

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Б. Л. Абрамян

Приближенные решения задач об изгибе прямоугольных плит, лежащих на упругом основании

1. Дифференциальное уравнение изгиба прямоугольной плиты и его решение

Уравнение упругой поверхности пластинки на упругом основании имеет вид

$$\nabla^4 w + \frac{K}{D} w = \frac{q(x, y)}{D}, \quad (1.1)$$

где

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4},$$

$q(x, y)$ — внешняя изгибающая нагрузка,

$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ — цилиндрическая жесткость пластинки при изгибе,

h — толщина пластинки,

E, ν — модуль Юнга и коэф. Пуассона,

$w(x, y)$ — прогиб пластинки в точке (x, y) ,

K — коэффициент податливости основания,

размерность $K = \frac{\text{кг}}{\text{см}^3}$

Напишем уравнение (1.1) в виде

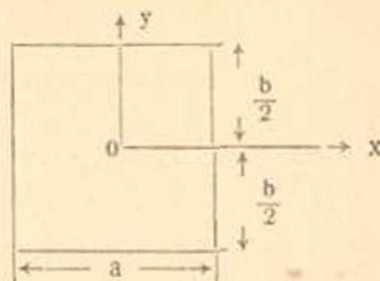
$$\nabla^4 w + \lambda^4 w = \frac{q(x, y)}{D} \quad (1.2), \quad \text{где } \lambda^4 = \frac{K}{D}.$$

Следуя идее проф. Л. В. Канторовича [1] решение уравнения (1.2) ищем в виде

$$w(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(x) \omega_k(y), \quad (1.3)$$

где $\omega_k(y)$ система линейно независимых функций, относительно полная в интервале $\left[\frac{b}{2}, -\frac{b}{2}\right]$ в смысле равномерной сходимости и выбрана так, что каждый член ряда (1.3) удовлетворяет граничным условиям на сторонах $y = \pm \frac{b}{2}$,

$f_k(x)$ — пока неизвестная функция, подлежащая определению из соответствующей (1.2) вариационной задачи.



Вычисляя вариацию $\delta w(x, y) = \sum_k \omega_k(y) \delta f_k(x)$ и подставляя (1.3) в (1.2), после некоторых преобразований получим:

$$\sum_k \{ f_k^{IV}(x) \alpha_{ki} + 2f_k''(x) \beta_{ki} + f_k(x) [\gamma_{ki} + \lambda^4 \alpha_{ki}] \} = q_i(x), \quad (1.4)$$

$i=1, 2, \dots, n$

где обозначены

$$\begin{aligned} \alpha_{ki} &= \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \omega_k(y) \omega_i(y) dy \\ \beta_{ki} &= \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \omega_k''(y) \omega_i(y) dy \\ \gamma_{ki} &= \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \omega_k^{IV}(y) \omega_i(y) dy \\ q_i(x) &= \frac{1}{D} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} q(x, y) \omega_i(y) dy. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Таким образом, для определения функций $f_k(x)$ $k=1, 2, \dots, n$ имеем систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (1.4).

Решение этой системы имеет вид

$$f_k(x) = \bar{f}_k(x) + f_k^*(x), \quad (1.6)$$

где $\bar{f}_k^*(x)$ — частное решение системы (1.4),

$\bar{f}_k(x)$ — общее решение соответствующей (1.4) однородной системы уравнений:

$$\sum_k \{ \bar{f}_k^{IV}(x) \alpha_{ki} + 2\bar{f}_k''(x) \beta_{ki} + \bar{f}_k(x) [\gamma_{ki} + \lambda^4 \alpha_{ki}] \} = 0. \quad (1.7)$$

$i=1, 2, \dots, n$

Характеристическое уравнение для определения $\bar{f}_k(x)$ получим в виде

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11}s^4 + 2\beta_{11}s^2 + \lambda^4\alpha_{11} + \gamma_{11} & \alpha_{12}s^4 + 2\beta_{12}s^2 + \lambda^4\alpha_{12} + \gamma_{12} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1}s^4 + 2\beta_{n1}s^2 + \lambda^4\alpha_{n1} + \gamma_{n1} & \alpha_{n2}s^4 + 2\beta_{n2}s^2 + \lambda^4\alpha_{n2} + \gamma_{n2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{nn}s^4 + 2\beta_{nn}s^2 + \lambda^4\alpha_{nn} + \gamma_{nn} & & \end{vmatrix} = 0 \quad (1.8)$$

Уравнение (1.8) степени $4n$. Решая его получим $4n$ значений для s . Произвольные постоянные интегрирования количеством $4n$ определяются из граничных условий для функций $\bar{f}_k(x)$.

Удачный подбор функций $\omega_k(y)$ позволит сделать ряд $\sum_k \bar{f}_k(x)\omega_k(y)$ быстро сходящим, что даст возможность пользоваться только первым приближением ($n=1$).

Раскрывая (1.8) при $n=1$, получим следующие значения для корней s_1, s_2, s_3 и s_4 :

$$s_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{\frac{-\beta_{11} \pm \sqrt{\beta_{11}^2 - \lambda^4 \alpha_{11}^2 - \gamma_{11} \alpha_{11}}}{\alpha_{11}}} \quad (1.9)$$

Определив функции $\bar{f}_k(x)$, в общем случае пользуемся ими для получения частных решений $\bar{f}_k^*(x)$.

2. Граничные условия

Рассмотрим граничные условия для функций $\bar{f}_k(x)$ и $\omega_k(x)$ в разных случаях закрепления контура плиты.

Края пластинки свободно оперты;

$$\begin{aligned} \text{тогда} \quad \bar{f}_k(x) = \bar{f}_k''(x) = 0 \quad \text{при} \quad x = \pm \frac{a}{2} \\ \omega_k(y) = \omega_k''(y) = 0 \quad \text{при} \quad y = \pm \frac{b}{2} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Края пластинки жестко заделаны;

$$\begin{aligned} \text{тогда} \quad f_k(x) = f'_k(x) = 0 \quad \text{при} \quad x = \pm \frac{a}{2} \\ \omega_k(y) = \omega'_k(y) = 0 \quad \text{при} \quad y = \pm \frac{b}{2} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Край $x = \frac{a}{2}$ свободен;

$$\text{тогда} \quad M_1 = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = f_1(y) \quad (2.3)$$

$$N_1 + \frac{\partial H}{\partial y} = -D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right] = f_2(y) \quad (2.3)$$

Условия (2.3) можно записать в следующей форме:

$$\sum_{i=1}^n \left[\alpha_{ki} f_i'' \left(\frac{a}{2} \right) + \nu \beta_{ki} f_i' \left(\frac{a}{2} \right) \right] = -\frac{1}{D} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} f_1(y) \omega_k(y) dy \quad (2.3')$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\alpha_{ki} f_i''' \left(\frac{a}{2} \right) + (2-\nu) \beta_{ki} f_i' \left(\frac{a}{2} \right) \right] = -\frac{1}{D} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} f_2(y) \omega_k(y) dy$$

Край $x = \frac{a}{2}$ жестко заделан на прогибающихся балках с жесткостью EI ;

$$\begin{aligned} \text{тогда} \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \\ N_1 + \frac{\partial H}{\partial y} = EI \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right] \end{aligned} \quad (2.4)$$

Условия (2.4) можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} f_k' \left(\frac{a}{2} \right) = 0 \\ \sum_{i=1}^n \left[\alpha_{ki} f_i''' \left(\frac{a}{2} \right) + (2-\nu) f_i' \left(\frac{a}{2} \right) \beta_{ki} + \frac{EI}{D} f_i \left(\frac{a}{2} \right) \gamma_{ki} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.4')$$

3. Изгиб прямоугольной плиты, лежащей на упругом основании под действием равномерно распределенной нагрузки, когда два противоположных края свободно оперты $\left(y = \pm \frac{b}{2} \right)$, а два другие жестко заделаны $\left(x = \pm \frac{a}{2} \right)$

Задаем функцию $\omega_k(y)$ в виде

$$\omega_k(y) = \sin \frac{k\pi(b+2y)}{2b}. \quad (3.1)$$

Подставляя (3.1) в (1.5), получим:

$$\begin{aligned} \alpha_{ki} &= \begin{cases} \frac{b}{2} & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases} \\ \beta_{ki} &= \begin{cases} -\left(\frac{k\pi}{b}\right)^2 \frac{b}{2} & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases} \\ \gamma_{ki} &= \begin{cases} \left(\frac{k\pi}{b}\right)^4 \frac{b}{2} & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases} \\ q_i &= \begin{cases} 0 & i = 0, 2, \dots \\ \frac{4q}{Dk\pi} \frac{b}{2} & i = 1, 3, \dots \end{cases} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Из системы уравнений (1.4) останется уравнение

$$f_k^{IV}(x) - 2f_k''(x) \left(\frac{k\pi}{b}\right)^2 + f_k(x) \left[\left(\frac{k\pi}{b}\right)^4 + \lambda^4\right] = \frac{4q}{Dk\pi} \quad (3.3)$$

$k=1, 3, \dots$

Характеристическое уравнение для определения $\overline{f_k(x)}$ будет

$$\left[s^2 - \left(\frac{k\pi}{b}\right)^2\right]^2 + \lambda^4 = 0; \quad (3.4)$$

корни этого уравнения суть:

$$s_{1,2,3,4} = \pm (\alpha_k \pm i\beta_k), \quad (3.5)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_k &= \sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{k\pi}{b}\right)^4 + \lambda^4} + \left(\frac{k\pi}{b}\right)^2}{2}} \\ \beta_k &= \sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{k\pi}{b}\right)^4 + \lambda^4} - \left(\frac{k\pi}{b}\right)^2}{2}}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Тогда решение для $\overline{f_k(x)}$ можно написать в виде

$$\begin{aligned} \overline{f_k(x)} &= A_{1k} \operatorname{ch} \alpha_k x \cos \beta_k x + A_{2k} \operatorname{sh} \alpha_k x \cos \beta_k x + A_{3k} \operatorname{ch} \alpha_k x \sin \beta_k x + \\ &+ A_{4k} \operatorname{sh} \alpha_k x \sin \beta_k x. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Частное решение уравнения (3.3) для постоянной нагрузки берем в форме

$$f_k^*(x) = \frac{4q}{Dk\pi} \frac{1}{\left(\frac{k\pi}{b}\right)^4 + \lambda^4} \quad k=1,3,\dots \quad (3.8)$$

Составив общее решение $f_k(x) = \bar{f}_k(x) + f_k^*(x)$ и удовлетворив граничным условиям закрепления на краях плиты $x = \pm \frac{a}{2}$, получим.

$$A_{2,k} = A_{3,k} = 0$$

$$A_{1,k} = -\frac{4q}{Dk\pi} \frac{1}{\left(\frac{k\pi}{b}\right)^4 + \lambda^4} \frac{\alpha_k \operatorname{ch} \frac{\alpha_k a}{2} \sin \frac{\beta_k a}{2} + \beta_k \operatorname{sh} \frac{\alpha_k a}{2} \cos \frac{\beta_k a}{2}}{\alpha_k \sin \frac{\beta_k a}{2} \cos \frac{\beta_k a}{2} + \beta_k \operatorname{ch} \frac{\alpha_k a}{2} \operatorname{sh} \frac{\alpha_k a}{2}} \quad (3.9)$$

$$A_{4,k} = \frac{4q}{Dk\pi} \frac{1}{\left(\frac{k\pi}{b}\right)^4 + \lambda^4} \frac{\alpha_k \operatorname{sh} \frac{\alpha_k a}{2} \cos \frac{\beta_k a}{2} - \beta_k \operatorname{ch} \frac{\alpha_k a}{2} \sin \frac{\beta_k a}{2}}{\alpha_k \sin \frac{\beta_k a}{2} \cos \frac{\beta_k a}{2} + \beta_k \operatorname{ch} \frac{\alpha_k a}{2} \operatorname{sh} \frac{\alpha_k a}{2}}$$

Окончательно прогиб $w(x, y)$ будет иметь следующий вид:

$$w(x, y) = \frac{4q}{D\pi} \sum_{k=1,3,\dots} \frac{\sin \frac{k\pi(b+2y)}{2b}}{k \left[\left(\frac{k\pi}{b}\right)^4 + \lambda^4 \right]} \left\{ 1 + \right. \\ \left. + \frac{\alpha_k \operatorname{sh} \frac{\alpha_k a}{2} \cos \frac{\beta_k a}{2} - \beta_k \operatorname{ch} \frac{\alpha_k a}{2} \sin \frac{\beta_k a}{2}}{\alpha_k \sin \frac{\beta_k a}{2} \cos \frac{\beta_k a}{2} + \beta_k \operatorname{sh} \frac{\alpha_k a}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha_k a}{2}} \operatorname{sh} \alpha_k x \sin \beta_k x - \right. \\ \left. - \frac{\alpha_k \operatorname{ch} \frac{\alpha_k a}{2} \sin \frac{\beta_k a}{2} + \beta_k \operatorname{sh} \frac{\alpha_k a}{2} \cos \frac{\beta_k a}{2}}{\alpha_k \sin \frac{\beta_k a}{2} \cos \frac{\beta_k a}{2} + \beta_k \operatorname{sh} \frac{\alpha_k a}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha_k a}{2}} \operatorname{ch} \alpha_k x \cos \beta_k x \right\} \quad (3.10)$$

где величины $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$, $\lambda^4 = \frac{K}{D}$ а α_k и β_k даются уравнениями (3.6).

4. Изгиб прямоугольной пластинки, лежащей на упругом основании, все края которой жестко заделаны, действующая нагрузка равномерно распределенная.

$$\text{Берем } \omega_k(y) = \sin \frac{\pi(b+2y)}{2b} \sin \frac{k\pi(b+2y)}{2b}. \quad (4.1)$$

Подставляя (4.1) в (1.5), получим:

$$\alpha_{ki} = \begin{cases} \frac{b}{4} & i=k \\ -\frac{b}{8} & |k-i|=2 \\ \frac{b}{8} & k+i=2 \end{cases}$$

$$\beta_{ki} = \begin{cases} -\left(\frac{\pi}{b}\right)^2 (1+k^2) \frac{b}{4} & i=k \\ \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 (1+k)^2 \frac{b}{8} & i=k=2 \\ \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 (1-k)^2 \frac{b}{8} & k-i=2 \\ -\left(\frac{\pi}{b}\right)^2 (1-k)^2 \frac{b}{8} & k+i=2 \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\gamma_{ki} = \begin{cases} \left(\frac{\pi}{b}\right)^4 (1+6k^2+k^4) \frac{b}{4} & i=k \\ -\left(\frac{\pi}{b}\right)^4 (1+k)^4 \frac{b}{8} & i-k=2 \\ -\left(\frac{\pi}{b}\right)^4 (1-k)^4 \frac{b}{8} & k-i=2 \\ \left(\frac{\pi}{b}\right)^4 (1-k)^4 \frac{b}{8} & k+i=2 \end{cases}$$

$$q_i = \begin{cases} 0 & i \neq 1 \\ \frac{qb}{2D} & i = 1 \end{cases}$$

Для первого приближения $k=i=1$ получим:

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \frac{3}{8} b \\ \beta_{11} &= -\left(\frac{\pi}{b}\right)^2 \frac{b}{2} \\ \gamma_{11} &= 2 \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 b \\ q_1 &= \frac{qb}{2D} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Дифференциальное уравнение для определения $f_1(x)$ будет иметь вид:

$$f_1^{IV}(x) - \frac{8}{3} \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 f_1''(x) + \left[\left(\frac{\pi}{b}\right)^4 \frac{16}{3} + \lambda^4 \right] f_1(x) = \frac{4}{3} \frac{q}{D} \quad (4.4)$$

Частное решение этого уравнения берем в виде:

$$f_1^*(x) = \frac{4q}{3D} \frac{1}{\left(\frac{\pi}{b}\right)^4 \frac{16}{3} + \lambda^4} \quad (4.5)$$

Общее решение уравнения (4.4) будет:

$$f_1(x) = A_{11} \operatorname{ch} \alpha_1 x \cos \beta_1 x + A_{21} \operatorname{sh} \alpha_1 x \cos \beta_1 x + A_{31} \operatorname{ch} \alpha_1 x \sin \beta_1 x + \\ + A_{41} \operatorname{sh} \alpha_1 x \sin \beta_1 x + \frac{4q}{3D} \frac{1}{\left(\frac{\pi}{b}\right)^4 \frac{16}{3} + \lambda^4} \quad (4.6)$$

Удовлетворив условиям $f_1\left(\pm \frac{a}{2}\right) = f_1'\left(\pm \frac{a}{2}\right) = 0$, получим:

$$A_{21} = A_{31} = 0$$

$$A_{11} = -\frac{4q}{3D} \frac{1}{\left(\frac{\pi}{b}\right)^4 \frac{16}{3} + \lambda^4} \frac{\alpha_1 \operatorname{ch} \frac{\alpha_1 a}{2} \sin \frac{\beta_1 a}{2} + \beta_1 \operatorname{sh} \frac{\alpha_1 a}{2} \cos \frac{\beta_1 a}{2}}{\alpha_1 \sin \frac{\beta_1 a}{2} \cos \frac{\beta_1 a}{2} + \beta_1 \operatorname{sh} \frac{\alpha_1 a}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha_1 a}{2}} \\ A_{41} = \frac{4q}{3D} \frac{1}{\left(\frac{\pi}{b}\right)^4 \frac{16}{3} + \lambda^4} \frac{\alpha_1 \operatorname{sh} \frac{\alpha_1 a}{2} \cos \frac{\beta_1 a}{2} - \beta_1 \operatorname{ch} \frac{\alpha_1 a}{2} \sin \frac{\beta_1 a}{2}}{\alpha_1 \sin \frac{\beta_1 a}{2} \cos \frac{\beta_1 a}{2} + \beta_1 \operatorname{sh} \frac{\alpha_1 a}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha_1 a}{2}}, \quad (4.7)$$

где

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{\frac{48}{9} \left(\frac{\pi}{b}\right)^4 + \lambda^4} + \frac{4}{3} \left(\frac{\pi}{b}\right)^2}{2}} \\ \beta_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{\frac{48}{9} \left(\frac{\pi}{b}\right)^4 + \lambda^4} - \frac{4}{3} \left(\frac{\pi}{b}\right)^2}{2}} \quad (4.8)$$

Подставив (4.6) в (1.3), при $k=1$, получим следующее выражение для прогиба $w(x, y)$:

$$w(x, y) \approx w_1(x, y) = \frac{4}{3} \frac{q}{D} \frac{1}{\left(\frac{\pi}{b}\right)^4 \frac{16}{3} + \lambda^4} \left\{ 1 + \right. \\ + \frac{\alpha_1 \operatorname{sh} \frac{\alpha_1 a}{2} \cos \frac{\beta_1 a}{2} - \beta_1 \operatorname{ch} \frac{\alpha_1 a}{2} \sin \frac{\beta_1 a}{2}}{\alpha_1 \sin \frac{\beta_1 a}{2} \cos \frac{\beta_1 a}{2} + \beta_1 \operatorname{sh} \frac{\alpha_1 a}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha_1 a}{2}} \operatorname{sh} \alpha_1 x \sin \beta_1 x - \\ \left. - \frac{\alpha_1 \operatorname{ch} \frac{\alpha_1 a}{2} \sin \frac{\beta_1 a}{2} + \beta_1 \operatorname{sh} \frac{\alpha_1 a}{2} \cos \frac{\beta_1 a}{2}}{\alpha_1 \sin \frac{\beta_1 a}{2} \cos \frac{\beta_1 a}{2} + \beta_1 \operatorname{sh} \frac{\alpha_1 a}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha_1 a}{2}} \operatorname{ch} \alpha_1 x \cos \beta_1 x \right\} \quad (4.9)$$

Для оценки точности решения (4.9) приведем сравнение результатов для квадратной плиты без упругого основания, вычисленных по формуле (4.9) и акад. Б. Г. Галеркиным [2].

По формуле (4.9) решение получаем в виде

$$w(x, y) \approx w_1(x, y) = \frac{qb^4}{4D\pi^4} \left\{ 1 + \frac{\alpha_1 \operatorname{sh} \frac{\alpha_1 b}{2} \cos \frac{\beta_1 b}{2} - \beta_1 \operatorname{ch} \frac{\alpha_1 b}{2} \sin \frac{\beta_1 b}{2}}{\alpha_1 \sin \frac{\beta_1 b}{2} \cos \frac{\beta_1 b}{2} + \beta_1 \operatorname{ch} \frac{\alpha_1 b}{2} \operatorname{sh} \frac{\alpha_1 b}{2}} \operatorname{sh} \alpha_1 x \sin \beta_1 x - \right. \\ \left. - \frac{\alpha_1 \operatorname{ch} \frac{\alpha_1 b}{2} \sin \frac{\beta_1 b}{2} + \beta_1 \operatorname{sh} \frac{\alpha_1 b}{2} \cos \frac{\beta_1 b}{2}}{\alpha_1 \sin \frac{\beta_1 b}{2} \cos \frac{\beta_1 b}{2} + \beta_1 \operatorname{ch} \frac{\alpha_1 b}{2} \operatorname{sh} \frac{\alpha_1 b}{2}} \operatorname{ch} \alpha_1 x \cos \beta_1 x \right\}, \quad (4.10)$$

где b — сторона квадрата,

$$\alpha_1 = 4,236 \frac{1}{b} \\ \beta_1 = 2,192 \frac{1}{b}. \quad (4.11)$$

Прогиб в центре плиты определится уравнением:

$$w(0,0) = \frac{qb^4}{4D\pi^4} \left\{ 1 - \frac{\alpha_1 \operatorname{ch} \frac{\alpha_1 b}{2} \sin \frac{\beta_1 b}{2} + \beta_1 \operatorname{sh} \frac{\alpha_1 b}{2} \cos \frac{\beta_1 b}{2}}{\alpha_1 \sin \frac{\beta_1 b}{2} \cos \frac{\beta_1 b}{2} + \beta_1 \operatorname{sh} \frac{\alpha_1 b}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha_1 b}{2}} \right\}, \quad (4.12)$$

что при $\nu = 0,3$ дает:

$$w(0,0) \approx 0,01389 \frac{qb^4}{Eh^3}. \quad (4.13)$$

Б. Г. Галеркин для этого случая дает:

$$w(0,0) \approx 0,0138 \frac{qb^4}{Eh^3}. \quad (4.14)$$

Сравнение этих результатов показывает, что решение (4.9), составленное в первом приближении, дает для практических целей достаточно точное значение прогиба.

ԼԻՏԵՐԱՏՈՐԱ

1. Л. В. Канторович и Н. И. Крылов.—Приближенные методы высшего анализа. ОНТИ, 1941, Москва.
2. Б. Г. Галеркин.—Упругие тонкие плиты. Госстройиздат, 1933, Москва.

Բ. Ա. Աբրահամյան

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ՀԻՄՔԵՐԻ ՎՐԱ ԴՐՎԱԾ ՍԱԼԵՐԻ ԾՌՄԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ՄՈՏԱՎՈՐ ԼՈՒԾՈՒՄՆԵՐԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հողվածում տրված է առաձգական հիմքերի վրա դրված ուղղանկյուն սալերի ծուման խնդիրների մոտավոր լուծման եղանակ:

Ենթադրվում է, որ առաձգական հիմքերի դիմադրությունը տեղի ունի դժային օրենքով:

Օգտագործվում է է. Վ. Կոնստանտինովի մեթոդը սալերի եզրային սլայմանների երկու դեպքի համար:

ա) երբ ուղղանկյուն երկու հանդիպակած եզրերը ազատ հենված են, իսկ մյուսները ամրակցված:

բ) երբ բոլոր եզրերը ամրակցված են:

Ստացված են ճկվածքի համար բանաձևեր, երբ սալերը զտնվում են հավասարաչափ բաշխված բեռի ազդեցության տակ:

Այդ բանաձևերը առաջին մոտավորությամբ տալիս են ճկվածքի համար զործնական բավարար ճշտություն ունեցող արդյունքներ: