и вопросы подобия электрических и магнитных полей внутри машины.

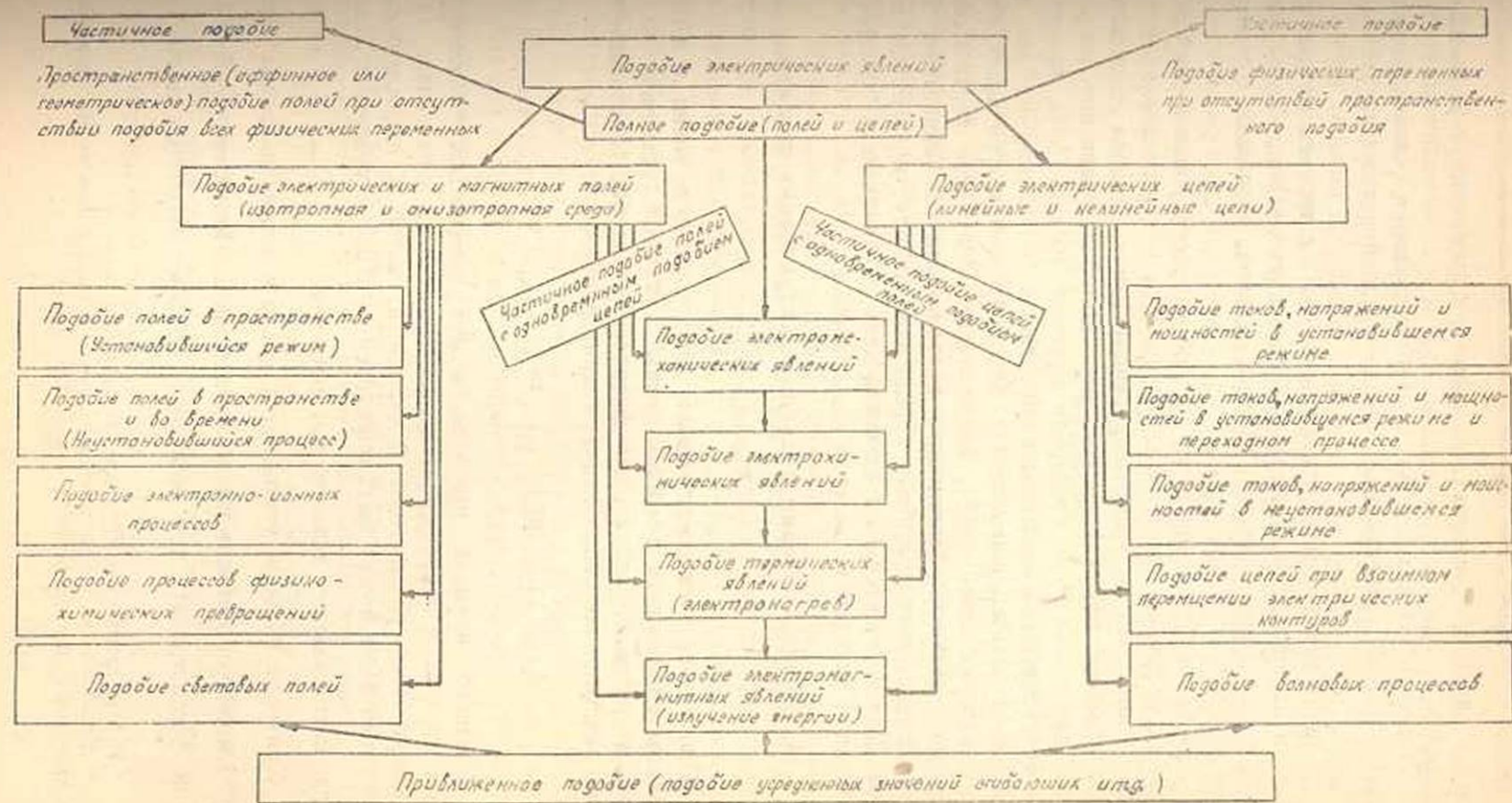
При аффинном подобии вдоль каждой координатной оси вводятся различные коэффициенты подобия. В этом случае в геометрически подобных физических системах, например, в двух геометрически неподобных синхронных машинах, можно найти такие геометрические точки, где физические величины изменяются во времени подобно. Характеристику различных видов электрического подобия дает фиг. 1.

3. Методы определения критериев подобия

Критерии подобия можно определить тремя методами, дающими одинаковые результаты, но отличающимися подходом к математическому описанию явлений. Метод анализа размерностей требует знания законов, на которых построена система единиц, измеряющих эти величины.

Путем анализа размерностей мы получаем достаточно полные

ры, и применение её к задачам подобия и моделирования были сделаны акад. М. В. Кирпичевым на базе работ Федермана и Афанасьевой-Эренфест.



Фиг. 1. Подобие в электротехнике

сведения только о явлениях, косвенно отраженных в уравнениях, лежащих в основе системы единиц.

Второй метод нахождения критериев подобия основан на сравнении уравнений, описывающих явления, подобие которых устанавливается.

Разница между этими приемами исчезает в третьем методе, основанном на применении системы относительных единиц. Здесь уравнения, положенные в основу системы единиц, совпадают с уравнениями исследуемого процесса.

При нахождении критериев подобия преобразования дифференциальных уравнений сводятся к операциям с постоянными коэффициентами, вносимыми за знаки дифференцирования. Отсюда выводится общее правило* нахождения критериев подобия: уравнение, используемое для нахождения критериев подобия, должно быть приведено к безразмерному виду делением всех n его членов на один из них. В $n-1$ безразмерных членах преобразованного уравнения следует опустить знаки дифференцирования. Получение соотношения между переменными величинами и постоянными коэффициентами, характерные для всех подобных процессов, и будут критериями подобия. Для того, чтобы выделить из них определяющие критерии, необходимо установить условия однозначности.

4. Общие критерии подобия электрических явлений

а. Подобие полей.

Протекание электромагнитных процессов во времени и в пространстве описывается в общем случае системой уравнений Максвелла, из которых следует, что физическое подобие обеспечивается геометрическим подобием и двумя критериями:

$$P_1 = \frac{\mu \gamma l_0^2}{t}; P_2 = \frac{\epsilon \mu l_0^2}{t^2} \text{ или } \frac{\epsilon}{\gamma t}.$$

Масштаб времени при этом может изменяться.** Масштабы плотности тока и напряженности поля в модели и в оригинале также могут быть различными. В частности, масштаб напряженности магнитного поля может быть определен из первого уравнения Максвелла, интегральные аналоги которого дают: $\frac{j l_0}{H} = \frac{I}{l_0 H} = \text{idem}.$

Критерии подобия упрощаются, если в рассматриваемых процессах можно пренебречь токами смещения. Соотношение $\frac{I}{l_0 H} = \text{idem}$ можно рассматривать как критерий подобия магнитных полей, со-

* Иногда называемое правилом интегральных аналогов.

** Периодически изменяющиеся величины должны в этом случае удовлетворять критерию гомохронности: $\omega t = \text{idem}$ (см. ниже).

зданных системой электрических контуров, при условии, что магнитная проницаемость μ и проводимость γ в модели и в оригинале соответственно одинаковы.

Частным случаем полученных выше общих критериев подобия является теорема Кельвина, утверждающая, что одинаково намагниченные, геометрически подобные магниты дают в соответственных точках пространства одинаковые напряженности поля.

Все наши выводы и полученные выше критерии подобия могут быть справедливы и в случае анизотропной среды, где величины ϵ , μ и γ имеют различные значения в различных точках пространства и в случае нелинейной системы, где те же величины являются функциями состояния системы, например:

$$\mu = f(H)$$

Дифференциальные уравнения, описывающие процессы в таких случаях, сильно усложняются за счет появления в них дополнительных членов, которые состояются из тех же величин, но с другим расположением символов дифференцирования.* Из правил определения критериев подобия следует, что это приводит только к дополнительному требованию: совпадения относительных характеристик физических параметров.

Полученные выше критерии подобия могут быть распространены на случаи, когда геометрическое подобие не соблюдается и на процессы в анизотропных телах, где физические свойства веществ характеризуются тензорами ϵ_{ik} или μ_{ik} вместо скалярных величин ϵ или μ , характеризующих изотропную среду.

Выбрав оси координат совпадающими с главными направлениями осей тензора, мы можем вдоль каждой оси установить свой масштаб для измерения геометрических размеров тел: ml_x , ml_y , ml_z и свой масштаб для измерения параметра ϵ или μ , например: $m_{\mu x}$. В ряде случаев подобие может быть обеспечено, если величина μ_{mx} вдоль любой оси изменяется обратно пропорционально квадрату геометрических размеров вдоль этой оси.

б. Подобие цепей

Для подобия электрических цепей требуется наличие соответственно одинаковых относительных постоянных времени:

$$T_{*L} = \frac{L_n}{R_n t}; \quad T_{*Ln} = \frac{L_{nm}}{R_n t} \cdot \dots \quad T_{*cn} = C_n R_n t$$

В случае линейных пассивных цепей необходимо иметь одинаковое соотношение между приложениями э. д. с. (напряжениями).

* Например, $\operatorname{div} \vec{D} = \epsilon \operatorname{div} \vec{E}$ при $\epsilon = \operatorname{const}$

$\operatorname{div} \vec{D} = \epsilon \operatorname{div} \vec{E} + \vec{E} \operatorname{grad} \epsilon$ при $\epsilon = f(x, y, z)$

$\operatorname{div} \vec{D} = \epsilon \nabla \cdot U + \frac{\partial \epsilon}{\partial U} [\operatorname{grad} U]^2$ при $\epsilon = f(U)$

Одновременно пропорциональное изменение значений всех э. д. с. влияет на масштаб токов. Критерии подобия сохраняются и для случая, когда э. д. с. изменяются по любому, но соответственно одинаковому закону. При этом, для получения подобия должно быть удовлетворено дополнительное условие.

$$U^* = m_u i(t_2) = m_u i(t_1 m_t)$$

Отсюда следует, что частота периодических э. д. с., действующих в модели, должна изменяться соответственно с изменением масштаба времени. К выведенным выше критериям подобия добавляется еще один критерий, который мы будем называть критерием гомохронности или однородности во времени: $\omega t = \text{idem}$; $t = \frac{\text{idem}}{\omega}$. При отступлении от этого критерия так называемые свободные процессы протекали бы со скоростью, не согласованной со скоростью вынужденных процессов и здесь могло быть осуществлено только *приближенное подобие*.

Если некоторые параметры моделируемых цепей не являются постоянными, то скорость их изменения в модели должна соответствовать выбранному масштабу времени. Относительный характер изменения данного параметра должен быть одинаковым в модели и в оригинале.

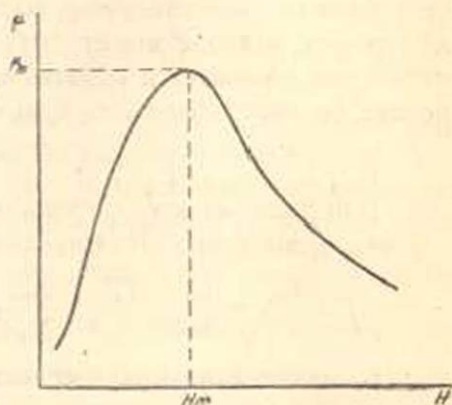
Для получения подобия с учетом нелинейности параметров необходимо удовлетворить тем же критериям, что и для линейной цепи, и иметь одинаковыми относительные характеристики нелинейного

параметра: $\mu_* = \frac{\mu}{\mu_m} = \varphi\left(\frac{H}{H_m}\right) = \varphi(H_*) = \text{idem}$ (фиг. 2).

Подобие динамических систем* удобно установить, составляя дифференциальные уравнения в обобщенных геометрических координатах. Например, для системы из трех контуров, два из которых жестко связаны друг с другом и могут перемещаться относительно третьего, имеем:
для определения электрического состояния:

$$e_1 = i_1 R_1 + \frac{d}{dt} [L_{11} i_1 + M_{12} i_2 + M_{13} i_3]$$

и т. д. для e_2 и e_3 ;



Фиг. 2. Характеристика переменного параметра

* Под динамическими понимаются такие системы, электрическое и механическое состояния которых взаимно связаны.

для определения перемещения:

$$I_0 \frac{d^2 \delta}{dt^2} = M_M - M_\Sigma,$$

где I_0 — момент инерции, M_Σ, M_M — электромагнитный и механический моменты.

Для определения энергии магнитного поля:

$$W = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + M_{12} i_1 i_2 + M_{13} i_1 i_3 + M_{23} i_2 i_3.$$

Обобщенная геометрическая координата

$$\delta = \int \omega t + \delta_0$$

и обобщенная скорость или скольжение $\frac{d\delta}{dt} = S$.

Электромагнитный момент при принятых обозначениях может быть записан в следующем виде:

$$M_\Sigma = \frac{d}{dt} \frac{\partial W}{\partial S} - \frac{dW}{d\delta}$$

Из этих уравнений находим критерии подобия:

$$e_{*1} = \frac{e_1}{R_1 i_1} = \text{idem}; \quad T_{*1} = \frac{L_1}{R_1 t} = \text{idem}; \quad T_{*12} = \frac{M_{12}}{R_1 t} = \text{idem}$$

$$T_{*13} = \text{idem}; \quad \frac{M_\Sigma}{M_M} = \text{idem}; \quad \frac{J_0 \delta}{M_M t^2} = \text{idem}.$$

Анализ условий однозначности уравнений, из которых были получены эти критерии, и рассмотрение начальных условий протекания процесса позволяет установить необходимые и достаточные условия подобия процессов.

Условие $e_* = \text{idem}$ показывает, что подведенные к контурам модели и оригинала напряжения должны находиться между собой в таком же отношении, в каком находятся падения напряжения в активных сопротивлениях контуров.

В случае системы переменного тока это возможно только при равенстве отношений соответственных реактивных и активных сопротивлений $\frac{\omega L}{R} = \frac{X}{R} = \frac{L}{Rt}$ в модели и в оригинале*. Этот вывод сразу ограничивает возможности изменения масштабов времени.

При моделировании систем постоянного тока имеется полная возможность „подгонки“ значений T изменением масштаба времени. При моделировании систем переменного тока, при изменении мас-

* Это легко показать, рассмотрев условия установившегося режима цепи переменного тока.

штаба времени должна изменяться частота. В противном случае будут нарушаться условия подобия установившихся режимов. Далее следует условие $\frac{M_M}{M_0} = \text{idem}$ и требования $\frac{M_\Delta}{M_M} = \text{idem}$ и $M_{*0} \delta = \text{idem}$,

где относительная механическая постоянная времени $M_{*0} = \frac{I_0}{M_M t^2}$.

Если, как мы предположили выше, имеет место вращательное движение, то $\frac{\delta}{\omega t} = \text{idem}$, или при учете требований критерия гомохронности имеем $\delta = \text{idem}$. В частных случаях (для машин постоянного тока и т. д.) изменение δ при соблюдении условия $M_{*0} \delta = \text{idem}$ может быть допущено.

В условиях ферромагнитной (полностью или частично) среды для получения подобия необходимо, чтобы зависимость всех индуктивностей и взаимоиндуктивностей от протекающих по ним токов выражалась в модели и в оригинале функциями одного и того же вида: относительные характеристики $M_* = f(i)$ и $L_* = f(i)$ для соответствующих элементов модели и оригинала должны быть одинаковы.

Критерии подобия цепей с распределенными по длине параметрами имеют вид:

$$T_L = \frac{L_0}{R_0 t} = \text{idem}; \quad T_{*c} = \frac{C_0}{G_0 t} = \text{idem}; \quad R_0 G_0 l^2 = \text{idem}$$

5. Определение критериев подобия в различных комплексных процессах

Явления, происходящие в сложных электрических системах или установках, могут быть связаны с тепловыми, механическими и другими процессами, подобие которых должно устанавливаться одновременно с электромагнитным подобием. Например, для какой-либо конструкции, нагреваемой проходящим по ней электрическим током и неоднородной в тепловом отношении, критерии подобия имеют вид:

$$P_1 = \frac{qx^2}{\lambda_x \theta}; \quad P_2 = \frac{cy}{\lambda_x t} x^2; \quad P'_3 = \frac{x^2 \lambda_y}{y^2 \lambda_x}; \quad P''_3 = \frac{x^2 \lambda_z}{z^2 \lambda_x}$$

Отсутствие геометрического подобия корректируется подбором значений теплопроводности по главным осям: $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$.

Кроме того, должно быть соблюдено подобие краевых условий, т. е. подобие условий теплоотдачи на граничной поверхности:

$$\frac{\alpha_i l_0}{\lambda_i}$$

где α_i и λ_i — коэффициент теплоотдачи и теплопроводность окружающей среды, индекс i принимает значение x, y или z — в зависимости

от того, какая поверхность рассматривается. При отсутствии геометрического подобия этот критерий видоизменяется: $\frac{\alpha_1 \text{ grad } \theta}{\lambda_1 \theta} = \text{idem}$.

Рассмотренные методы определения критериев подобия остаются справедливыми и в условиях нелинейности. При этом необходимо дополнительно учесть только непостоянство λ или C , используя зависимости $\frac{\lambda}{\lambda_m} = \varphi\left(\frac{\theta}{\theta_m}\right)$ или $\frac{C}{C_m} = \varphi\left(\frac{\theta}{\theta_m}\right)$, которые в модели и в оригинале должны быть соответственно одинаковыми.

Рассмотренные критерии подобия могут быть успешно применены при совместном исследовании электрических и тепловых процессов в кабелях, проводах, в электрических машинах и трансформаторах. Так, при установившемся режиме подобие в распределении температур в стальных частях машины может быть установлено на основании следующего уравнения:

$$\lambda_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - \psi B^2 = 0,$$

где ψ — коэффициент, зависящий от частоты f , а также от материала и толщины стальных листов; B — магнитная индукция.

Величина λ_x , характеризующая теплопроводность поперек листов, учитывает и теплопроводность изолирующего слоя. При этом величины теплопроводности стали и изолирующего слоя в модели и в оригинале должны находиться в одинаковом соотношении:

$$\left(\frac{\lambda_{cm}}{\lambda_{m3}}\right)^M = \left(\frac{\lambda_{cm}}{\lambda_{m3}}\right)^{Op} = \text{idem}$$

Распределение температур в обмотках может быть описано уравнением аналогичным, но с правой частью $j^2 \rho$.

Критерии подобия распределения температур в модели и в оригинале имеют следующий вид:

$$\frac{\lambda_x \theta}{\psi B^2 x^2} = \text{idem} \quad \frac{\lambda_y \theta}{\psi B^2 y^2} = \text{idem}; \quad \frac{\lambda_z \theta}{\psi B^2 z^2} = \text{idem}.$$

Должны быть соблюдены также условия: $\frac{\lambda_x}{\lambda_y} \cdot \frac{y^2}{x^2} = \text{idem}$ и $\frac{\lambda_x^2 z}{\lambda_z^2 x^2} = \text{idem}$. Кроме этого, необходимо обеспечить подобие условий теплоотдачи на поверхности и установить связь масштаба температуры и мощности, теряемой на нагревание стали и обмоток машины.

Другим примером определения критериев подобия сложного явления может быть моделирование заземлителей. Условие геометрического подобия и выведенные выше общие критерии подобия электромагнитных процессов будут общими. Дополнительными кри-

териями, характеризующими установившийся тепловой режим и скорость изменения теплового поля будут:

$$\Pi_1 = \frac{\rho \lambda \theta}{U^2} = \text{idem}; \quad \Pi_2 = \frac{\rho c \theta l^2}{U^2 t} = \Pi_1 \frac{T_r}{t},$$

где T_r — тепловая постоянная времени.

Механические процессы, входящие в комплексные явления, происходящие в электрических системах, также могут быть исследованы методами подобия и моделирования. Упругие свойства материала определяются двумя параметрами: модулем упругости E [кг/см²] и безразмерным коэффициентом Пуассона — σ .

Для геометрически подобных конструкций, например опор линии передач, все размеры можно выразить через некоторый характерный размер — l_0 .

Если в исследуемых процессах существенен вес опоры, то в критерии должен войти удельный вес материала. Кроме веса частей опоры надо моделировать действие нагрузок, передаваемых на ее элементы от тяжения проводов и давления ветра.

Подобие определяется условиями геометрического подобия и тремя критериями:

$$\Pi_1 = \frac{E}{\rho g l_0}; \quad \Pi_2 = \frac{F}{E l_0^2}; \quad \Pi_3 = \sigma$$

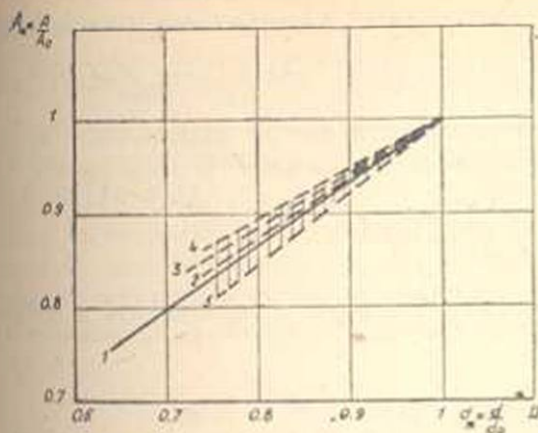
Если модель и оригинал выполнены из одного и того же материала, то механическое подобие требует равенства размеров (тождественности). В этом случае моделировать опору можно только используя другие материалы или имитируя увеличение силы тяжести.

Для этого можно вращать модель с постоянной угловой скоростью на так называемой центробежной машине, получая необходимые значения ускорения. Если величины внешних нагрузок значительно больше собственного веса конструкции, то можно отбросить первый критерий подобия. В этом случае критериальное соотношение будет иметь вид:

$$\frac{e}{E} = f \left(\frac{F}{E l_0^2}; \sigma \right)$$

Пример применения методов подобия к определению изменения стоимости линии электропередачи в зависимости от диаметра провода показан на фиг. 3.

Нагрузка, действующая на опору и зависящая от гололеда, ветра и веса провода, была определена здесь как функция диаметра провода. Предполагая далее, что тип опоры и напряжение в ее элементах не изменяются, можно, исходя из условий подобия, найти изменение размеров опоры, а отсюда — изменение ее веса и стоимости.



Фиг. 3. Относительная стоимость 1 км линии электропередачи, выполненной на стальных опорах, в зависимости от диаметра провода:

$$A_0 = f(d_0)$$

Средние данные, полученные из проектных расчетов. 1—линии 110 кв; 2—линии 154 кв, 3—линии 220 кв, 4—5 диапазон результатов, получаемых методом подобия при различных допущениях.

ходящими явлениями производится при помощи стробоскопической установки.

6. Задачи и возможности физического моделирования электрических систем

Экспериментальная система-модель позволяет проверять новые схемы, аппараты, новые теории и расчетные методы с их предположениями и допущениями.

Такие исследования не могут быть проведены на отдельном агрегате, так как сложная мощная система обычно имеет новые качества, обусловленные ее новым количественным составом. Эти исследования не всегда могут быть проведены и в реальной мощной системе, так как воспроизведение в ней аварийных режимов недопустимо.

Подобные системы-модели мощной системы, содержащие малые машины, обеспечиваются одинаковостью определяющих критериев и подобием граничных условий у всех элементов системы.

а) Критерии подобия электрических машин переменного тока

Эти критерии находятся аналогично тому, как это было сделано выше для магнитно-связанных взаимноперемещающихся цепей. Их можно формулировать в следующих трех положениях:

1. Для каждой из магнитно-связанных цепей машины (статора, возбуждения, демпферной) отношение полной индуктивности к ак-

В зависимости от сделанных допущений получаются различные результаты, средние значения которых довольно хорошо совпадают со средними данными проектных расчетов.

Методы подобия могут быть применены и при исследовании такого сложного и мало изученного явления, как „пляска проводов“ или появление бегущих волн на проводах. Здесь также может сказаться рациональным применение центробежной машины. Наблюдение за проис-

тивному сопротивлению должно быть одинаковым в модели и в оригинале, если процессы рассматриваются в одном и том же масштабе времени: $\frac{L}{R} = \text{idem}$. Если масштаб времени для модели изменяется, то единица измерения времени (масштаб времени) должна быть прямо пропорциональна величине постоянной времени. В этом случае

$$T_{*} = \frac{L}{Rt} = \text{idem}$$

2. Аналогичному соотношению должны удовлетворять и взаимноиндуктивности:

$$M_{*ab} = \frac{M_{ab}}{R_a t} = \text{idem}; \quad M_{*ba} = \frac{M_{ab}}{R_b t} = \text{idem},$$

где R_a и R_b — суммарные сопротивления магнитно связанных цепей.

3. Определяющим критерием является также требование

$$\frac{J_0 \delta}{M_{Mt}} = \text{idem}$$

Если значение δ в модели и в оригинале одинаково, то это условие сводится к следующему:

$$M_{*0} = \frac{M_0}{t} = \text{idem}$$

Из того же уравнения вытекает, что различные механические потери в машине-модели должны составлять такую же долю от ее полной мощности, какую долю составляют те же потери в машине-оригинале.

Индуктивность и взаимноиндуктивность изменяются при изменении положения ротора:

$$M, L = i(\delta)$$

Если зависимость $M = M_{\max} f\left(\frac{\delta}{\delta_{\max}}\right)$ и $L = L_{\max} f\left(\frac{\delta}{\delta_{\max}}\right)$ будет в модели такая же, как и в оригинале, то подобие всех пространственных гармонических обеспечено.

Аналогично для получения подобия в отношении эффекта насыщения необходимо обеспечить в модели такую же характеристику

$$\mu = \mu_{\max} f\left(\frac{i}{i_{\max}}\right); \quad L = L_{\max} f\left(\frac{i}{i_{\max}}\right),$$

как и в оригинале.

Переходя к параметрам, принятым в теории двух реакций, и выражая все индуктивности и взаимноиндуктивности через L_d, L_q и L_0 , мы приходим к весьма простому выражению закона подобия электрических машин.

Электромеханические процессы в машинах подобны, если эти машины имеют одинаковые величины T_* , M_{*ad} , M_{*0} , одинаковые относительные потери мощности и подобные начальные режимы. Учитывая только первую гармоническую наводимой ротором э. д. с., мы видим, что подобие влияния насыщения на сопротивление X_{ad} вполне обеспечивается одинаковой относительной характеристикой холостого хода.*

Преобразуя основные критерии подобия подстановкой вместо L и M значений L_d , L_q , M_d , M_q и имея в виду, что любая комбинация из критериев подобия (отношение, произведение и т. д.) так же является критерием подобия, приходим к выводу, что отношения

$$\frac{X'_d}{X_d} ; \frac{X''_d}{X_d} ; \frac{X_q}{X_d} ; \frac{X_{ad}}{X_d} \text{ и т. д.}$$

должны быть одинаковы в модели и в оригинале.

Из условия гомохронности ($\omega t = idem$) следует, что изменять масштаб времени при исследовании процессов, происходящих в машинах переменного тока, можно только одновременно с изменением частоты.

Получить в машинах-моделях малой мощности те же отношения $\frac{L}{Rt} = \frac{L\omega}{R}$, как и в мощных машинах, весьма затруднительно.

Возможно осуществлять *приближенное подобие процессов*, изменяя масштабы времени с нарушением критерия гомохронности.

Отказываясь от подобия мгновенных значений и ограничиваясь только подобием огибающих (фиг. 4) и исключая из рассмотрения синусоидальную функцию, можем менять постоянные времени $T_* = \frac{L}{Rt}$ не только изменением физических параметров L и R , но и изменением масштаба времени.

Отыскивая критерии подобия, при $\omega t \neq idem$ получаем $\frac{M_0}{t^2} = \omega_0 idem$ или, поскольку ω_0 одинаково в модели и оригинале, то $\frac{M_0}{t^2} = idem$.

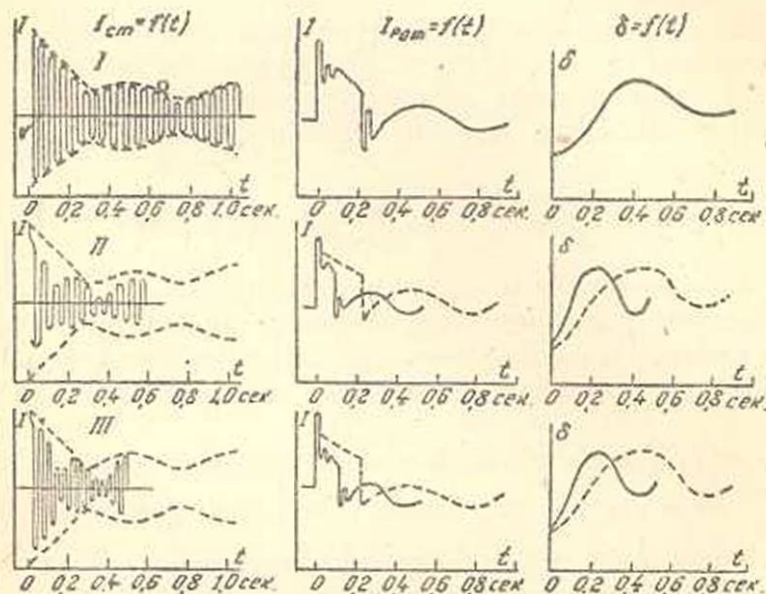
Критерии T_* и M_* можно объединить в один критерий. Из выражения для T_* имеем $t = \frac{L}{R idem}$ и, следовательно, $\frac{M_0}{T_0^2} = idem$. Это и есть критерий приближенного электромеханического подобия.

Возможности изменения постоянных времени путем изменения масштаба времени оказываются ограниченными необходимостью подобия начальных условий. Подобие начальных режимов требует ра-

* Сравнительно небольшое влияние насыщения на X_{aq} может не моделироваться. Влияние насыщения на X_i и на сопротивление взаимной индукции фаз должно быть проверено дополнительными опытами, так как обычно завод таких данных не дает.

венства соответственных значений углов расхождения по фазе э. д. с. различных машин системы $\delta^M = \delta^{\text{ор}}$ и углов сдвига токов по отношению к э. д. с. А это можно получить только при равенстве значений параметра $\frac{\Sigma R}{\Sigma X}$ соответственных цепей статора у модели и у оригинала.

Следовательно, изменяя масштаб времени, можно допустить изме-



Фиг. 4. Характер процессов в модели и оригинале. I—оригинал; $M=4$ сек; $T_0=6$ сек; $f=50$ гц. II—приближенное моделирование; $M=1$ сек; $T_0=3$ сек; $f=50$ гц. III—моделирование с изменением частоты; $M=1$ сек; $T_0=3$ сек; $f=100$ гц (пунктиром показаны значения переменных при соответствующем изменении масштаба времени).

нение лишь тех постоянных времени, которые зависят только от параметров цепей ротора.

Изменяя в модели постоянную времени цепей ротора за счет изменения масштаба, но сохраняя абсолютные значения постоянных времени цепей статора, мы имеем возможность осуществить подобие начальных условий, но вынуждены допустить искажение скорости изменения тех составляющих, затухание которых зависит от постоянных времени статора. Так будут несколько искажены аperiodические составляющие токов статорных цепей и периодические составляющие токов роторных цепей. Это приведет к некоторому искажению э. д. с., наводимых пульсирующими магнитными потоками. Кроме того, будет несколько искажено значение э. д. с., обусловленной дополнительной скоростью, получаемой ротором при качаниях.

В самом деле, э. д. с. $e \equiv \omega = \omega_0 + \frac{d\delta}{dt}$. Изменяя масштабы вре-

мени и абсолютную скорость изменения угла δ , тем самым мы изменяем долю составляющей э. д. с., обусловленной дополнительной скоростью $\frac{d\delta}{dt}$. Для выяснения допускаемой неточности удобно воспользоваться известными уравнениями синхронной машины, предложенными Парком и Горевым

$$\frac{M_0}{M_M} p^2 \delta - 1 = \frac{1}{M_M} [i_q \psi_d - i_d \psi_q],$$

$$e_d = p \psi_d - \frac{r}{X_d(p)} [G(p) E_0 - \psi_d] - \psi_q p(t + \delta),$$

$$e_q = p \psi_q + \frac{r}{X_q(p)} \psi_q + \psi_d p(t + \delta).$$

Из этих уравнений легко установить, что приближенное моделирование приводит к неточному воспроизведению влияния дополнительной скорости вращения ротора ($p\delta$) и влияния периодической составляющей тока ротора и аperiodической составляющей тока статора ($p\psi_d$ и $p\psi_q$) на характер изменения угла во времени $\delta = f(t)$ и

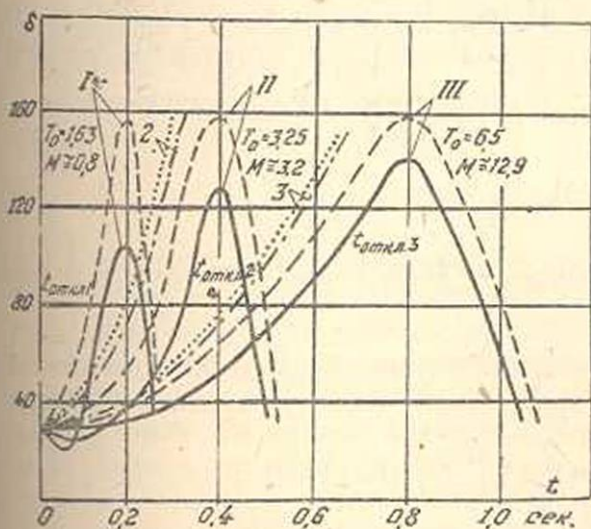
характер изменения токов статора и ротора.

Большое количество опытов и расчетов показывает (фиг. 5), что это влияние ничтожно мало, если значение $\frac{X}{R}$ для цепи статора достаточно велико (порядка 100).

Неточность эта заметна только при малых значениях $\frac{X}{R}$ и тем более, чем меньше абсолютные значения постоянной времени ротора T и постоянной инерции M_0 .

Следовательно,

приближенное моделирование почти всегда осуществимо. Его нельзя осуществлять только в редко встречающихся в практике случаях—



Фиг. 5. Проверка точности приближенного моделирования. Кривые I, II, III — при $\frac{X}{R} = 16$ и $\frac{M}{T_0^2} = 0,3$.

Кривые 2, 3 — при $\frac{X}{R} = 160$ и $\frac{M}{T_0^2} = 0,3$. Кривые I, II, III пунктиром и кривые 2, 3 точками — приближенный расчет (без учета $p\delta$ и $p\psi$); кривые I, II, III сплошными линиями и кривые 2, 3 точками — расчет (по формулам (4.10) и (4.11)).

при введении в цепь статора большого активного сопротивления или при исследовании процессов в сравнительно маломощных генераторах, связанных протяженной кабельной сетью. Отметим попутно, что при этих условиях и обычно принимаемая при расчетах устойчивости методика, основанная на так называемых уравнениях Лонглей, соответствующих уравнениям Горева-Парка без членов $r\delta$, $r\psi$, дает ошибочные результаты. Очень удобно осуществлять требования критериев электромагнитной и электрической скорости, повышая скорость вращения (электрическую) машин-моделей.

Возможности моделирования машин с увеличением скорости вращения ограничиваются в связи с возрастанием постоянной инерции и затруднениями при моделировании побочных явлений (потери мощности на гистерезис, от вихревых токов, на трение и т. д.). Затрудняется также комплексное моделирование, охватывающее, например, наряду с электрическими процессами и процессы в первичном двигателе. Исключается применение нормальных измерительных приборов, аппаратов, реле.

б) Критерии подобия электрических машин постоянного тока

Критерии подобия переходных процессов в двигателях постоянного тока с независимым возбуждением* имеют следующие значения:

$$\Pi_1 = \frac{\omega \varphi(i_B)}{V} = \text{idem}; \quad \Pi_2 = \frac{J_0 \omega_a^2}{P_n t} = \frac{B}{t} = B_* = \text{idem};$$

$$\Pi_3 = \frac{L}{Rt} = T_a = \text{idem}.$$

Величина $B = \frac{J_0 \omega_a^2}{P_n}$ характеризует инерционные свойства ротора электродвигателя и привода.

Первый критерий, приближенно характеризующий размагничивающее действие якоря, может быть записан в следующем виде:

$$\Pi_1 = \omega_a \frac{E}{V_n} \varphi \left(\frac{i_B}{i_{ns}} \right) = E_* = \text{idem},$$

где E — э. д. с., соответствующая нормальному току возбуждения.

Функция $\varphi \left(\frac{i_B}{i_{ns}} \right)$ — представляет собой относительную характеристику холостого хода, отражая свойства магнитной цепи двигателя.

Выбор масштабов для величин i и ω производится на основании дополнительных критериев подобия:

$$\frac{iR}{V} = \text{idem}; \quad \frac{\omega}{\omega_n} = \text{idem}.$$

* Этим же методом могут быть решены задачи для любых систем возбуждения.

Начальные условия отражаются требованием:

$$M_{\Sigma M} = \frac{M_M}{M_{NM}} f\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) = \text{idem}$$

Вид относительной характеристики механического момента $M_{\Sigma M}$, т. е. функции $f\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)$ в модели и в оригинале, должен быть одинаковым; кроме того, должно иметь место соотношение $\frac{U}{U_n} = \text{idem}$, где U — подведенное к двигателю напряжение.

Если учитывать переходные процессы в обмотке возбуждения, то необходимо дополнить критерий подобия условием:

$$\frac{L_a}{R_a t} = \text{idem},$$

где L_a и R_a — индуктивность и сопротивление обмотки возбуждения. В этом случае было бы более рационально вернуться к общим*, более строгим критериям подобия магнитносвязанных, взаимно перемещающихся контуров.

Следует иметь в виду, что переходные электромагнитные процессы в двигателе имеют две стадии. В первой стадии на протекание процесса решающее влияние оказывают индуктивности рассеяния и появление вихревых токов. Во второй стадии более существенны взаимоиндуктивность между обмотками, реакция якоря и эффект насыщения.

в) Моделирование трансформаторов

Если предполагается рассмотрение электромагнитных процессов, протекающих во времени и в пространстве, то при моделировании необходимо обеспечить подобие в распределении магнитных и электрических полей в элементах конструкции трансформатора и в пространстве около трансформатора. В условия подобия в этом случае должны войти физические параметры, характеризующие материал, из которого изготовлены детали трансформатора, и геометрические размеры в трех измерениях. В начальных и граничных условиях должно быть отражено состояние присоединенных к обмоткам трансформатора внешних контуров.

Такое моделирование будет наиболее полным, обеспечивающим возможности исследования конструкции трансформаторов и влияния этой конструкции на электрические параметры и на поведение трансформаторов в любых условиях. Здесь могут быть исследованы также вопросы поведения трансформатора при волновых процессах.

Если существенны только временные переходные процессы, то можно оперировать с электрическими параметрами трансформаторов:

* Можно учесть параметры всех обмоток и положение щеток на коллекторе.

связь с геометрическими размерами отражается расчетными формулами, установленными практикой трансформаторостроения. Эти параметры можно рассматривать как сосредоточенные. Поведение трансформатора при волновых процессах определяется распределенными параметрами, требующими участия в критериях подобия хотя бы одной геометрической координаты обмотки. При этом условия подобия можно представить в виде:

$$T_{*1}, T_{*2}, T_{*12}, T_{*21} = \text{idem}$$

или, если сформулировать иначе, в модели и в оригинале должны быть одинаковыми:

1. намагничивающий ток в %;
2. относительные потери активной мощности в меди при номинальной нагрузке;
3. отношение одноименных сопротивлений (активных или реактивных) — натуральных для одной из обмоток и приведенных для другой: $\frac{L_{1k}^2}{L_{2k}^2} = \text{idem}$ или $\frac{R_{1k}^2}{R_{2k}^2} = \text{idem}$
4. относительные постоянные времени обмоток, соответствующие реактансам рассеяния:

$$T_{*1s} = \frac{X_{1s}}{R_{1l}} = \text{idem}, \quad T_{*2s} = \frac{X_{2s}}{R_{2l}} = \text{idem}.$$

Величины L_{1s} , L_{2s} и M в действительности зависят от нагрузки трансформатора.

Пусть

$$M = f(i_1); \quad M_s = f(i_s); \quad L_{1s} = f(i_1); \quad L_{2s} = f(i_s).$$

Требования

$$M = M_{01} \cdot f\left(\frac{i_1}{i_{01}}\right) = \text{idem}, \quad M = M_{02} \cdot f\left(\frac{i_2}{i_1}\right) = \text{idem}$$

и т. д. формулируют условия подобия трансформаторов с учетом насыщения.

Получить трансформатор-модель уменьшенных размеров, уменьшенной мощности, но удовлетворяющий критериям подобия, оказывается возможным только при увеличении частоты. При неизменной частоте уменьшить активное сопротивление трансформатора можно, увеличивая его геометрические размеры. Но это приводит к увеличению намагничивающего тока. Для выполнения условия подобия трансформаторов малой мощности при неизменной частоте приходится идти на компромиссные решения, искусственно увеличивая сопротивления рассеяния за счет внешних сопротивлений и допуская некоторое увеличение намагничивающих токов. Возможно также применение автотрансформаторов.

7. Практические вопросы моделирования

а) изменение базисных условий

Если определяющие критерии подобия у модели и у оригинала соответственно одинаковы, то всегда можно подобрать базисные условия так, чтобы получить равенство долевых параметров и тождественность уравнений при выражении величин в относительных единицах.

Пусть, например, один синхронный генератор имеет синхронное реактивное сопротивление в 200% и активное сопротивление в 3%, а другой генератор имеет реактивное сопротивление в 100% и активное сопротивление в 1,5%. Критерий $\frac{X}{R} = \text{idem}$ при этом удов-

летворен. Если у первого генератора выбрать $P_6 = \frac{1}{2} P_n$, то параметры первого и второго генератора в относительных единицах будут одинаковы. В этом случае режим полной нагрузки для второго генератора будет соответствовать режиму половинной нагрузки для первого генератора.

б) Дополнительные устройства

Поскольку геометрическое подобие не существенно при исследовании режимов систем, то безразлично, получены ли нужные соотношения параметров „внутри“ каждой машины-модели или с помощью дополнительных устройств. Такими устройствами могут быть:

1. трансформатор, позволяющий изменять подведенное к статору напряжение, и „приведенные“ значения активных и реактивных сопротивлений;

2. дроссельные катушки, позволяющие изменять реактивные сопротивления рассеяния обмоток статора и ротора;

3. реостаты, позволяющие изменять активные сопротивления обмоток ротора и статора и их постоянные времени;

4. серийный коллекторный генератор или специальная электронная установка, создающая отрицательное активное сопротивление.

Дополнительные устройства могут быть не только электрическими. Возможно, например, применение и специальных механических установок, искусственно уменьшающих трение, улучшающих охлаждение и т. д. Разумеется, что применение любого дополнительного устройства возможно только при условиях, когда процессы, происходящие в нем, не искажают основных процессов, происходящих в модели.

Получение отрицательного сопротивления при помощи серийного генератора возможно при условиях:

1. характеристика холостого хода прямолинейна в пределах возможного изменения тока;

в) Цепочечные модели линий передач

Осуществить модель линии электропередачи малых размеров с распределенными параметрами практически затруднительно, так как для этого необходимо значительное увеличение погонного реактивного сопротивления при одновременном уменьшении погонного активного сопротивления.

Практически возможно построить модель длинной линии с использованием цепочечной схемы замещения.

Замена линии передачи цепочечной моделью ведет к некоторым искажениям, которые тем меньше, чем больше количество участвующих звеньев.

При моделировании процессов, связанных с наличием высших гармонических в токах и напряжениях, мы, выбирая параметры цепочки, должны удовлетворить критериям подобия для всех интересующих нас в данном исследовании частот или, что то же, получить частотную характеристику цепочечной схемы, возможно ближе совпадающую с частотной характеристикой реальной линии (где n — номер звена, отсчитанный от конца линии цепочки). Погрешность обусловлена тем, что коэффициент распространения в линии имеет значение $\gamma^{op} = \sqrt{\dot{Z}_0 \dot{Y}_0}$, а цепочечной П-образной линии

$$\gamma^M = 2 \operatorname{Arsh} \frac{\sqrt{\dot{Z}_\Delta \dot{Y}_\Delta}}{2}$$

Аналогично может быть установлена погрешность в волновом сопротивлении, которое в случае действительной линии имеет значение

$\dot{Z}_1^{op} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_0}{\dot{Y}_0}}$, а в случае П-образной цепочки

$$\dot{Z}_1^M = \frac{\dot{Z}_\Delta^{op}}{\sqrt{1 + 0,25(\dot{\gamma}^{op})^2 \dot{L}_\Delta^2}}$$

Различие в свойствах действительной линии с распределенными параметрами и цепочки с сосредоточенными параметрами, особенно заметное в неустановившихся процессах, иллюстрируется фиг. 8.

При моделировании линий, связанных с трансформаторами, устанавливаем, что кроме критериев подобия, обеспечивающих подобие трансформаторов, необходимо выполнить следующие требования:

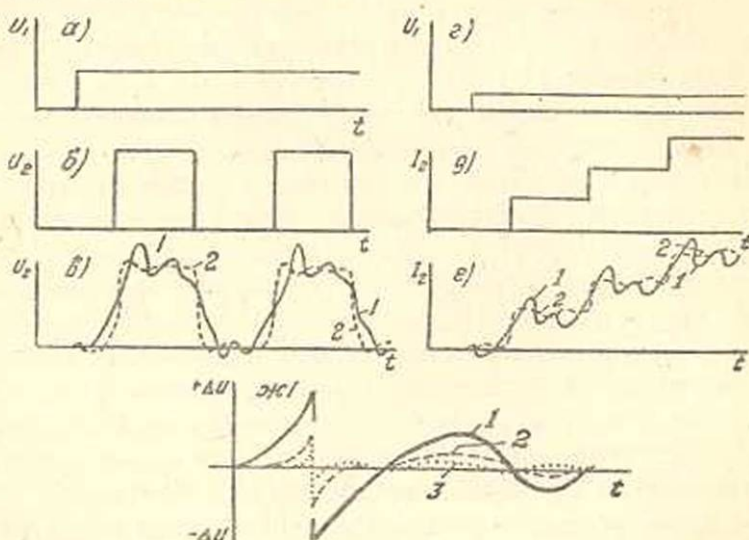
$$\frac{L_{\Delta 1}}{L_{s 1}} = \text{idem}; \quad \frac{L_{\Delta 1}}{L_{\Delta 2}} k^2 = \text{idem}; \quad \frac{L_{\Delta 2}}{L_{s 2}} = \text{idem}$$

При этом автоматически выполняются и следующие требования:

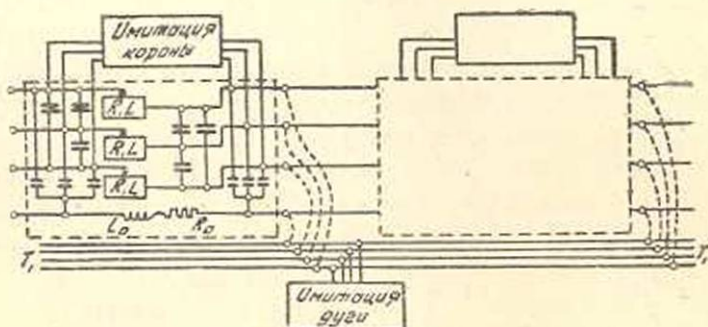
$$\frac{C_{\Delta 2}}{C_{\Delta 1} k^2} = \text{idem}; \quad \frac{R_{\Delta 1}}{R_{\Delta 2}} k^2 = \text{idem}$$

Этими соотношениями удобно пользоваться при подборе параметров подобных схем.

Практически цепочечная модель выполняется с дроссельными катушками: воздушными или со сталью.



Фиг. 8. Сравнение характера неустановившихся процессов в идеальной ($R=G=0$) натуральной линии и в ее цепочечной модели. а, г—напряжение в начале линии или цепочечной модели; б—изменение напряжения в конце разомкнутой линии, в—изменение напряжения в конце цепочечной модели при холостом ходе; 1 (сплошные линии)—при четырех звеньях цепочки; 2 (пунктирные линии)—при двенадцати звеньях цепочки; г—изменение тока в конце короткозамкнутой линии; д—изменение тока в конце цепочечной короткозамкнутой модели; е—влияние количества звеньев цепочки на величину погрешности в случае линии с потерями; 1—характер погрешности при пяти звеньях; 2—то же при десяти звеньях; 3—то же при двадцати звеньях.



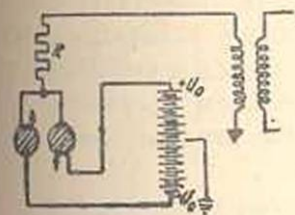
Фиг. 9. Схема цепочечной модели линий электропередачи

В модели предусматриваются установки, имитирующие дугу и корону и появление коммутационных перенапряжений (фиг. 9).

Установка для имитации дуги в месте короткого замыкания

строится на основании следующих соображений: можно полагать, что подобие дугового процесса в системе будет достигнуто, если модель будет подобна исследуемой системе, а относительная характеристика дуги в месте короткого замыкания $I_* = f(V_*)$ будет такая же, как и в оригинале. Для создания установки, обеспечивающей такую характеристику, приходится проводить ряд специальных опытов.

Установку, имитирующую потери мощности на корону, можно создать, исходя из эмпирических формул. Одна из принципиальных схем такого рода установок показана на фиг. 10.



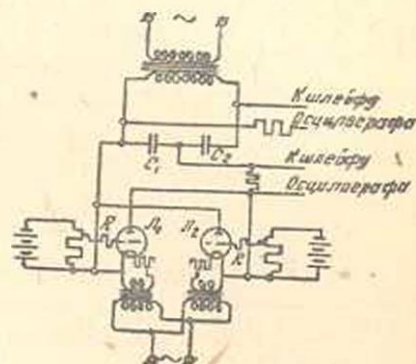
Фиг. 10. Схема, имитирующая явление короны

Имитация дуговых процессов при повторных зажиганиях может быть осуществлена не только путем создания физически подобной дуги в месте короткого замыкания, но и путем разработки специальных схем, аналогичных описанному выше. Так, имитация повторных зажиганиях в определенные моменты времени (вне зависимости от величины напряжения на дуге) может быть осуществлена с помощью фазопрерывателя, представляющего собой синхронный двигатель, сцепленный передачей со сменными и относительно медленно вращающимися барабанами, на которых имеются контакты. По контактам скользят щетки, устанавливаемые на траверзе с верньерной передачей.

Повторные зажигания дуги, в зависимости от приложенного к ней напряжения, могут быть имитированы ламповыми схемами (преимущественно с тиратронами). В частности, может быть использована схема, приведенная на фиг. 11.

На цепочечных схемах линий можно исследовать перенапряжения, получающиеся при грозовых разрядах. При наличии волн с крутым фронтом к схемам замещения должны быть предъявлены более жесткие требования, чем те, которые были сформулированы выше.

Для исследования волновых процессов, возникающих при грозовых разрядах, также возможно изменение масштаба времени с тем, чтобы получить более удобные для воспроизведения параметры и более удобные условия для наблюдения. Так, в лаборатории техники высоких напряжений ЛПИ им. М. И. Калинина разработана цепочечная модель, выполненная в увеличенном масштабе времени



Фиг. 11. Схема, имитирующая явление дугового разряда

$m \approx 1000$. При этом продолжительность процессов в модели измеряется в миллисекундах. Это позволяет применить для моделирования нелинейных элементов и искровых промежутков специальные схемы с ионными приборами.

Моделирование оборудования подстанции должно производиться с помощью цепочечной схемы, которая соответствует основным критериям подобия:

$$P_1 = \frac{L}{R_1} \quad \text{и} \quad P_2 = \frac{C}{G_1}$$

Сосредоточенные элементы схемы: емкости, индуктивности и активные сопротивления—моделируют подобными элементами, исходя из тех же критериев. Влияние трансформаторов и высоковольтной аппаратуры учитывается на модели включением сосредоточенных емкостей, величины которых соответствуют входным емкостям аппаратов.

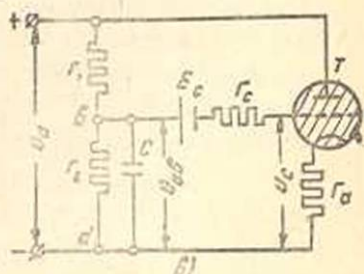
Вольтсекундные характеристики разрядников и изоляции аппаратов имеют значительный разброс, обусловленный статистическим характером явления электрического разряда. При моделировании этих элементов можно было бы создать модель, повторяющую в соответствующем масштабе статистический разброс реальной характеристики. Однако, практически целесообразно построить модель, работающую по возможности стабильно и учитывать статистику явления соответствующей постановкой эксперимента.

Схема, изображенная на фиг. 12, дает возможность моделировать вольтсекундную характеристику, заданную двумя точками. Напряжение на плече ab , определяющее момент зажигания тиратрона, зависит в этой схеме не только от анодного напряжения, но также и от характера его изменения.

Вольтамперные характеристики вентильных разрядников моделируются с помощью специальных схем с ионными приборами, сопротивлениями и тиритовыми дисками.

Вольтамперные характеристики разрядников в модели и в оригинале должны быть одинаковыми. Здесь также целесообразно применять специальные схемы, используя принцип кусочно-линейной аппроксимации. На фиг. 13 приведена вольтамперная характеристика (кривая А) и имитирующая ее ломаная линия (В), а на фиг. 14—принципиальная схема модели, вольтамперная характеристика, представляющая подобную кусочно-линейную функцию.

Приходящие по линии волны атмосферного перенапряжения моделируются разрядом емкости импульсного генератора. Импульс-

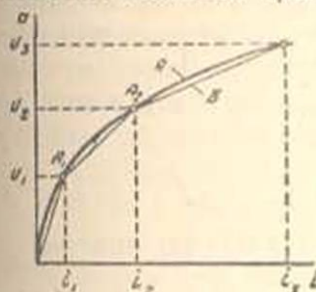


Фиг. 12. Моделирование вольтсекундной характеристики разрядных промежутков.

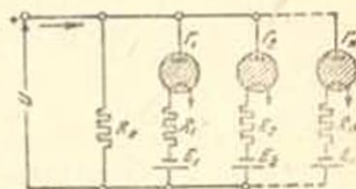
ный генератор может быть отделен от модели подстанции подходом, выполненным в виде цепочечной схемы, моделирующей участок линии между подстанцией и местом удара молнии в линию.

Модель подстанции состоит из комплекса всех рассмотренных моделей отдельных элементов, взаимное соединение которых должно соответствовать исследуемой подстанции.

Подобие волновых процессов в обмотках электрических машин обеспечивается в общем случае геометрическим подобием и двумя общи-



Фиг. 13. Действительная и имитирующая характеристики вентильного разрядника.

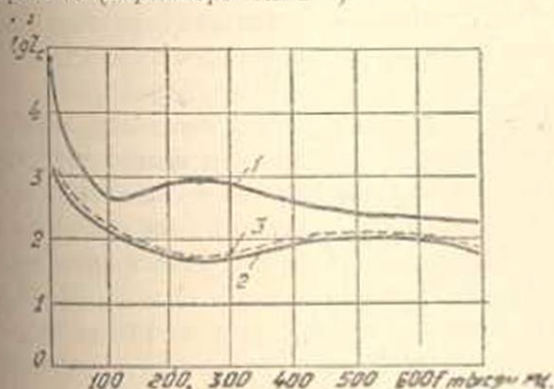


Фиг. 14. Принципиальная схема моделирования вольт-амперной характеристики разрядника.

ми критериями электромагнитных процессов, но для волновых процессов наиболее характерен критерий $\Pi = \omega^2 \varepsilon \mu^2$. Рассмотрим, в качестве примера, изменение волновых параметров асинхронных двигателей.

Предположим, что экспериментально определена зависимость входного сопротивления двигателя от частоты.

Такая зависимость $Z_{c1} = f(\omega)$, экспериментально полученная З. Г. Кагановым, для двигателя мощностью 14,5 кВт, представлена на фиг. 15 (характеристика 1).



Фиг. 15. Зависимость входного сопротивления двигателя от частоты. 1, 2—характеристики, полученные экспериментально; 1—двигатель 14,5 кВт; 2—двигатель 200 кВт; 3—характеристика 1, перестроенная из условий подобия.

Нас интересует та же зависимость для двигателя мощностью 200 кВт: $Z_{c2} = m_z f(m_{\omega} \cdot \omega)$.

Предположим, что оба двигателя во всех своих деталях (воздушный зазор, форма паза, толщина изоляции) геометрически подобны и выполнены из одних и тех же материалов:

$$\mu_1 = \mu_2 \text{ и } \varepsilon_1 = \varepsilon_2$$

Тогда получаем условие:

$$\omega_1 l^2_{01} = \omega_2 l^2_{02}$$

$$\text{или } z = f_1 \sqrt{\frac{S_2}{S_1}}$$

Здесь S_1 и S_2 — площади сечения сходственных элементов двигателей. Для конкретного случая имеем: $f_2:f_1=1,95$.

Таким образом, изменив в 1,95 раза масштаб частоты у характеристики $Z=f(\omega)$ двигателя мощностью 14,5 квт, мы получим характеристику двигателя мощностью 200 квт, но построенную в измененном масштабе сопротивления.

Мы не будем здесь рассматривать вопрос об определении этого масштаба, равно как и уточнять нахождение коэффициента подобия m_ω . Это уточнение можно было бы сделать, учитывая, что геометрическое подобие фактически отсутствует. Под ϵ и μ в этом случае надо понимать некоторые результирующие параметры, характеризующие данную конструкцию.

8. Сооружение динамических (физических) моделей электрических систем

Применение теории подобия в значительной степени облегчает построение моделей и в ряде случаев позволяет применять типовые машины, подбирая определенным образом их параметры и изменяя их с помощью дополнительных устройств. Так, например, иногда можно проводить моделирование мощных систем, применяя типовые малые генераторы и используя то обстоятельство, что относительные реактивные сопротивления такого генератора примерно в три раза больше соответствующих сопротивлений мощного генератора. Благодаря этому оказывается возможным приблизиться к

критерию $\frac{X}{R} = \text{idem}$, загружая генератор-модель на треть его номинальной мощности, одновременно соответственно увеличивая относительные реактивные сопротивления сети и уменьшая активное сопротивление цепи возбуждения при помощи серийного генератора — компенсатора.

Такого рода разнообразные приемы осуществления машин-моделей, вытекающие из теории подобия, наряду с методами приближенного моделирования, весьма расширяют практические возможности лабораторного (модельного) изучения мощных электрических систем. Эти возможности еще больше расширяются при применении универсальных комплексных (моделирующих процессы в первичном двигателе, нагрузках и электрической системе) моделей. Такой комплексной моделью является описанная ниже динамическая модель гидроэнергосистемы МЭИ, сооруженная под руководством автора при кафедре гидроэнергетики МЭИ (зав. кафедрой проф. Т. Л. Золотарев).

Следует указать, что исследования электрических систем на динамических моделях более простых, чем упомянутая выше модель МЭИ, проводились в 1936—38 г. г. автором, построившим динамическую модель в руководимой чл.-корр. АН СССР И. С. Бруком Лаборатории

электрических систем Энергетического Института Академии Наук СССР В. И. Ивановым и В. А. Голванским, построившим модель мощной 400 кв. системы передачи в руководимой проф. А. А. Горевым лаборатории Ленинградского Политехнического Института и, наконец, чл.-корр. АН СССР М. П. Костенко, построившим в 1943—1944 г. г. в Ташкенте модель одной из советских систем и проводившим на ней ряд практически важных исследований.

Динамическая модель МЭИ, учитывающая опыт ранее построенных моделей, отличается от них широким применением теории подобия, комплексного и универсального.

На фиг. 16 представлена схема агрегата модели, позволяющая моделировать мощный гидрогенератор с любыми характеристиками.

В таблице 1 приводятся способы изменения параметров этого агрегата.

Генератор-модель, являющийся основным элементом этой схемы, может быть переделан из малого серийного генератора или специально спроектирован.

На фиг. 17 показана конструкция такого генератора, разработанная сотрудниками кафедры электрических машин МЭИ: доц. Ф. А. Горяиновым, ассистентом А. В. Ивановым-Смоленским и инж. Л. З. Рубинштейном.

Генератор имеет уменьшенное ($0,5\%$) активное сопротивление обмоток статора и относительно небольшую постоянную инерцию, увеличиваемую при помощи дополнительных дисков.

Активное сопротивление уменьшается при помощи специального серийного компенсатора, создающего отрицательное сопротивление и одновременно преобразовывающего ток одного напряжения в ток другого напряжения. Последнее облегчает моделирование различных схем возбуждения.

При моделировании первичного двигателя может моделироваться только характеристика зависимости вращающего момента на валу генератора от скорости вращения ротора или весь первичный двигатель с протекающими в нем физическими процессами.

В первом случае мы отражаем первичный двигатель некоторыми граничными условиями. В установившихся режимах это сводится к моделированию действия регулятора первичного двигателя. В переходных процессах принимается условие неизменности положения апускных клапанов, т. е. постоянства давления поступающего пара или воды.

Для этой цели может быть использован серийный двигатель постоянного тока с включенным последовательно с ним большим сопротивлением, может быть применен двухмашинный агрегат, состоящий из машины с шунтовым возбуждением и серийного генератора, работающего как зависящее от скорости вращения отрицательное сопротивление. Такая схема позволяет по-

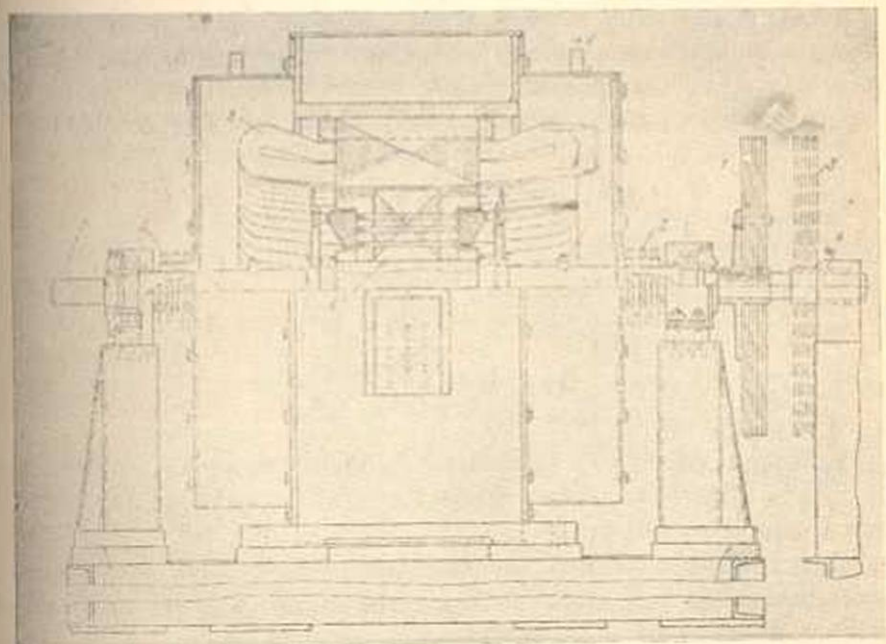
Способы изменения параметров агрегата генератор-трансформатор

Конструктивное мероприятие по изменению параметров	Обозначения на схеме (фиг. 16)	Как и какие физические факторы изменяются, регулируются	Какие параметры, кроме регулируемых, изменяются	Какими мероприятиями производится подстройка	Расчетная формула
1. Переключение выводов от фаз статорной обмотки.	1	Переключение числа витков—изменение взаимои- ндукции X_{ad}	X'_d	Включением ΔX_1 (5), ΔL_f (13)	$X_{afd} = K \frac{w_{cm}}{w_f}$; $X_d = X_{afd} + X_{l_0} + \Delta X_1$; $X_q = X_{afq} + X_{l_0} + \Delta X_1$;
1а. Сменный ротор, да- ющий возможность изменять воздушный зазор.		Тот же эффект дает: смена полюсов на роторе и изме- нение воздушного зазора	X''_d X_d, X_q		$X'_d = X_{afd} \frac{\delta_{fd}}{1 + \delta_{fd}} + X_{l_0} + \Delta X_1$; $\delta_{fd} = \frac{\Delta L_f + X_{fod}}{X_{afd}}$
2. Введение дополнитель- ного индуктивного сопротив- ления в цепь ротора.	ΔL_f	Изменяется рассеяние обмот- ки возбуждения X_{fd} , X_d	X''_d	Изменением числа стержней демпферной обмотки (изменяется X_{1d}) и изменением ΔL_f	$X'_d = \frac{X_{afd}}{1 + \frac{X_{fod} + \Delta L_f}{X_{afd}}} +$ $+ X_{l_0} + \Delta X_1$ $X''_d = X_{l_0} + \Delta X_1 +$ $+ \frac{1}{\frac{1}{X_{ad}} + \frac{1}{X_{fd} + \Delta L_f} + \frac{1}{X_{1d}}}$
2а. Изменение числа стержней демпферной об- мотки.		Изменяется X_{1d} , что приво- дит к изменению X''_d			
3 Введение дополнитель- ного сопротивления	R_d	Постоянная времени: $T_0 = \frac{L_x + \Delta L_x}{R_f - K + R_d}$	i'_b	а) Изменением R_d б) Введением ΔL_f и переключением числа витков w_{cm}	$i'_b = \frac{k_1}{(k_2 + R_y)(k_2 + R_d)}$, где $k_1, k_2, k_3 = \text{const.}$

Конструктивное мероприятие по изменению параметров	Обозначения на схеме (фиг. 16).	Как и какие физические факторы изменяются, регулируются
4. Включение дополнительного сопротивления в обмотки статора	5	Сопротивление рассеяния статорной обмотки X_l, X_d, X_q
5. Включение дополнительной взаимной индуктивности между фазами статора	4	Взаимная связь потоков рассеяния статорной обмотки
6. Изменение схемы включения возбуждения	β	Переключением концов β имитируется любая система возбуждения
7. Введение дополнительной индуктивности в возбуждение возбуждителя	ΔL_e	Изменение постоянной времени возбуждения возбуждителя T_e
8. Введение установочного дополнительного сопротивления в цепь возбуждения	R_y	Установление заданного тока возбуждения i^*_{β}
9. Установка маховых (съемных) дисков на валу генератора	D	Изменение GD^2 (или M)
10. Изменение коэффициента трансформации трансформатора	k_m	Изменяются все приведенные сопротивления без изменения соотношения между ними

Какие параметры, кроме регулируемыми, изменяются	Какими мероприятиями производится подстройка	Расчетная формула
X'_d X''_d		$X_l = X_{l0} + \Delta X_l$ Формулы подстройки X'_d X''_d см. выше. Формулы подстройки см. выше. Существенно только при таких исследованиях, при которых появляются высшие гармонические $T_c = \frac{L_{fe} + \Delta L_e}{R_{fe}}$ $i_b = i_{bb} \frac{1}{K' + R_y}$ $M = 2.74 \frac{GD^2 n^2}{P_n \cdot 1000}$ $Z_2 = f(K_m) = \frac{Z_n U_n^2 P_d}{P_n U_0^2 (k_m)^2},$ где $U_0 = U_\sigma$, U_τ, P_σ — базисные значения

горизонтальная гидротурбина* системы Френсиса. Турбина дает 1000 оборотов в минуту и при максимальном напоре в 20 м развивает мощность на вале 17 квт. Максимальный расход воды 105 кг/сек. Гидротурбина соединяется с генератором-моделью при помощи жестких муфт. Одна из этих муфт является крутильным динамометром. Регулирование турбины осуществляется от автоматического регулятора скорости.



Фиг. 17. Специальный гидрогенератор-модель. 1—маховые диски на валу генератора (изменение M_0); 2—кольца (выводы концов роторной обмотки); 3—запасные маховые диски (невращающиеся); 4—конец вала, идущий к подвозбудителю; 5—обмотки статора; 6—ротор с обмоткой возбуждения и сменной демпферной обмоткой; 7—конец вала, идущего к турбине.

При приближенном моделировании, когда масштаб времени изменяется независимо от частоты, может быть важно соответственно с изменением масштаба времени изменять и скорость действия регулятора. Это изменение осуществляется путем изменения скорости действия элементов регулятора, передающих движение к реагирующему на скорость органу. Таким образом, изменение скорости электромеханических процессов получает свое отражение в скорости действия регулятора.

На модели гидроагрегата исследуется целый ряд практически важных, но еще мало изученных вопросов. К таким вопросам можно отнести, например, явления неустойчивого режима работы агре-

* Проект турбины выполнен под руководством проф. В. С. Кватковского коллективом кафедры гидравлических машин МЭИ.

гата, влияние характеристик элементов оборудования (турбины, регуляторы, трубопровода) на устойчивость работы агрегата, выбор величины маховых масс и критериев регулирования, влияние гидравлического удара на регулирование турбин, взаимное влияние регулирования турбин при параллельной работе и влияние сети на устойчивость регулирования при различных характеристиках сети и различной настройке регуляторов, а также при различной величине маховых масс агрегатов и т. д.

На динамической модели можно моделировать установившиеся режимы и неустойчивые процессы для турбин, подобных модельной (той же быстроходности и того же типа), но любой мощности и размеров, согласно законам подобия для гидротурбины:

$$P^{np} = P^M \left(\frac{D^{np}}{D^M} \right)^2 \sqrt{\left(\frac{H^{np}}{H^M} \right)^3},$$

$$n^{np} = n^M \frac{D^M}{D^{np}} \sqrt{\frac{H^{np}}{H^M}},$$

$$M^{np} = M^M \left(\frac{D^{np}}{D^M} \right)^3 \frac{H^{np}}{H^M}.$$

Для моделирования турбины с рабочим колесом другого типа или другой быстроходности требуется замена модельного колеса и направляющего аппарата.

Действие регулятора во времени может быть моделировано применительно к условиям работы оригинала. Кроме того, можно изменять остаточную неравномерность регулирования; временная неравномерность будет изменяться в зависимости от GD^2 так, как число оборотов турбины модели.

Изменяя длину трубопровода при постоянных условиях работы турбины-модели, можно моделировать характеристику трубопровода.

Моделирование регулятора гидротурбины облегчается установлением критериев подобия, определяемых из уравнения:

$$\frac{d^2\Delta}{dt^2} + \frac{1}{T_2} \frac{d\Delta}{dt} + \frac{\varepsilon\Delta}{T_2\delta_{\text{ф макс}}T} = -\frac{\omega}{\delta_{\text{ф макс}}T \cdot T_2},$$

где T_2 — постоянная времени сервопривода;

ε — коэффициент статизма регулятора;

$\delta_{\text{ф макс}}$ — максимальное относительное отклонение частоты, при котором достигается полное смещение золотника от положения полного закрытия;

δ — то же, абсолютное;

T — время полного открытия или закрытия регулирующего аппарата турбины при полном открытии золотника;

Δ — открытие регулирующего аппарата турбины.

Критериев подобия здесь будет три:

$$\frac{T}{t} = \text{idem}; \quad \frac{T_2}{t} = \text{idem}; \quad \delta_{\text{макс}} \Delta t = \text{idem}.$$

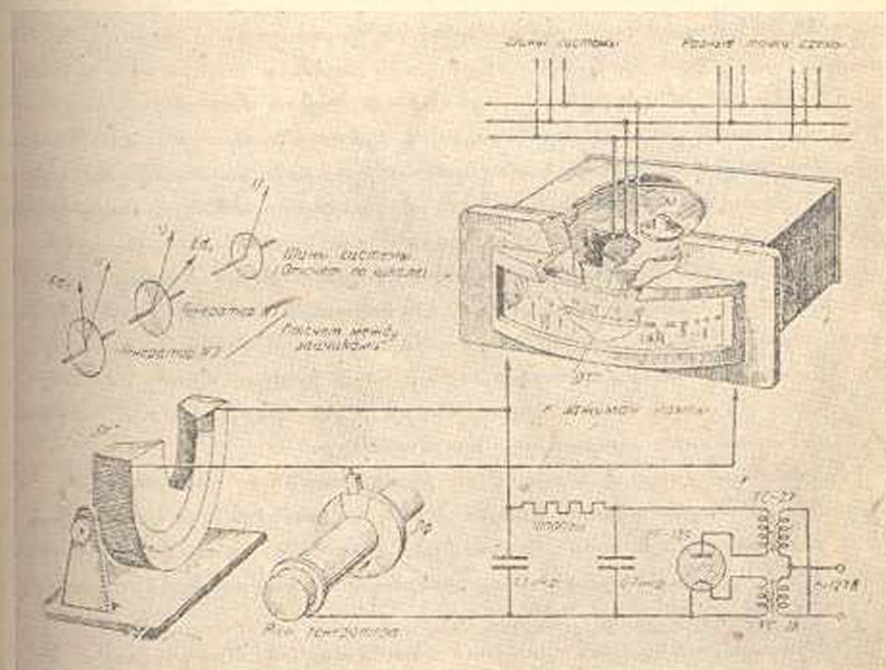
Кроме того, должен соблюдаться критерий гомохронности:

$$\omega t = \text{idem}$$

и условие

$$\frac{\varepsilon}{\delta_{\text{макс}}} = \text{idem}.$$

При приближенном моделировании электрической части, когда масштаб времени электромеханических процессов будет изменяться независимо от частоты, необходимо, чтобы одновременно с изменением масштаба времени изменялись величины T , T_2 , $\delta \Delta$.



Фиг. 18. Стробоскоп для измерения и регистрации угла расхождения э. д. с. синхронных генераторов и наблюдения периодических процессов.

При конструктивном выполнении модели особое внимание обращено на обеспечение измерений. Отметим оригинальный прибор, позволяющий наблюдать и фиксировать на фотопленку угол расхождения э. д. с. синхронных машин и различные периодические процессы (фиг. 18).

Վ. Ա. ՎԵՆԻԿՈՎ

ԷՆԵՐԳՈՍԻՍՏԵՄՆԵՐԻ ԵՎ ՆՐԱՆՑ ՍԱՐՔԱՎՈՐՈՒՄՆԵՐԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ
ՍՈՒԿԵԼԱՑՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ԴՐՈՒՅՑՅՆԵՐԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հողվածն ընթերցողին ծանոթացնում է նմանության և մոդելացման տեսության ընդհանուր դրույթների հետ, նաև ցույց է տալիս դեանց կիրառման հնարավորությունն էլեկտրատեխնիկական խնդիրների նկատմամբ ընդհանրապես և էլեկտրատեխնիկական ուսումնասիրման և պրոեկտման դեպքում մասնավորապես: Ջրաէներգետիկ ինստիտուտի հիդրոէլեկտրական լաբորատորիայում կառուցվում է Հայաստանի էլեկտրատեխնիկական մոդելը: Մոդելացման ու նմանության տեսության հարցերը հատուկ հետաքրքրություն են ներկայացնում ինժեներական և գիտական լայն շրջանների համար:

Ֆիզիկական մոդելացումը, այսինքն այնպիսի մոդելացումը, որի ժամանակ պահպանվում է ուսումնասիրվող երևույթի բնույթը, էապես տարբերվում է մաթեմատիկական մոդելացումից, որի նպատակն է հավասարումների լուծումը (ինտեգրատորներ, էլեկտրատեխնիկական հաշվարկային մոդելներ և այլն):

Սահմանելով էլեկտրական երևույթների նմանության ընդհանուր հայտանիշները, որոնք ապահովում են դաշտերի նմանությունը և մասնավոր հայտանիշները, որոնք ապահովում են շղթաների նմանությունը, մենք կարող ենք համեմատաբար ավելի հեշտ իրականացնել նմանությունը և դանել մի շարք նման երևույթների վրա փոքրագրման արդյունքներն օրինակաբար տարածելու պայմանները:

Հողվածում ցույց է տրված, որ իրականացնելով սխեմաների նմանությունն ու մոդելացումը, նմանության հայտանիշների հիման վրա կարելի է ստանալ ավելի լայն հնարավորություններ, քան կան օրիգինալի նմանության պարամետրերով (հարաբերական միավորներով) կառուցված մոդելի դեպքում:

Էլեկտրատեխնիկական հարցերի հետ կապված մոդելացումը կարելի է կիրառել չափազանց լայնորեն և կոմպլեքսային եղանակով: Էլեկտրատեխնիկական մոդելացման դեպքում այն կարող է ընդգրկել սկզբնական շարժիչներ (հիդրոատուրբիններ), մեխանիկական կարգավորիչներ, աղեղի, պտակի, ալիքային պրոցեսների հետ կապված երևույթներ, որոնք տեղի ունենում են լաբորատորիայի հաղորդալարերի վրա:

Չափազանց կարևոր է նշել, որ միանգամայն հնարավոր է քննարկել, մեխանիկական և էլեկտրական երևույթներ պարունակող բարդ երևույթների նմանության միաժամանակյա ստացումը: Որպես այդ տիպի օրինակ դիտված են հողակցման և հաղորդալարերի հենարանների նմանության պայմանները:

Էլեկտրատեխնիկական մոդելացնելիս մի շարք դեպքերում շատ հարմար է մոտավոր մոդելացումը, որի դեպքում մոդելացվում են հոսանքի և լարվածության ոչ թե ակնաթափայլի արժեքները, այլ նրանց պարպիչները:

Մոտավոր մոդելացումը հանդեսնում է որոշ սխալների, որոնք զույգ են տրված հոդվածում:

Հոդվածը հիմնված է սովետական հետազոտողների մի շարք աշխատանքների վրա, զլխավորապես հեղինակի աշխատանքների վրա:

Ընդդեմով տեսությունն նշանակությունը և նրա մեթոդները, անհրաժեշտ է հիշել, որ նա մաքսիմալ արդյունք է տալիս, երբ այն դուգակցված է անալիտիկ հետազոտման հետ, երբ կարելի է միաժամանակ և փոխադարձ ստուգման ենթարկել տեսական և փորձնական հետազոտության արդյունքները:

Մոդելի վրա կատարված փորձերը չի կարելի հակադրել բնականում կատարված փորձերին. նրանք պետք է օրգանապես լրացնեն վերջիններիս, դարձյալ ապահովելով փոխադարձ ստուգում և թույլ տալով բացատրել պատահական երևույթները:

Ֆիզիկական նմանություն և մոդելացման դեպքում, պահպանելով երևույթի բնույթը և նմանություն հայտանիշ գտնելու համար, միայն որպես հիմք օգտվելով դիֆերենցիալ հավասարումով, որը բացահայտում է երևույթի որակական և քանակական կողմերի միջև եղած կապը, մենք ստանում ենք հետազոտման ավելի լայն հնարավորություններ, քան այն հնարավորությունները, որոնք արտահայտված են մաթեմատիկական գրանցման դեպքում որոշ դիֆերենցիալ հավասարման տեսքով:

Ֆիզիկական նմանություն, մոդելացման և մաթեմատիկական մոդելացման (սորոշիչ մոդել-անալոգներ՝ կառուցում) մեթոդները ներդաշնակ զարգացումը կապահովի մեծազույն արդյունք և կարագացնի արդյունաբերության մեջ գիտական հետազոտությունների առաջնագացումը: