

ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ КОНСТРУКЦИИ

С. М. Хнзорян

К расчету напряженно-армированных железобетонных балочных конструкций

Согласно действующей Инструкции [1] напряженно-армированные конструкции рассчитываются на: прочность, трещинообразование и усилия, которые могут возникнуть во время их производства и установки.

Расчет на прочность производится так же, как и при обычном железобетоне и, поэтому, не вызывает затруднений.

Расчет на трещинообразование проводится с учетом двух изгибающих моментов. Первый момент (M_1) соответствует максимальной нагрузке, которая не вызывает в сооружении продольных растягивающих усилий. Второй дополнительный, момент (M'_1) соответствует нагрузке, которую нужно приложить к M_1 , чтобы вызвать первую трещину. Этот последний момент можно вычислить только приблизительно, так как при этом нужно учесть усилия растяжения в бетоне, а сопротивление напряженно-армированного бетона на растяжение протекает иначе, чем с обычным железобетоном.

Для первого же момента (M_1) возможно строго последовательно применить формулы сопротивления материалов.

Так как этот момент всегда много больше второго, то от него и зависит в основном прочность конструкции на трещинообразование.

В инструкции [1] даны формулы для вычисления этого момента для струнотонных балок, но, как известно, на практике часто встречаются случаи, особенно при постройке больших мостов, когда эти балки нерациональны. Поэтому мы даем также формулы для балок с анкерами (натягиваемыми домкратами после твердения бетона) тех типов, которые наиболее распространены в современном мостостроении. Такие балки применялись уже в Советском Союзе для железнодорожных мостов. Насколько нам известно, в литературе имеются только данные для расчета балок с прямой арматурой. На практике же часто целесообразно располагать арматуру криволинейно и, поэтому, мы приводим формулы и для этого случая.

Напряжения, возникающие при производстве и установке балок, вычисляются по указанному выше принципу, и мы рассматриваем те случаи, которые наиболее часто встречаются на практике.

За последнее время большое внимание уделяется явлениям ползучести и усадки бетона. Так как эти явления еще недостаточно изучены, то мы их приняли согласно действующей Инструкции. Известно, что эти формулы удовлетворительны для практических целей.

Для расчета конструкции на скалывание мы предлагаем новый метод, который приводит к значительной экономии арматуры по сравнению с указаниями Инструкции.

1. Струнбетонные балки

Предположим, что мы хотим установить усилия в балке, подверженной предварительному напряжению $N = \sigma_a F_a$ и внешним моментам. Назовем M_1 максимальный момент и M_2 минимальный момент от нагрузки; M_2 может быть положительным или отрицательным.

Усилия в балке определяются по обычным формулам сопротивления материалов.

Напряжение σ_a и положение арматуры можно вычислить, исходя из условий, что продольные напряжения равны нулю в наименее сжатых волокнах. Получим*)

$$\frac{N}{F_n} \left(1 + \frac{e_n}{h_{ан}} \right) - \frac{M_1}{F_n h_{ан}} = 0 \quad (a)$$

$$\frac{N}{F_n} \left(1 - \frac{e_n}{h_{ан}} \right) + \frac{M_2}{F_n h_{ан}} = 0 \quad (б)$$

e = эксцентриситет арматуры.

В этих уравнениях F_n , e_n , h_n соответствуют приведенному сечению, то есть учитывают бетон и арматуру.

Можно заметить, что в некоторых случаях Инструкция разрешает растягивающие усилия в пределах $\frac{R_p}{2.5}$

и тогда уравнение (б) соответственно принимает форму

$$\frac{N}{F_n} \left(1 - \frac{e_n}{h_{ан}} \right) + \frac{M_2}{F_n h_{ан}} = \frac{R_p}{2.5} \quad (б')$$

Из уравнений (а) и (б) легко получить величины:

$$N = \frac{M_1 - M_2}{h_{ан} + h_{ан}} = \sigma_a F_a \quad (1)$$

$$e_n = \frac{M_1 h_{ан} + M_2 h_{ан}}{M_1 - M_2} \quad (2)$$

Если допускается растяжение $\frac{R_p}{2.5}$, то имеем соответственно

* Принятые условные обозначения приведены в конце текста; здесь сжатие соответствует знаку + (плюс).

$$H' = \frac{M_1 - M_2 + 0.4 R_p F_n h_{ан}}{h_{ан} + h_{ан}} \quad (1)$$

$$e'_n = \frac{M_1 h_{ан} + M_2 h_{ан} - 0.4 R_p F_n h_{ан} h_{ан}}{M_1 - M_2 + 0.4 R_p F_n h_{ан}} \quad (2)$$

Эти формулы дают возможность вычислить непосредственно характеристики арматуры балки, но при этом не нужно забывать, что M_2 нужно брать всегда ≤ 0 , так как если M_2 положителен, то нужно, чтобы уравнение удовлетворяло бы также сечениям у опор балки, где изгибающий момент всегда равен нулю.

Обыкновенно M_2 берется отрицательным и равным моменту от собственного веса балки, так как при перевозке и установке балка может работать в разнообразных условиях. (Нужно также при необходимости учесть динамический коэффициент указанный в Инструкции).

При перерезывании струн нужно проверить следующие условия:

$$\sigma_{ак} \leq \frac{0.7 R'}{\mu_n \left(1 + \frac{e_n}{h_{ан}}\right)} \quad \text{или}$$

$$\sigma_{ак} \leq \frac{R_p}{2.5 \mu_r \left(1 - \frac{e_n}{h_{ан}}\right)}$$

$h_{ан} > e_n$ в зависимости от условий производства.

В приведенных выше формулах предварительное напряжение $H = \sigma_a F_a$, где под σ_a можно было подразумевать напряжение арматуры. Но это неверно; фактически напряжение арматуры существенно отличается от σ_a , которая является чисто условной величиной (и которую мы ввели только для проведения аналогии с формулами Инструкции).

Для того, чтобы выяснить, каким реальным усилиям подвергается напряженная арматура, мы попробуем проследить как изменяется натяжение в струнах, исходя из монтажного (конструктивного) напряжения

$$1. \text{ При натяжении струн, } \sigma_{ак} = \frac{H_0}{F_a}$$

Когда струны перерезаны напряжение арматуры падает в связи с обжатием бетона. Если назвать $\sigma'_{ак}$ новое напряжение арматуры и λ сокращение волокна, облегающего эту арматуру (на единицу длины) от приложенного усилия, то имеем:

$$\begin{aligned} \sigma'_{ак} &= \sigma_{ак} - \lambda E_a = \\ &= \sigma_{ак} - E_a \frac{\sigma_{ак} F_a}{E_0 F_n} \left(1 + \frac{e_n^2}{r_n^2}\right). \end{aligned}$$

Если назвать η_n выражение $\mu_n \left(1 + \frac{e^2}{r^2}\right)$, то:

$$\sigma'_{ак} = \sigma_{ак} (1 - \eta_n) \quad \text{и потеря}$$

$$\Delta \sigma_{ак} = \sigma_{ак} \eta_n$$

Если напряжение осевое, то формула остается та же, но $\eta_n = \mu_n$.

2. Со временем балки подвергаются действию усадки и ползучести, вследствие чего бетон сокращается в размерах и напряжение арматуры падает. Потерю напряжения в арматуре можно учесть следующим образом.

Усадка:

Если окончательное сокращение волокна, облегающего арматуру, будет λ , то напряжение в арматуре упадет на λE_s и удлинение бетонного волокна, происходящее от этой потери напряжения, можно вычислить так же, как и в предыдущем случае, учитывая что в арматуре создается напряжение E_y , действующее как и предварительное напряжение, следовательно потеря напряжения от усадки

$$\lambda E_s = a_2^y = E_s \varepsilon_f (1 - \eta_n)$$

Ползучесть:

Потерю напряжения от ползучести a_2^n можно вычислить, исходя из тех же соображений; сокращение бетона от ползучести ε_n измеряется по указаниям Инструкции, выражением $K \sigma_s$, где $K = 2 \times 10^{-6}$.

$$\text{Здесь } \varepsilon_n = K \sigma_s = K \sigma_s \frac{\eta_n}{n}$$

потеря напряжения $a_2^n = \varepsilon_n E_s (1 - \eta_n) = K \sigma_s E_s \eta_n (1 - \eta_n)$.

Иными словами, для учета предварительного напряжения можно пользоваться формулой Инструкции

$$\sigma_{ак} = \sigma_{ак} - \sigma_{ак}, \quad \sigma_{ак} = (\varepsilon_y + \varepsilon_n) E_s,$$

но с учетом того, что реальная потеря напряжения в струне будет уменьшена на $\sigma_{ак} \eta_n$.

Вышеприведенные формулы вызывают следующие замечания:

а) при учете потери ползучести мы не приняли во внимание напряжения от постоянной нагрузки, которая фактически уменьшает напряжение в волокне, окружающем арматуру. Если назвать M_n момент от этой постоянной нагрузки, то потеря напряжения получается:

$$a_2^n K E_s \cdot \frac{1}{1 + \eta} \left(\sigma_s \frac{\eta_n}{n} - \frac{M_n e_n}{I_n} \right)$$

б) Все изложенные расчеты предполагают, что модуль упругости бетона, а следовательно и число n , постоянны. Фактически

известно, что при учете деформаций от усадки и ползучести модуль упругости изменяется от ряда факторов, до сих пор недостаточно изученных.

в) Для вычисления усадки часто принимают постоянную величину потери напряжения в арматуре. Так, по данным Инструкции,

$$\varepsilon_y E_a = 630 \text{ кг/см}^2$$

для усадки и ползучести $\sigma_{a_2} = 1000 - 1500 \text{ кг/см}^2$.

Нам остается выяснять влияние нагрузки. Если M_y момент, который приводит к нулю напряжения в нижнем волокне балки, то

$$M_1 = \sigma_a F_a (h_{an} + e_n)$$

Момент M_1 вызывает напряжение в арматуре, равное в сечении, где $M_{1\text{макс}}$:

$$\sigma_{am} = \frac{M_1 e_n}{I_n} = \mu_n \sigma_{a_2} e_n \left(\frac{1}{y_n} + \frac{e_n}{r_n^2} \right)$$

Это напряжение меняется вдоль арматуры по тому же закону, как и момент M_1 ; у опор $\sigma_{am} = 0$.

При трещинообразовании момент возрастает на $\gamma R_p W_n$;

напряжение соответственно увеличивается на $\gamma R_p \frac{e_n}{y_n} \mu_n$

На рис 1. и 2 приведены кривые напряжений σ_a в арматуре для балки, рассчитанной в примере 1 Инструкции. На чертеже ординаты соответствуют напряжениям, а абсциссы нагрузкам.

Пунктирная линия схематично изображает фиктивное напряжение σ_a , сплошная — реальное напряжение.

Между моментом трещинообразования и разрушения указаны две кривые. Нижняя кривая (являющаяся прямой линией) указывает на усилия в арматуре, вычисленные по формуле разрушающего момента. Верхняя кривая изображает вероятные напряжения, которые будут больше вычисленных, так как плечо пары сил, действующих в сечении, увеличивается по мере того, как балка приближается к разрушению (следовательно, вычисленные усилия, полагающие плечо постоянным, будут слишком малы для зоны трещинообразования).

На чертеже представлены две схемы, одна для сечения соответствующего максимальному моменту и другая для опор. Кривые σ_a отличаются только тем, что в первом случае усилие нарастает с моментом M ; во втором этого момента, а следовательно и прироста напряжений не наблюдается.

На рисунке 2 указаны также вероятные значения главного растягивающего напряжения у нейтральной линии балки. Здесь также наблюдается теоретическая несогласованность тотчас же после зоны трещинообразования, которая объясняется так же, как и для σ_a .

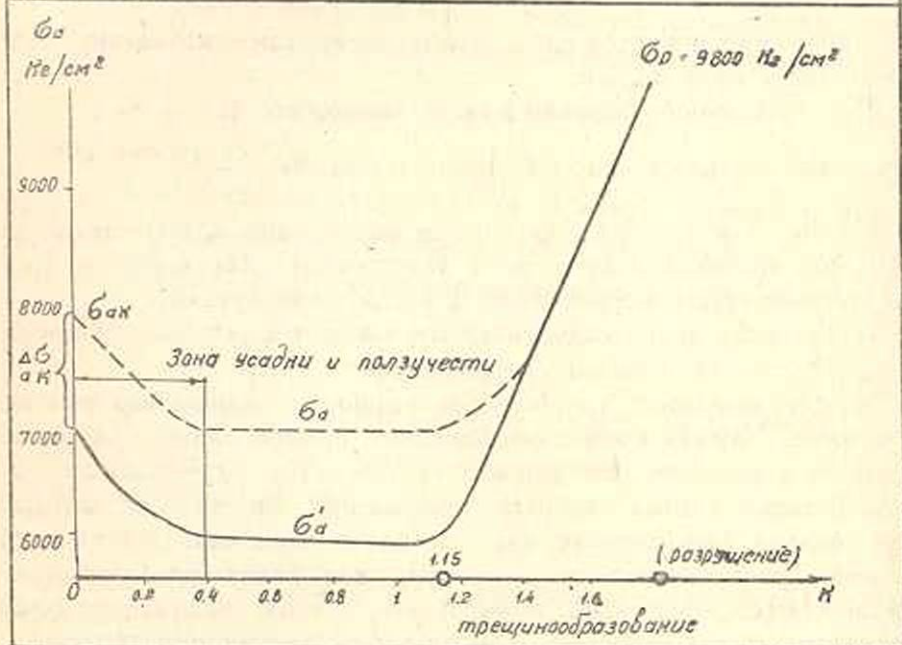
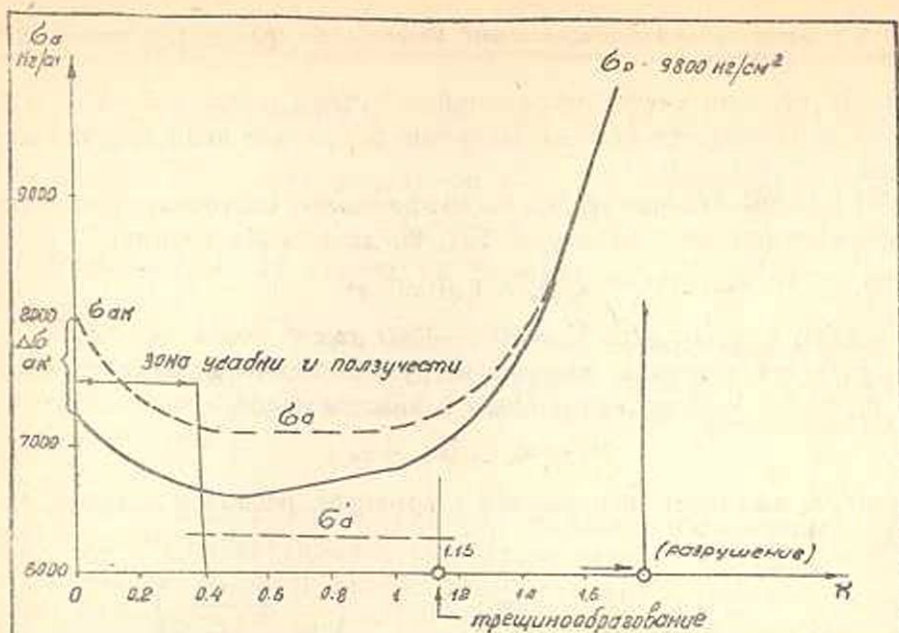


Рис. 1.

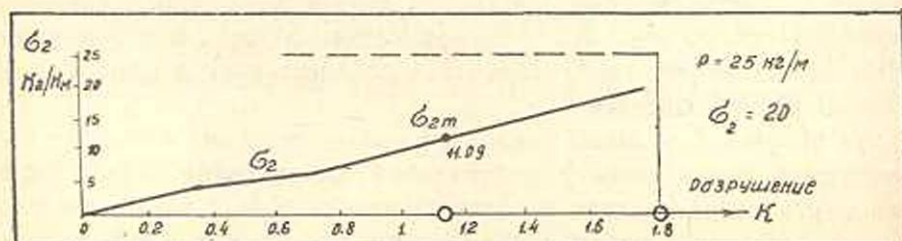


Рис. 2.

Скалывающие напряжения.

Скалывающие напряжения проверяются в стадии образования трещин по формулам:

$$\frac{\sigma_{гг}}{\sigma_{гсж}} = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) \mp \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2},$$

где $\tau = \frac{Q_t S_n}{b I_n}$ S_n — статический момент приведенного сечения по отношению к оси.

Если учесть, что главные скалывающие усилия происходят у опор и что в этих точках $\sigma_y = 0$ и $M = 0$, то, называя σ_n — сжатие бетона от предварительного напряжения при трещинообразовании, получаем:

$$\frac{\sigma_{гг}}{\sigma_{гсж}} = \frac{\sigma_n}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{\sigma_n}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

Инструкция требует, чтобы напряжения удовлетворяли следующим требованиям:

$$\sigma_{гг} \leq R_p \text{ и } \sigma_{гсж} < \frac{R_{пр} K_T}{1.8}$$

Оба эти условия обыкновенно легко проверяются, как это явствует хотя бы из примеров той же Инструкции.

$$\text{Пример I} \quad \frac{\sigma_{гг}}{R_p} = \frac{11,1}{2,5} < 1 \quad \frac{\sigma_{сж} \times 1,8}{R \times K_T} = \frac{69}{144} < 1$$

$$\text{Пример II} \quad \frac{\sigma_{гг}}{R_p} = \frac{5}{31} < 1 \quad \frac{\sigma_{сж} \times 1,8}{R \times K_T} = \frac{64,2}{179} < 1,$$

так что в этих балках запас прочности на трещинообразование для скалывающих напряжений много выше, чем для продольных усилий.

Инструкция предписывает армировать балку хомутами и дает указания насчет их вычисления. Но известно, что при опытах разрушения напряженно-армированных балок при нормальном типе загрузки никогда не наблюдались трещины от скалывающих усилий и вообще около опор. Известно также, что многие строители выпускали балки без поперечной арматуры. Поэтому желательно выяснить в каких случаях можно обходиться без хомутов. Для этого можно рассуждать следующим образом: при разрушении балки трещины от нормальных усилий должны распределиться в той зоне, где напряжения перешли через предел трещинообразования. Например, если взять приведенные выше схемы, то балка растрескается на

$\sqrt{\frac{1,8-1,15}{1,8}} = 0,54$ своей длины. Края балки (длиной в 0,23 длины балки) не должны трескаться и будут служить анкерами для струн, так как в растреснувшей зоне сцепление не может сохраниться; поэтому на нашей схеме напряжений у опор мы допустили, что ар-

матура напрягается до σ_p . На самом деле эта гипотеза, несомненно, верна только для внутренней части концов, так как можно полагать, что напряжение в струнах падает более или менее равномерно вдоль закрепленного конца. Поэтому в опорном сечении оно может быть несколько ниже предельного.

Для практики можно ограничиться заведомо малой величиной предварительного напряжения. Например, усилие при трещинообразовании много ниже действительных; поэтому коэффициент прочности можно смело принять не выше, чем для продольных усилий.

В таком случае хомуты не нужны тогда, когда проверяется не равенство:

$$\frac{\sigma_n}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_n}{2}\right)^2 + \tau_p^2} < R_p \quad \tau_p = \text{усилие скалывания при разрушении балки.}$$

Заметно также, что предварительное напряжение выпрямляет изостатические линии, наклон которых у опор будет вычисляться по формуле:

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2\tau_p}{\sigma_n}$$

Известно, что противодействие бетона касательным усилиям много эффективней как раз при крутых трещинах; поэтому прочность на скалывание в напряженно-армированном бетоне будет всегда выше, чем в обыкновенном железобетоне.

II. Балки, арматура которых по концам снабжена анкерами

Балки с анкерами являются наиболее распространенными в мостостроении. Они могут быть разделены на несколько типов, в зависимости от очертаний арматуры. Мы рассмотрим здесь:

- а) прямую арматуру, приложенную горизонтально (рис. 3 а);
- б) шпрингельную арматуру (рис. 3 б);
- в) прямую горизонтальную арматуру в балке, ось которой имеет параболическое очертание (рис. 3 в);
- г) параболическую арматуру в балке с прямолинейной осью (рис. 3 г);
- д) прямую арматуру, отогнутую по концам (рис. 3 д).

Первый случай применяется редко, так как он приводит к перерасходу бетона и железа, вследствие того, что арматура сечения у опор и середины одинаковы. Поэтому, для того чтобы избежать растяжения у опор, приходится и у середины располагать арматуру во внутреннем ядре сечения. Во всех других случаях, наоборот, напряжение в сечениях опор и середины могут подбираться независимо друг от друга, что дает возможность учитывать усилия от собственного веса и соответственно опускать арматуру.

Формула арматуры наиболее выгодна, когда она расположена по контуру, приближающемуся к изостатической кривой. Поэтому

из приведенных случаев наиболее рациональны расположения (г) и (д). Первое применяется в плитах, второе — в балках.

Решения (б) и (в) находят применение в сборных конструкциях, где иногда трудно располагать криволинейную арматуру.

а) Прямая арматура, проложенная горизонтально

Мы предполагаем, что арматура расположена симметрично по отношению к оси балки, но анкера могут находиться на расстоянии большем, чем пролет балки (рис. 3 а).

Так как арматура не имеет сцепления с бетоном, то ее деформация зависит только от сдвига или поворота анкеров. Это решение можно также применить для балок с внешней арматурой. Усилия в этой балке могут быть учтены следующим образом: если приложить к неармированной балке равномерно распределенную нагрузку, то удлинение волокон на уровне арматуры (считая от нейтральной оси) будет:

$$\int \frac{\sigma_s}{E_s} ds = \frac{2}{3} \frac{M_e l}{E_s I_e}$$

Это удлинение должно создать в арматуре усилие $\bar{X}$, которое, в свою очередь, прижимает волокно бетона на:

$$\frac{\bar{X}}{F_s E_s} \left(1 + \frac{e^2}{r^2} \right) L$$

Учитывая, что деформация арматуры равна деформации бетона, получим:

$$\frac{2}{3} M \frac{e l}{E_s I_e} - \frac{\bar{X}}{E_s F_s} \left(1 + \frac{e^2}{r^2} \right) L = \frac{\bar{X} L}{F_s E_s}$$

Обозначим через

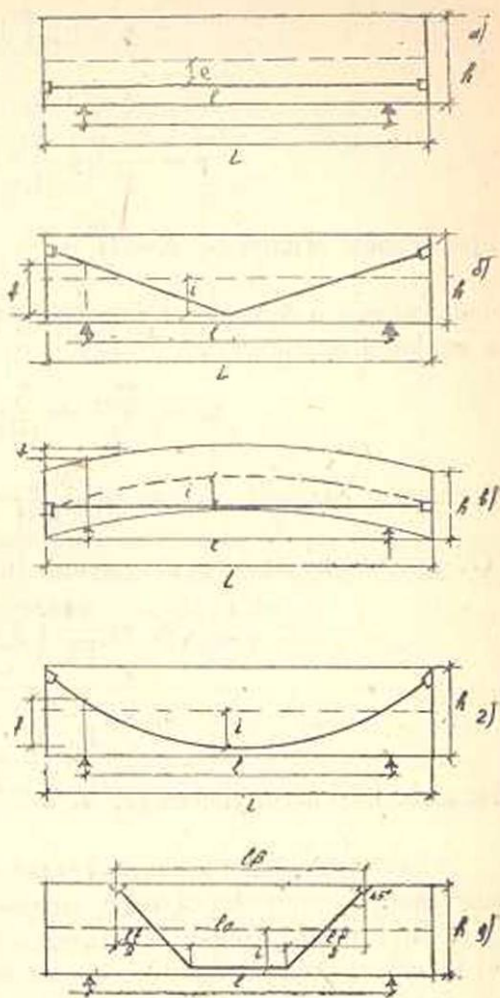


Рис. 3

$$\eta = \eta_0 \left(1 + \frac{e^2}{r^2} \right),$$

$$X = \rho M_1$$

$$\rho = \frac{2}{3} \pi \mu \frac{1}{L} \times \frac{e^2}{r^2} \times \frac{1}{1+\eta};$$

при осевом усилии N , $\bar{X} = N \frac{\eta}{1+\eta}$

напряжения в бетоне от момента будут:
в верхнем волокне:

$$\sigma_v = \frac{M_{yv}}{I_0} + \frac{X}{F_0} \left(1 - \frac{e}{h_{яв}} \right);$$

в нижнем волокне: $\sigma_n = \frac{M_{yn}}{I_0} + \frac{X}{F_0} \left(1 + \frac{e}{h_{яв}} \right).$

От предварительного натяжения силой N возникнут напряжения:

$$\sigma_v = \frac{N}{F_0} \left(1 - \frac{e}{h_{яв}} \right),$$

$$\sigma_n = \frac{N}{F_0} \left(1 + \frac{e}{h_{яв}} \right).$$

Напряжение в струне будет $\sigma_s = \frac{N+X}{F_s}$

Для правильного учета усилий нужно принять во внимание процесс напряжения балки и ее загрузки.

При изготовлении мостовых элементов можно предположить, что работу производят либо на месте, либо с перевозкой частей, но тогда так, чтобы на элементы действовали только известные усилия, приложенные в определенных точках.

Если M_2 — момент от собственного веса (равный минимальному моменту, который может воздействовать на балку) и H_0 — усилие в домкратах, то напряжения определятся по формулам:

$$\sigma_{сво} = \frac{H_0}{F_0} \left(1 - \frac{e}{h_{яв}} \right) + \frac{M_2}{F_0 h_{яв}} \quad (a)$$

$$\sigma_{до} = \frac{H_0}{F_0} \left(1 + \frac{e}{h_{яв}} \right) - \frac{M_2}{F_0 h_{яв}} \quad (б)$$

Нетрудно заметить, что все происходит так, как-будто предварительное натяжение H_0 разделяется на две части, одна часть $(H_0 - \bar{X}_0)$ является настоящим натяжением, а другая $(\bar{X}_0)$ возникает от влияния собственного веса. При этом под $\bar{X}_0$ нужно понимать натяжение струн, возникающих от момента M_2 :

$$\bar{X}_0 = \rho M_2$$

Кроме уравнений (а) и (б) нужно еще проверить напряжения у опор. При этом следует удовлетворить условиям:

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{во}} &= \frac{H_0}{F_6} \left(1 - \frac{e}{h_{\text{ан}}} \right) \leq \frac{R_p}{2.5} \\ \sigma_{\text{но}} &= \frac{H_0}{F_6} \left(1 + \frac{e}{h_{\text{ан}}} \right) \leq 0.7 R'\end{aligned}\quad (5)$$

Из этих формул легко получить:

$$M_1 = \frac{H - \rho M_2}{1 - \rho(h_{\text{ан}} + e)} (h_{\text{ан}} + e),$$

$$\text{где } \rho = \frac{2}{3} \pi \frac{e}{L} \cdot \frac{e}{r^2} \cdot \frac{1}{1 + \eta} \quad (5)$$

Для момента образования трещин следует учесть, что в тех случаях, когда арматура расположена одним пучком, облегающее ее волокно обыкновенно остается сжатым. Так, например, если допустить, что при трещинообразовании усилия в бетоне распределяются по треугольному закону, положение нулевой точки получается:

для бетона марки	600	500	400	300
расстояние нулевой точки от низа балки	0.15 h	0.145 h	0.142 h	0.147 h

Известно, что треугольный закон в данном случае неверен, но если учесть, что арматура редко приближается к краю на расстояние менее чем 0,25 h, то можно предположить, что фактически оно не выходит из сжатой зоны. Тогда

$$M_1 = \frac{(H - \rho M_2)(h_{\text{ан}} + e) + \gamma R_p F_6 h_{\text{ан}}}{1 - \rho(h_{\text{ан}} + e)}$$

Понижение натяжения в результате усадки и ползучести можно вычислить по формуле:

$$\Delta H = H_0 - H = \frac{\varepsilon_y + \varepsilon_n}{1 + \eta} E_s = \frac{\varepsilon_y + E_s}{1 + \eta} + \frac{\kappa \sigma_s E_6 \eta}{1 + \eta}$$

Рассмотренный тип армирования редко употребляется на практике, но приведенный метод вычисления часто применяют для балки с анкерами, так как он приводит к простым расчетам. Поэтому его можно рекомендовать как метод первого приближения.

б) Балка со шпрингальной арматурой

Для этого и всех последующих случаев расчет напряжений требует учета деформаций волокон, находящихся под углом по отношению к оси балки. Поэтому мы должны сначала рассмотреть здесь тео-

ретическую сторону вопроса, но предварительно мы сделаем следующие замечания: в разбираемых нами случаях могут представиться два положения:

В случаях б), в) и г), прилагаемые к плитам скалывающие усилия всегда очень малы. Поэтому мы ими пренебрежем. В дальнейшем мы также учтем, что очертание арматуры всегда пологое и угол наклона арматуры мал. В случае д) наоборот, скалывающие усилия могут быть значительными, но мы рассмотрим только тот случай, когда угол арматуры с горизонталью равен 45° . Этот случай наиболее распространен на практике. Этот метод при желании можно обобщить и для любых других очертаний арматуры.

Деформация косо го волокна

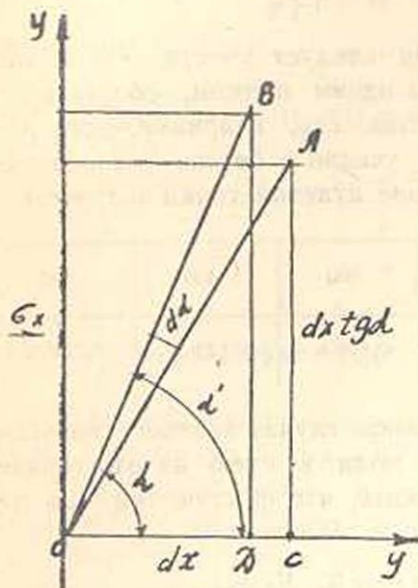


Рис. 4.

Допустим, что в каждой точке балки существуют зависимости:

$$\sigma_x = \frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{p}{2} + R,$$

$$\sigma_y = \frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{p}{2} - R.$$

В этих уравнениях p является продольным напряжением, действующим в балке, а σ_x и σ_y — напряжения по главным направлениям. Рассмотрим элементарную площадку $\alpha_x \alpha_y$, на которую действуют σ_x и σ_y . Известно, что осевые деформации этой площадки

$$e_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y),$$

$$e_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x),$$

где ν Пуассоново число, обыкновенно принимаемое равным $1/6$ для железобетона. В этих уравнениях положительный знак соответствует растяжению (в противоположность тому, что мы допускали до сих пор).

Если в нашей площадке выбрать волокно OA, образующее угол α с осью X-ов, то после деформации точка A перейдет в B, волокно повернется на угол $\alpha\alpha' = \alpha' - \alpha$ и удлинится на $\Delta = \overline{OB} - \overline{OA}$. Можно написать

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{DB}{OD} = \operatorname{tg} \alpha \frac{E + \sigma_y - \nu \sigma_x}{E + \sigma_x - \nu \sigma_y}$$

$$\Delta = \sqrt{BD^2 + OD^2} - OA$$

$$= \frac{dx}{E} \sqrt{\left[E - \frac{p}{2}(1-\nu) + R(1+\nu) \right]^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha \left[E + \frac{p}{2}(1-\nu) - R(1+\nu) \right]^2}$$

$$\frac{dx}{\cos \alpha}$$

$$\text{Обозначим: } a = \frac{p}{2}(1-\nu) \quad b = R(1+\nu)$$

$$\Delta = \frac{dx}{E} \sqrt{[E + (a+b)]^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha [E + (a-b)]^2} - \frac{dx}{\cos \alpha}$$

$$= \frac{dx}{\cos \alpha} \sqrt{1 + 2 \frac{(a+b) + \operatorname{tg}^2 \alpha (a-b)}{E(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)} + \frac{(a+b)^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha (a-b)^2}{E^2}} - \frac{dx}{\cos \alpha}$$

В интересующих нас случаях $\operatorname{tg} \alpha$ всегда мал (< 1), так как арматура всегда расположена близко к растянутой изостатической кривой (оси x -ов), чем к сжатой (оси y -ов); и E очень велико по сравнению с остальными величинами; поэтому можно пренебречь последним членом радикала, а остающуюся под корнем величину принять в упрощенном виде:

$$\Delta = \frac{dx}{E \cos \alpha} \frac{a(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) + b(1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

или

$$\Delta = \frac{dx}{E \cos \alpha} \left[\frac{p}{2} (1-\nu) + R(1+\nu) \cos 2\alpha \right]$$

Можно заметить, что

$$\frac{dx}{\cos \alpha} = ds \quad \alpha = \varphi - \theta$$

В этом уравнении φ обозначает угол наклона волокна к оси p , α — угол наклона напряжения σ к той же оси. Угол θ можно вычислить из формулы:

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2\tau}{p}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \operatorname{tg} (2\varphi - 2\theta) = \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi - \frac{2\tau}{p}}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi \frac{2\tau}{p}}$$

$$\cos \alpha z = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\varphi}} = \frac{p + \tau \operatorname{tg}^2 2\varphi}{2R} \cos 2\varphi$$

$$\Delta = \frac{ds}{E} \left\{ p(1 - \nu) + (1 + \nu) \left[\frac{p}{2} + \tau \operatorname{tg} 2\varphi \right] \cos 2\varphi \right\}$$

Эта формула дает деформацию волокна с уклоном $\operatorname{tg} \varphi$

Как мы указывали выше, эту общую формулу мы должны приложить к двум частным случаям:

1) Первый случай

$$\tau = 0 \quad R = \frac{p}{2} \quad \Theta = 0 \quad \alpha = \varphi$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{ds}{E} p [(1 - \nu) + (1 + \nu) \cos 2\varphi] \\ &= \frac{ds}{E} p (1 - \nu \operatorname{tg}^2 \varphi) (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) \end{aligned} \quad (6)$$

2) Второй случай:

$$\varphi = 45^\circ \quad \operatorname{tg} \varphi = 1 \quad \cos 2\varphi = 0$$

$$\Delta = \frac{ds}{E} \left[\frac{p}{2} (1 - \nu) + \tau (1 + \nu) \right] \quad (7)$$

в частности, у нейтральной линии:

$$p = 0 \quad \Delta = \frac{ds}{E} \tau (1 + \nu)$$

у крайних волокон:

$$\tau = 0 \quad \Delta = \frac{pds}{2E} (1 - \nu)$$

Таким же путем, как мы вычислили Δ , можно определить и:

$$d\alpha = - \frac{R(1 + \nu)}{E} \sin 2\alpha$$

Знак — минус указывает на то, что волокно поворачивается к оси х-ов.

$$d\alpha = - \frac{R(1 + \nu)}{E} \frac{\frac{p}{2} \operatorname{tg}^2 \varphi - \tau}{R} \cos 2\varphi = - \left(\frac{p}{2} (\sin 2\varphi - \tau \cos 2\varphi) (1 + \nu) \frac{1}{E} \right)$$

$$\text{Если } \tau=0 \quad d\alpha = -\frac{p}{2} \sin 2\varphi (1+\nu) \frac{1}{E},$$

$$\text{если } \varphi=45^\circ \quad d\alpha = -\frac{p}{2} \frac{1+\nu}{E},$$

$$\text{если } \varphi=0 \text{ и } p=0 \quad d\alpha = \frac{\tau}{E} (1+\nu) = \frac{1}{G},$$

то есть известное уравнение деформации при сдвиге.

Для скалывающих усилий можно также установить несколько общих формул.

Вообще, для расчета касательных напряжений удобно употреблять круг Мора. В том случае, когда предварительное напряжение действует горизонтально, можно получить окончательные напряжения, если приложить к точке круга Мора, имеющей ординаты p и τ напряжение σ_n . Эта точка тогда передвигается на σ_n , а центр круга передвигается на $\sigma_n/2$. При этом точка с ординатами o, τ остается на месте и можно воспользоваться этим, чтобы легко начертить новый круг (рис. 4).

Если усилия действуют под углом φ , то нужно взять две точки круга и приложить к ним соответствующие усилия от предварительного напряжения. Эти точки будут: точка p, τ и точка o, τ или, в общем случае, если имеются поперечные напряжения p_y : точки p_x, τ и p_y, τ .

Для того, чтобы иметь напряжения от предварительного натяжения, нужно начертить побочный круг Мора, соответствующий этому натяжению и провести от нуля линию под наклоном $\operatorname{tg} \varphi$; отрезок OA , ограниченный кругом Мора, даст величину, которую нужно приставить к точке p, τ . Отрезок OB , перпендикулярный OA на том же круге Мора, должен быть приставлен к точке o, τ . Новый круг Мора пройдет через эти две новые точки. Можно заметить, что центр нового круга также передвинется на $\sigma_n/2$, что облегчает его построение.

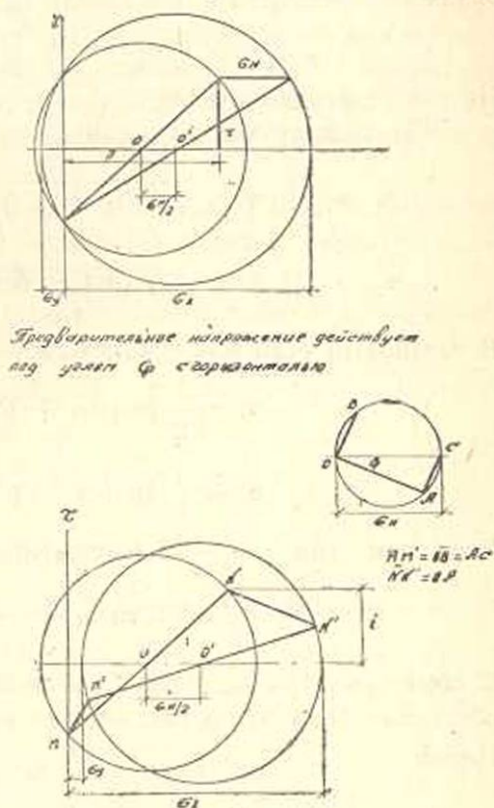


Рис. 5.

Что касается уравнений, то они принимают следующий вид:

$$\sigma_x = \frac{p_x + p_y}{2} + \sqrt{\frac{(p_x - p_y)^2}{4} + \tau_1^2},$$

$$\sigma_y = \frac{p_x + p_y}{2} - \sqrt{\frac{(p_x - p_y)^2}{4} + \tau_1^2},$$

где

$$p_x = p + \sigma_n \cos^2 \varphi,$$

$$p_y = -\sigma_n \sin^2 \varphi,$$

$$\tau_1 = \tau + \frac{\sigma_n}{2} \sin 2\varphi.$$

На рис. 5 φ отрицателен и $\tau' < \tau$

Подставляя эти выражения, получим:

$$\sigma_x = \frac{1}{2} [p + \sigma_n + \sqrt{(p + \sigma_n \cos 2\varphi)^2 + (2\tau + \sigma_n \sin 2\varphi)^2}],$$

$$\sigma_y = \frac{1}{2} [p + \sigma_n - \sqrt{(p + \sigma_n \cos 2\varphi)^2 + (2\tau + \sigma_n \sin 2\varphi)^2}],$$

В частности, если $\varphi = \pm 45^\circ$, то

$$\sigma_x = \frac{1}{2} [p + \sigma_n + \sqrt{p^2 + (2\tau \pm \sigma_n)^2}],$$

$$\sigma_y = \frac{1}{2} [p + \sigma_n - \sqrt{p^2 + (2\tau \pm \sigma_n)^2}].$$

Если при этом $\varphi = -45^\circ$ и предварительное напряжение

$$\sigma_n = 2\tau, \text{ то } \sigma_x = p + \frac{\sigma_n}{2} \text{ и } \sigma_y = \frac{\sigma_n}{2}.$$

С помощью этих же уравнений можно вывести значение σ_n , которое свело бы к нулю растягивающие усилия.

Имеем:

$$\sigma_n = \frac{\tau^2}{\frac{p}{2} (1 - \cos 2\varphi) - \tau \sin 2\varphi}.$$

Если $\varphi = 45^\circ$, то

$$\sigma_n = \frac{\tau^2}{\frac{p}{2} + \tau}.$$

У нейтральной линии τ имеет максимальное значение а $p = 0$

$$\sigma_n = -\tau \frac{1}{\sin^2 \varphi}$$

если

$$\varphi = -45^\circ, \text{ то } \sigma_n = \tau$$

Можно также вычислить угол φ , под которым должно действовать заданное предварительное напряжение σ_n , чтобы не было растягивающих усилий. После простого преобразования находим:

$$\operatorname{tg} \varphi = \tau \left[\frac{-\sigma_n \pm \sqrt{\sigma_n^2 - \tau^2 + p \sigma_n}}{\tau^2 - p \sigma_n} \right]$$

и, при $p=0$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{\sigma_n}{\tau} \pm \sqrt{\frac{\sigma_n^2}{\tau^2} - 1}$$

Чтобы решение было бы возможным, нужно чтобы $\sigma_n > \tau$. Напомним, наконец, что согласно указаниям Инструкции, скалывающее усилие нужно проверять не только у нейтральной линии, но и там, где сечение испытывает резкие изменения своей ширины. На практике достаточно учитывать усилия в точке соприкосновения втулов верхней полки двутавра со стенкой. Все остальные точки не опасны.

С помощью приведенных выше формул мы можем вычислить напряжения в напряженно-армированных элементах, в которых арматура проложена не параллельно оси (рис. 3 б).

Если назвать i расстояние арматуры от центра тяжести по середине балки и f стрелку арматуры у опор, то

$$e = i - f \xi,$$

где

$$\xi = \frac{2x}{l}$$

Наклон арматуры будет $\operatorname{tg} \varphi = \frac{2f}{l}$

Если элемент нагружен равномерно распределенной нагрузкой, то

$$M = M_0 (1 - \zeta^2),$$

$$\text{где } M_0 = \frac{ql^2}{8}.$$

Удлинение волокна от действия момента M будет:

$$\lambda = 2 \int_0^{1/2} \Delta = 2 \frac{(1 - \nu \operatorname{tg}^2 \varphi)(1 + \operatorname{tg}^2 \varphi)}{E_6} \int_0^{1/2} \frac{\sigma_0 dx}{\cos \varphi}$$

Примем обозначение

$$A = \frac{(l^2 - 4\nu f^2)(l^2 + 4f^2)}{l^4} \sqrt{1 + \frac{4f^2}{l^2}} = 1 + \frac{4f^2}{l^2} \left(\frac{3}{2} - \nu \right);$$

мы здесь учли, что f мало по сравнению с l и, поэтому, выраже-

нием $\left(\frac{f}{l}\right)^4$ можно пренебречь.

Тогда

$$\lambda = \frac{2 A M_0 l}{E_0 I_0} \left(\frac{1}{3} - \frac{f}{8} \right)$$

Рассуждая как и раньше, мы вычисляем укорочение бетона, вызванное дополнительным растяжением арматуры:

Получаем (пренебрегая поперечными усилиями):

$$\lambda' = 2 \int_0^{l/2} \frac{\sigma_0}{E} ds = 2 \frac{A \bar{X}}{F_0 E_0} \int_0^{l/2} \left(1 + \frac{e^2}{r^2} \right) \alpha x$$

введем обозначение:

$$\eta' = \left[1 + \frac{1}{r^2} \left(i^2 - ii + \frac{f^2}{3} \right) \right] \pi \mu$$

Получаем уравнение, родственное полученному в предыдущем случае:

$$\frac{2 A M_0 l}{E_0 F_0} \left(\frac{1}{3} - \frac{f}{8} \right) - \frac{\bar{X} L A}{F_0 E_0} \frac{\eta'}{\pi \mu} = \frac{\bar{X} L}{E_a F_a} \bar{X} = \rho' M_0$$

$$\rho' = 2 \pi \mu \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{A}{1 + \eta' A} \left(\frac{1}{3} - \frac{f}{8} \right)$$

Для учета действия ползучести можно рассуждать так же, как и выше.

Сокращение волокна от усилия в бетоне будет:

$$\begin{aligned} \lambda'' &= A k \sigma_0 \alpha x \\ &= 2 A k \sigma_a \cdot \mu \int_0^{l/2} \left(1 + \frac{e^2}{r^2} \right) dx \\ &= \frac{A k \sigma_a \cdot L \eta'}{\pi} \end{aligned}$$

Уменьшение сжатия от сокращения арматуры будет:

$$\lambda''' = \frac{\bar{X} L A \eta'}{F_0 E_0 \pi \mu}$$

Здесь

$$\bar{X} = \lambda E_a F_a$$

Поэтому:

$$\lambda''' = \lambda A \eta' L$$

Укорочение арматуры:

$$\lambda''' = \frac{\lambda L}{\cos \varphi}$$

Приравняв укорочение железа и бетона, получим

$$\frac{\lambda L}{\cos \varphi} = A k \sigma_a \cdot L \frac{\eta'}{\pi} - \lambda A \eta' L$$

$$a_2^u = E_{\sigma k} \sigma_{s1} \cdot \frac{A \eta' \cos \varphi}{1 + A \eta' \cos \varphi}$$

Для учета усадки, имеем:

$$\frac{\lambda}{\cos \varphi} = \frac{\varepsilon_y}{\cos \varphi} - \lambda A \eta' L$$

$$a_2^y = \lambda E_a = \frac{\varepsilon_y E_a}{1 + A \eta' \cos \varphi}$$

В конечной форме получаем уравнения:

в середине пролета

$$\sigma_{so} = n \left(1 - \frac{i}{h_{ял}} \right) + \frac{M_2}{h_{ял}} > \frac{R_p}{2.5} F_6$$

$$\sigma_{no} = n \left(1 + \frac{i}{h_{яв}} \right) - \frac{M_2}{h_{яв}} \leq R'_6 F_6$$

у опор

$$\frac{R_p}{2.5} \leq \sigma_{so} = \frac{H}{F_6} \left(1 - \frac{i-f}{h_{ял}} \right) \leq R'_6$$

$$\frac{R_p}{2.5} \leq \sigma_{no} = \frac{H}{F_6} \left(1 + \frac{i-f}{h_{яв}} \right) \leq R'_6$$

При максимальной нагрузке:

$$\sigma_{s1} = \sigma_{sk} - \sigma_{s2} + \Delta \sigma_{s1},$$

$$\sigma_{s2} = \frac{\varepsilon_y E_a}{1 + A \eta' \cos \varphi} + k \sigma_{s1} E_6 \frac{A \eta' \cos \varphi}{1 + A \eta' \cos \varphi}$$

$$\Delta \sigma_{s1} = \frac{\rho'}{F_a} (M_1 - M_2)$$

$$M_1 = \frac{H - \rho' M_2}{1 - \rho' (h_{яв} + i)} (h_{яв} + i)$$

Здесь уже нельзя допустить, что в момент появления трещин арматура останется в сжатой зоне. Прирост момента можно учесть по формуле Инструкции:

$$M_T - M_1 = M_1' = W \gamma R_p + \sigma_p \mu (h_{яв} + i) F_6, \text{ где } \sigma_p \approx 200 \text{ кг/см}^2$$

Как известно, при трещинообразовании не требуется проверки напряжений в сжатой зоне элемента.

Как видно, элемент, армированный кривой арматурой, дает большие возможности, чем если арматура прямая, так как мы можем здесь беспрепятственно брать $i > h_{ял}$; опасное сечение получается не в середине пролета, а в промежутке между опорой и серединой пролета, так как усилия от предварительного напряжения убывают по линейному закону, и следовательно быстрее, чем от изгибающего момента.

в) Балка с прямой арматурой и параболической осью

Для расстояния арматуры от оси:

$$e = i - \frac{4f}{l^2} x^2 = i - f \xi^2$$

$$ds = dx$$

$$\Delta = \frac{\sigma_6 dx}{F} = \frac{M_0}{EI} dx$$

$$\lambda = 2 \int_0^{l/2} \frac{\sigma_6}{E_6} dx = \frac{2 M_0 l}{E_6 I_6} \left(\frac{i}{3} - \frac{f}{15} \right)$$

Укорочение волокна от усилия $\bar{X}$ в арматуре:

$$\lambda' = 2 \int_0^{L/2} \frac{\bar{X}}{F_6 E_6} \left(1 + \frac{e^2}{r^2} \right) dx$$

Обозначая через

$$\eta'' = \pi \mu \left[1 + \frac{1}{r^2} \left(i^2 - \frac{2}{3} i f + \frac{f^2}{5} \right) \right]$$

$$\lambda' = \frac{\bar{X} L}{F_6 E_6} \frac{\eta''}{\pi \mu},$$

будем иметь:

$$\frac{2 M_0 l}{E_6 I_6} \left(\frac{i}{3} - \frac{f}{15} \right) - \frac{\bar{X} L}{E_6 F_6} \frac{\eta''}{\pi \mu} = \frac{\bar{X} L}{E_a F_a}$$

$$\bar{X} = \rho'' M_0 \quad \rho'' = 2 \pi n \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{1}{1 + \eta''} \left(\frac{i}{3} - \frac{f}{15} \right)$$

$$\Delta \sigma_a = \frac{\rho''}{F_a} (M_1 - M_2)$$

Эта формула такого же типа как и предыдущая.

Для учета ползучести и усадки получим соответственно

$$\sigma_{a_1} = \frac{\varepsilon_y E_a}{1 + \eta''} + \kappa \sigma_{a_1} E_6 \frac{\eta''}{1 + \eta''}$$

В конечном итоге получаются уравнения той же формы, как и в предыдущем случае при замене величины $\Delta \sigma_{a_1}$ и σ_{a_1} их новыми обозначениями.

2) Балка с прямой осью с арматурой, изогнутой по параболическому очертанию.

Здесь e опять $= i - f\zeta^2$,

$$\Delta = \frac{p}{E} (1 - \nu \operatorname{tg}^2 \varphi) (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) ds$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{4f\xi}{l} \quad ds = \frac{dx}{\cos \varphi}$$

$$\sigma_s = \frac{M_0 l}{I_0} (i - f\zeta^2) (1 - \zeta^2)$$

$$\Delta = \frac{M_0 l}{2E_s I_0} \left[(i - f\zeta^2) (1 - \zeta^2) \right] \left(1 - \frac{16\nu f^2 \xi^2}{l^2} \right) \left(1 + \frac{16f^2 \xi^2}{l^2} \right)^{3/2} d\xi$$

Для интегрирования этого уравнения мы учтем, что f мало по сравнению с l и поэтому членами, где встречается $(f/l)^4$, можно пренебречь. Тогда Δ примет вид:

$$\Delta = \frac{M_0 l}{2E_s I_0} \left\{ (i - f\zeta^2) (1 - \zeta^2) \left[1 + \frac{16f^2}{l^2} \left(\frac{3}{2} - \nu \right) \zeta^2 \right] \right\} d\zeta$$

Введя обозначения: $\kappa = \frac{16f^2}{l^2} \left(\frac{3}{2} - \nu \right)$

$$B = 2 \left[\frac{i}{3} \left(1 + \frac{\kappa}{5} \right) - \frac{f}{15} \left(1 + \frac{3\kappa}{7} \right) \right],$$

находим:

$$\lambda = \frac{B M_0 l}{E_s I_0}.$$

Эта формула того же типа, что и предыдущая.

Укорочение от силы $\bar{X}$ напишется так:

$$\lambda' = \frac{\bar{X} l}{E_s I_0} \int_0^{L/c} \left(1 + \frac{e^2}{r^2} \right) (1 + \kappa \zeta^2) d\zeta$$

Введя обозначение:

$$\eta''' = \pi \mu \left\{ 1 + \frac{\kappa}{3} + \frac{1}{r^2} \left[i^2 - \frac{i(2f - \kappa i)}{3} + \frac{f(f - 2\kappa i)}{5} + \frac{\kappa f^2}{7} \right] \right\}$$

получим:

$$\lambda' = \frac{\bar{X} L}{E_s F_0} \frac{\eta'''}{\pi \mu}$$

Общее уравнение имеет вид:

$$\frac{M_0 l}{E_s F_0} B - \frac{\bar{X} L}{E_s F_0} \frac{\eta'''}{\pi \mu} = \frac{\bar{X} L}{E_s F_0} \left(1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{L^2} \right)$$

$$\bar{X} = \rho''' M_0 \quad \rho''' = \mu_r \frac{1}{L} \frac{1}{r^2} \cdot \frac{B}{1 + \eta''' + \frac{8}{3} \frac{f^2}{L^2}}$$

$$\Delta \sigma_a = \frac{\rho'''}{F_a} (M_1 - M_2)$$

При учете усадки будем иметь

$$\lambda L \left(1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{L^2} \right) - \varepsilon_y L \left(1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{L^2} \right) - \frac{\bar{X} L}{E_0 F_0} \times \frac{\eta'''}{\mu_r},$$

где $\bar{X} = \lambda F_a E_a$

$$a_2^y = \lambda E_a = \frac{\varepsilon_y E_a}{1 + \frac{\eta'''}{1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{L^2}}}$$

При учете ползучести получим:

$$a_2^u = \kappa \sigma_a, E_0 \times \frac{\eta'''}{1 + \eta''' + \frac{8}{3} \frac{f^2}{L^2}}$$

д) Балка с арматурой, отогнутой по концам

Балки с арматурой, отогнутой по концам под углом в 45° , представляют самый интересный случай, во-первых, потому, что они встречаются особенно часто и, во-вторых, потому, что применяются при больших пролетах.

Применяя обозначения, указанные на рис. 3 д, напомним:

Длину арматуры $l(a + f\sqrt{2})$

$$\beta = \frac{L}{l} = a + f$$

Для среднего участка балки $e = i$; у опор $e = i - \frac{1}{2}(\zeta - a)$

Под действием момента удлинение волокна, облегающего арматуру:

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$$

удлинение в горизонтальной зоне:

$$\lambda_1 = 2 \int_0^{\frac{la}{2}} \frac{M_i}{E_0 l_0} dx = \frac{M_0 l}{l_0 E_0} \left(a - \frac{a^2}{3} \right)$$

удлинение от продольных усилий в зоне косой арматуры:

$$\lambda_2 = 2 \int_{\frac{la}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{dx}{E_0} \frac{\sigma}{2} (i - \nu) \sqrt{2}$$

$$= \frac{1-\nu}{E_0 \sqrt{2}} \cdot \frac{M_0 l}{I_0} \int_a^{\beta} (1-\zeta^2) \left[i - \frac{1}{2} (\zeta - a) \right] d\zeta$$

Введя обозначение:

$$C = \frac{1-\nu}{\sqrt{2}} i \left\{ i(1-3a^2-3af-f^2) - \frac{If}{24} (6-6a-8af-3f^2) \right\},$$

будем иметь:

$$\lambda_2 = \frac{c M_0 l}{E_0 I_0}$$

удлинение в зоне косой арматуры от скалывающих усилий:

$$\lambda_2 = 2 \int_{\frac{la}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{dx}{E_0} \tau(1+\nu)\sqrt{2},$$

где

$$\tau = \frac{QS}{bI} \quad Q = q \frac{1}{2} \zeta$$

Вычисление λ_2 зависит от формы сечения, которая может изменяться в значительных пределах.

Поэтому, учитывая, что λ_2 малая величина, мы примем:

$$\tau = \frac{Q}{F_0}$$

$$\lambda_2 = \frac{(1+\nu)\sqrt{2}}{E_0 F_0} \frac{ql^2}{2} \int_a^{\beta} \zeta d\zeta$$

Введем обозначения:

$$D = \frac{1+\nu}{\sqrt{2}} i (2a + f) \quad Q_0 = \frac{ql}{2}$$

$$\lambda_2 = \frac{DQ_0 l}{E_0 F_0}$$

$$\lambda = \frac{M_0 l}{I_0 E_0} \left[i \left(a - \frac{a^3}{3} \right) + C \right] + D \frac{Q_0 l}{E_0 F_0}$$

Деформацию волокна от усилия $\bar{X}$, вызванную растяжением λ' , можно также представить в аналогичной форме:

$$\lambda' = \lambda_1' + \lambda_2' + \lambda_3'$$

$$\lambda_1' = 2 \int_0^{\frac{la}{2}} \frac{\bar{X}}{F_6 E_6} \left(1 + \frac{i^2}{r^2} \right) dx = \frac{\bar{X}}{F_6 E_6} \left(1 + \frac{i^2}{r^2} \right) la$$

Усилия в отгибах:

Усилие в арматуре состоит из продольной силы $X/\sqrt{2}$, дающей деформацию λ_1 , и касательной силы $X/\sqrt{2}$, дающей деформацию λ_2 .

Строго говоря, нужно было бы также принять во внимание деформации λ_3 от поперечных сил, но эта деформация мала и мы ее не учитываем.

$$\lambda_2 = 2 \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{\bar{X} \sqrt{2}}{2 F_6 E_6} \left(1 + \frac{e^2}{r^2} \right) \frac{1-\nu}{\sqrt{2}} dx$$

$$= \frac{F \bar{X} l}{E_6 F_6}, \quad \text{где} \quad F = \frac{1-\nu}{2} i \left\{ 1 + \frac{1}{r^2} \left(i^2 - \frac{l i f}{2} + \frac{l^2 f^2}{12} \right) \right\}$$

$$\lambda_3 = 2 \int_0^{\frac{L}{2}} \tau (1 + \nu) \frac{dx}{E_6 \sqrt{2}}. \quad \text{Поскольку} \quad \tau = \frac{\bar{X}}{\sqrt{2} F_6},$$

$$\lambda_3 = \frac{1 + \nu \bar{X}}{E_6 F_6} \quad \text{и}$$

В окончательном виде для λ' получим следующее выражение:

$$\lambda' = \frac{\bar{X} l}{E_6 F_6} - \frac{\eta^{IV}}{\mu},$$

где

$$\eta^{IV} = \left[a \left(1 + \frac{i^2}{r^2} \right) + F + (1 + \nu) i \right] \frac{1}{\mu}$$

Общее уравнение примет вид:

$$\frac{M_0 l}{E_6 I_6} \left[i \left(a - \frac{a^3}{3} \right) + C + \frac{D Q_0 l}{E_6 F_6} - \frac{\bar{X} l}{E_6 I_6} \eta^{IV} \right] = \frac{\bar{X} l}{E_a F_a} (a + i \sqrt{2})$$

При

$$\rho^{IV} = \left\{ \frac{1}{r^2} \left[i \left(a - \frac{a^3}{3} \right) + C \right] + D Q_0 \right\} \frac{1}{i \sqrt{2} + a + \eta^{IV}}$$

$$\bar{X} = \rho^{IV} (M_1 - M_2)$$

При учете усадки будем иметь:

$$\bar{X} l (a + i \sqrt{2}) = \varepsilon_y l (a + i \sqrt{2}) - \frac{\bar{X} l}{F_6 E_6} \cdot \frac{\eta^{IV}}{\mu},$$

откуда находим:

где

$$\bar{X} = a_s^y F_s,$$

$$a_s^y = \frac{\varepsilon_y E_s}{1 + \frac{\eta^{IV}}{a + f\sqrt{2}}}$$

Для учета ползучести получим соответственно:

$$a_s^{\Pi} = \kappa E_s \sigma_s \frac{\eta^{IV}}{a + f\sqrt{2} + \eta^{IV}}$$

Касательные усилия

Как мы видели, для струнотетонных балок, при разрушении, предварительное напряжение на опорах не только сохраняется, но, наоборот, возрастает. Правда, в струнотетонных балках трудно было с уверенностью учесть это нарастание, так как было неизвестно, в какой зоне она распределялась.

В балках с анкерами, наоборот, сомнения в этом направлении быть не может, так как все напряжение передается на анкера и, следовательно, сжимает всю балку. Поэтому можно проверить скалывающие усилия на разрушение, допуская, что предварительное напряжение в этот момент будет равно $\sigma_t F_s$. Если учесть при этом, что мы имеем возможность так расположить арматуру, чтобы это напряжение действовало бы под наклоном, то в громадном большинстве случаев нетрудно будет сильно уменьшить растягивающие усилия от скалывания. Поэтому мы считали бы целесообразным рассчитывать напряженно-армированные мосты так, чтобы трещинообразование от касательных сил совпадало бы с моментом разрушения. Такое условие не только дало бы возможность полностью отказаться от поперечной арматуры, но гарантировало бы еще некоторый добавочный коэффициент прочности на скалывание, так как даже после трещинообразования бетон может еще противиться разрушению балки. Поэтому, сохраняя для проверки на скалывание коэффициент запаса „K“ против разрушения, мы тем самым создаем более высокий коэффициент на разрушение от касательных сил, как это делает и Инструкция.

Но если эти соображения допустимы для опор, то в центральной части балки могут возникнуть зоны, где возможны трещины, хотя при испытании балок на разрушение такие трещины не наблюдались.

Чтобы уяснить этот вопрос, возьмем балку с прямой горизонтальной арматурой (случай а) и рассмотрим усилия вдоль нейтральной линии (нагрузка предполагается, как и раньше, равномерно распределенной). Чтобы избежать трещины до разрушения балки, нужно удовлетворить условию:

$$R_p = \frac{\sigma_r \mu}{2} - \sqrt{\frac{(\sigma_r \mu)^2}{4} + \tau^2}$$

или скалывание при разрушении:

$$\tau_p = R_p \sqrt{1 - \mu \frac{\sigma_r}{R_p}}$$

Здесь предварительное напряжение равно $\sigma_r F_A$ и сжатие бетона будет $\sigma_r \mu$.

Эти формулы не зависят от характера загрузки балки; для примера допустим, что $R_p = 30 \text{ кг/см}^2$, $\sigma_r = 15 \text{ т/см}^2$, $\mu = 0,7\%$; тогда $\tau_p = 63 \text{ кг/см}^2$.

τ_p будет наивысшим напряжением в балке (если, конечно, в других точках сечения и, в частности, у начала верхних вут не появится более высоких напряжений).

Пока материал балки работает как упругое тело, сжатие вдоль оси остается постоянным и равным $\mu \sigma_r$, а скалывающие усилия убывают. Поэтому в соответствующей зоне никакой проверки не нужно. Но условия меняются с того момента, когда появляется первая трещина.

Легко установить расстояние первой теоретической трещины от опор.

$$S = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{K_r}{K}} \right) l.$$

Если $K_r = 1,15$ и $K = 2$, то $S = 0,175 l$;

усилие τ_0 в этом сечении будет:

$$\tau_0 = \left(\frac{1}{2} - a \right) \tau_p = c \tau_p = 0,65 \tau_p.$$

От этой точки усилия τ будут убывать к середине пролета по линейному закону

$$\tau = \tau_0 \xi$$

Напряжение по оси будет зависеть от изгибающего момента и мы допустим, что он изменяется по параболическому закону, хотя фактически он убывает быстрее, так как плечо момента также увеличивается.

Если положить $\sigma = \sigma_r \mu \xi^2$, то основное уравнение напишется так:

$$R_p = \frac{\sigma_r \mu \xi^2}{2} - \sqrt{\frac{(\sigma_r \mu \xi^2)^2}{4} + \tau_0^2 \xi^2}$$

$$\xi^2 = \frac{R_p}{\tau_0^2 + \sigma_r \mu R_p} = \frac{R_p}{c^2 R_p + (1 - c^2) \sigma_r \mu},$$

где ξ изменяется от 0 до 1.

Для $\epsilon = 1$, $\zeta = 1$. Если „ ϵ “ меньше единицы, то ζ^2 будет больше 1, то есть в средней зоне балки усилия растяжения никогда не достигнут предела R_p .

При криволинейной продольной арматуре напряжения в средней зоне балки могут быть более значительными, чем у опор, но следует учесть, что эти напряжения при криволинейной арматуре будут всегда меньше, чем при прямой арматуре и поэтому следует проверять только те зоны, где $\tau \geq \tau_p$.

Вообще можно заметить, что в плитах τ всегда меньше τ_p . В балках скалывающие напряжения могут быть значительные и там нужно отгибать арматуру начиная с того сечения, где $\tau = \tau_p$ (или даже раньше, если в сечении есть точки более опасные, чем точка, расположенная на нейтральной линии).

При конструировании балок расстояние между отогнутыми стержнями должно по возможности удовлетворять условию:

$$X = \frac{\sigma_t F_a}{\tau b} \sqrt{2} < \lambda$$

Здесь F_a — сечение отогнутой арматуры.

П Р И Н Я Т Ы Е О Б О З Н А Ч Е Н И Я

- K_T — коэффициент запаса на образование трещин,
- R_{II} — условное временное сопротивление сжатию, вводимое в расчет при изгибе внецентренного сжатия и растяжения,
- R' — прочность бетона в момент передачи на него напряжения,
- R_p — временное сопротивление бетона при центральном растяжении,
- σ_p — временное сопротивление арматуры,
- σ_T — предел текучести арматуры,
- $\sigma_{вх}$ — предварительное напряжение арматуры, контролируемое при натяжении,
- σ_{Δ_1} — потеря предварит. напряжения от ползучести и усадки,
- σ_{Δ_1} — напряжение арматуры перед нагружением элемента с учетом потерь от усадки, ползучести и упругого обжатия бетона,
- $\sigma_{\Delta T}$ — напряжение в арматуре при образовании трещин,
- σ_{σ_1} — предварительное напряжение бетона на сжатие с учетом потери от усадки и ползучести (соответствует σ_{Δ_1}),
- $\sigma_{гг}$ — главное растягивающее напряжение в бетоне при образовании трещин,
- $\sigma_{гсж}$ — главное сжимающ. напряжен. в бетоне при образовании трещин,

- ε_y — укорочение бетона от усадки,
 ε_n — укорочение бетона от ползучести,
 M_y — изгибающий момент, вызывающий образование трещин,
 Q_y — поперечная сила при нагрузке, вызывающей образование трещин,
 F_a — площадь напряженной арматуры,
 I_b, I_a — моменты инерции сечения бетона и арматуры,
 I_n — приведенный момент инерции сечения,
 F_n — приведенная площадь сечения,
 $\mu = \frac{F_a}{F_n}$ — коэффициент армирования $\mu_n = \frac{F_a}{F_n}$,
 h_{yn} — расстояние от геометрической оси сечения до верхней грани ядра сечения,
 $h_{ан}$ — расстояние от геометрической оси сечения до нижней грани ядра сечения,
 y_n — расстояние от центра тяжести сечения до верхнего волокна,
 y_n — расстояние от центра тяжести сечения до нижнего волокна,
 w_n — приведенный момент сопротивления при треугольной эпюре напряжений,
 r_n — радиус инерции приведенного сечения,
 r — радиус инерции бетонного сечения,
 H_0 — предварительное напряжение (монтажное) $= F_a \sigma_{ак}$,
 l — пролет балки,
 l — длина арматуры между анкерами,
 γ — поправочный коэффициент Инструкции [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Инструкция по проектированию предварительно-напряженных железобетонных конструкций и указания по их изготовлению (проект). Стройиздат Наркомстроя, 1943.

Ս. Մ. ԽճՈՐԴՅԱՆ

ՀԵԾԱՆԱՅԻՆ ԿՈՆՍՏՐՈՒԿՏԻՎՆԵՐԻ ՀԱՇՎՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ս. Մ. Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Լարված կոնստրուկցիաները մեծ հետաքրքրություն են ներկայացնում տաղավոր շինարարության համար. սակայն նրանց հաշվումը դեռևս բավարար չափով չի ուսումնասիրված:

Ներկա աշխատանքում նշված են տալեկապես կամուրջաշինարարության մեջ կիրառվող, արմատաբայով լարված ուղիղ կամ կորագիծ պրոֆիլով հեծանալին տիպի կոնստրուկցիաների հաշվարկի նոր մեթոդներ և բերված են բանաձևեր՝ առաջացող լարվածությունները հաշվելու համար