ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Ֆիզ.-մաթ., բն. և տեխ. գիտութ. I, № 6, 1948 Физ-мат., естеств. и тех. науки

ТЕОРИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА

З. А. Ацагорцян

Определение оптимального сечения железобетонных плит с учетом влияния изменения их собственного веса

Простор в выборе процента армирования при расчете железобетонных конструкций по теории критических нагрузок, узаконенной в Советском Союзе, дает возможность принимать экономически наивыгодные решения.

В свое время, вслед за опубликованием проф. А. Ф. Лолейтом метода расчета железобетонных конструкций по критическим нагрузкам, нами была предложена формула для определения экономически наивыгодного (оптимального) процента армирования изгибаемых железобетонных элементов прямоугольного сечения [1, а].

Аналогичные формулы, несколько позднее, были предложены другими авторами [2,3], а также нами [1, б].

При выводе указанных формул не учитывалось влияние изменения собственного веса элемента при изменении процента армирования. Если это приемлемо для конструкций, в которых собственный вес составляет незначительную долю общей нагрузки, то для конструкций со значительным собственным весом, каковым являются, в частности, железобетонные плиты, неучет указанного фактора приводит к существенной погрешности. Как показали произведенные нами непосредственные детальные расчеты [1, в], учет влияния изменения собственного веса плит может изменить оптимальный процент армирования довольно значительно, в некоторых случаях даже до двух раз. При этом, как и следовало ожидать, изменение происходит в сторону повышения оптимального процента армирования.

Решение задачи определения оптимального процента армирования с учетом влияния изменения собственного веса встречает значительные затруднения. Как показали работы некоторых исследователей [4,5], точное решение задачи весьма сложно и не приводит к практическим результатам.

Нами получена сравнительно простая формула оптимального процента армирования плит при некоторых упрощающих допущениях. Ниже даем вывод этой формулы.*

---

* В настоящей статье рассматриваются балочные плиты. Полученная формула может быть распространена и на плиты, опертые по контуру при их квадратном очертании в плане. Общий же случай плит, опертых по контуру, будет нами разобран особо.

Стоимость единицы площади железобетонной плиты (S) может быть выражена следующим образом:

$$S=h_0 S_б+\varepsilon F_a \gamma_a S_a+c, \tag{1}$$

где: h_0—полезная высота сечения плиты,

F_a —площадь сечения рабочей арматуры,

ε—конструктивный коэфициент арматуры,

$S_б$ —стоимость единицы объема бетона в деле,

S_a —стоимость единицы веса арматуры в деле,

γ_a —удельный вес арматурной стали,

C—постоянная величина (стоимость защитного слоя, опалубки и пр.)

Разобьем площадь сечения рабочей арматуры (F_a) на две части:

$$F_a=F_{a_1}+F_{a_2},$$

где F_{a_1}—площадь сечения арматуры, воспринимающей усилие от всей нагрузки на плиту, кроме ее собственного веса,

F_{a_2}—площадь сечения арматуры, воспринимающей усилие от собственного веса плиты.

Тогда уравнение (1) примет вид:

$$S=h_0 S_б+\varepsilon F_{a_1}\gamma_a S_a+\varepsilon F_{a_2}\gamma_a S_a+C. \tag{2}$$

Без большой погрешности можно считать, что площадь сечения арматуры, воспринимающей усилие от собственного веса (F_{a_2}), является постоянной величиной, не зависящей от толщины плиты. Действительно, по теории железобетона:

$$F_{a_2}=\frac{kM_2}{\sigma_T \varphi h_0}, \tag{3}$$

где M_2—изгибающий момент от собственного веса плиты,

k—коэфициент запаса,

σ_T —предел текучести арматурной стали,

φ—отношение плеча внутренней пары к полезной высоте сечения.

Изгибающий момент от собственного веса плиты можно выразить следующим образом:

$$M_2=\beta\eta h_0\gamma l^2, \tag{4}$$

где: β—коэфициент, зависящий от условий опирания плиты,

$\eta \frac{h}{h_0}$—отношение полной и полезной толщины плиты,

γ—объемный вес железобетона,

l—расчетный пролет плиты.

Подставляя значение (4) в уравнение (3), получим

$$F_{a_2}=\frac{k\beta\eta\gamma l^2}{\sigma_T \varphi} \tag{5}$$

В этом выражении все величины являются постоянными, кроме φ, которая зависит в весьма слабой степени от процента армирования и может быть принята за постоянную.

Таким образом Fa_2, а следовательно и член $Fa_2\, Sa$ в уравнении (2), могут считаться постоянными.

Обозначая

$$\varepsilon\gamma a\, Fa_2 Sa + C = C_1,$$

имеем

$$S = h_0 S\text{б} + \varepsilon Fa_1 \gamma a\, Sa + C_1. \tag{6}$$

Пользуясь уравнением (6) нетрудно получить оптимальный процент арматуры Fa_1, воспринимающей усилие от всей нагрузки, кроме собственного веса плиты.

Обозначим

$$\mu_1 = \frac{Fa_1}{h_0},$$

тогда

$$S = h_0 S\text{б} + \varepsilon\mu_1 h_0 \gamma a\, Sa + C_1 \tag{7}$$

Приравнивая нулю первую производную S по μ_1, получим

$$\frac{\partial S}{\partial\mu_1} = S\text{б}\,\frac{\partial h_0}{\partial\mu_1} + \varepsilon\gamma a\, Sa \left(h_0 + \mu_1 \frac{\partial h_0}{\partial\mu_1} \right) = 0. \tag{8}$$

Для определения $\frac{\partial h_0}{\partial\mu_1}$ воспользуемся выражением изгибающего момента (M_1) от всей нагрузки, кроме собственного веса плиты. В соответствии с основной расчетной формулой изгибаемых элементов

$$M_1 = \mu_1 h_0^2 \sigma_T \left(1 - 0{,}5\mu_1 \frac{\sigma_T}{R_И} \right). \tag{9}$$

Ввиду неизменяемости несущей способности плиты производная M_1 по μ_1 должна быть равна нулю:

$$\frac{\partial M_1}{\partial\mu_1} = \left(2h_0\mu_1\sigma_T \frac{\partial h_0}{\partial\mu_1} + h_0^2\sigma_T \right)\left(1 - 0{,}5\mu_1 \frac{\sigma_T}{R_И} \right) - 0{,}5\mu_1^2 h_0^2 \sigma_T \frac{\sigma_T}{R_И} = 0,$$

откуда

$$\frac{\partial h_0}{\partial\mu_1} = \frac{h_0 \left(\mu_1 \frac{\sigma_T}{R_И} - 1 \right)}{2\mu_1 \left(1 - 0{,}5\mu_1 \frac{\sigma_T}{R_И} \right)}. \tag{10}$$

Подставляя полученное значение $\frac{\partial h_0}{\partial\mu_1}$ в уравнение (8) и решая его относительно μ_1, получим:

$$\mu_1 = \frac{1}{\varepsilon\gamma a \frac{Sa}{S\text{б}} + \frac{\sigma_T}{R_И}}, \tag{11}$$

т. е. точно такое же выражение, какое имеется для оптимального коэфициента армирования без учета влияния изменения собственного веса.

Поскольку арматура для восприятия усилия от собственного веса плиты (Fa_2) постоянна, то для получения общего оптимального коэфициента армирования необходимо к μ_1 по формуле (11) добавить μ_2—коэфициент армирования от собственного веса. В соответствии с (5)

$$\mu_2 = \frac{Fa_2}{h_0} = \frac{\kappa\beta\eta\gamma l^2}{\sigma_T \varphi h_0}. \qquad (12)$$

Здесь h_0 представляет собой оптимальную полезную высоту сечения плиты, соответствующую оптимальному армированию.

Приближенное значение оптимального h_0 получится из выражения (6), если приравнить нулю первую производную S по h_0, предварительно подставив

$$Fa_1 = \frac{M_1}{\sigma_T \varphi h_0}$$

и принимая φ за постоянную:

$$\frac{\partial S}{\partial h_0} = S_б - \frac{\varepsilon \kappa M_1 S_a \gamma_a}{\sigma_T \varphi h_0^2} = 0,$$

откуда

$$h_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon S_a \gamma_a \kappa M_1}{\sigma_T \varphi S_б}}. \qquad (13)$$

Подставляя в уравнение (12) полученное выражение, а также

$$M_1 = \beta p l^2,$$

где p—нагрузка на единицу площади плиты без собственного веса, получим

$$\mu_2 = \frac{\eta\gamma\sqrt{\kappa\beta}}{\frac{\sqrt{p}}{l}\sqrt{\varepsilon\gamma_a \sigma_T \varphi \frac{S_a}{S_б}}}. \qquad (14)$$

Принимая $\eta = 1{,}2$; $\varphi = 7/8$; $\varepsilon\gamma_a = 10$; $\sqrt{\kappa\beta} = 0{,}5$; с некоторым округлением получим

$$\mu^2 = \frac{2\gamma}{\frac{\sqrt{p}}{l}\sqrt{\sigma_T \frac{S_a}{S_б}}}, \qquad (15)$$

где приняты следующие единицы измерения: γ—*кг/м*^{3}; p—*кг/м*^{2}; l—*м*; σ_T—*кг/см*^{2}; S_a—руб/т; $S_б$—руб/*м*^{3}.

В итоге общий оптимальный коэфициент армирования железобетонной балочной плиты с учетом влияния изменения ее собственного веса определится следующей формулой:

$$\boxed{\mu = \frac{1}{10\frac{S_a}{S_б} + \frac{\sigma_т}{R_и}} + \frac{2\gamma}{\frac{\sqrt{p}}{l}\sqrt{\sigma_т \frac{S_a}{S_б}}}} \tag{16}$$

Выражение $\frac{\sqrt{p}}{l}$ можно назвать параметром полезной нагруженности конструкции. Чем меньше этот параметр, тем больше оптимальное армирование. С другой стороны, чем меньше объемный вес железобетона (например легкий железобетон), тем меньше оптимальное армирование.

Для наглядного выявления значимости второго члена в формуле (16), выражающего влияние изменения собственного веса, приведем пример расчета.

Пусть дано $\frac{\sqrt{p}}{l} = \frac{\sqrt{400}}{3} = 6{,}67; \frac{S_a}{S_б} = 10;$ $R_и = 110$ *кг/см*^{2}; $\sigma_т =$ $=2500$ *кг/см*^{2}; $\gamma = 2{,}4$ т/*м*^{3}.

По формуле (16)

$$\mu = \frac{1}{10.10 + \frac{2500}{110}} + \frac{2.2.4}{6{,}67\sqrt{2500.10}} = 0{,}0082 + 0{,}0046 = 0{,}0128$$

или $1{,}28\%$.

Как видно, собственный вес плиты играет значительную роль в решении вопроса об оптимальном армировании.

Значения оптимального процента армирования по формуле (16) хорошо сходятся с упомянутыми выше результатами наших непосредственных вычислений [1,6]. Поэтому формула (16) может быть рекомендована для применения на практике.

После вычисления оптимального процента армирования сечение плиты может быть определено обычным способом или по предложенной нами ранее [1, г] формуле.

Поступило 4 XI 1948.

Институт Строительных Материалов
и Сооружений
Академии Наук Армянской ССР.

ЛИТЕРАТУРА

1. *З. А. Ацагорцян*—а) Пемза и туф в железобетонных конструкциях. Строительная Промышленность, № 10, 1933, Москва.—б) Легкий железобетон, Сб. работ

АИСМ по новым строй материалам и стройконструкциям, 1940, Ереван. в) Эффективность легкого железобетона в условиях строительства Армянской ССР (диссертация), 1947. г) Расчет изгибаемых железобетонных элементов прямоугольного сечения с учетом собственного веса. ДАН Арм. ССР. VII, № 2, 1947.

2. *В. А. Бушков*—а) Экономический подбор сечений железобетонных плит и балок прямоугольного сечения на основе проекта ТУ и Н. Проект и Стандарт, № 7, 1936, Москва, б) железобетонные конструкции, ч. II, 1941, Москва.

3. *К. Э. Таль* и *М. Г. Костюковский*—Расчет и конструирование железобетонных конструкций 1941, Москва.

4. *А. Г. Калениченко*—Об экономичном проценте армирования. Строительная Промышленность, № 3, 1939, Москва.

5. *H. Granholm*—Ekonomisk dimensionering av armerade betongplattor. Betong, 1, 1941, Stockholm.

Զ. Ա. Հացագործյան

ԵՐԿԱԹԲԵՏՈՆ ՍԱԼԵՐԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ՀԱՏՎԱԾՔԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ՝ ՀԱՇՎԻ ԱՌՆԵԼՈՎ ՆՐԱՆՑ ՍԵՓԱԿԱՆ ԿՇՌԻ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Երկաթբետոն կոնստրուկցիաների երկաթավորման օպտիմալ տոկոսների որոշման համար մինչև այժմ գոյություն ունեցող բանաձևերը հաշվի չեն առնում կոնստրուկցիաների սեփական կշռի փոփոխության ազդեցությունը։ Այդ անտեսումը էական սխալ է առաջացնում սալերի երկաթավորման օպտիմալ տոկոսը որոշելիս, քանի որ նրանց սեփական կշռի դերը նշանակալից է։

Խնդրի ճշգրիտ լուծումը չափազանց բարդ է և գործնական արդյունքի չի հասցնում։ Մի քանի պարզացումներ կատարելով հեղինակին հաջողվել է ստանալ երկաթբետոն սալերի երկաթավորման օպտիմալ տոկոսի որոշման համար մի համեմատաբար պարզ բանաձև (16), որի մեջ հաշվի է առնված նրանց սեփական կշռի փոփոխության ազդեցությունը։