

ГИДРАВЛИКА

Н. А. Картвелишвили

Гидравлический удар в установках
с реактивными турбинами

Классическая теория гидравлического удара, изложенная в известных работах Аллиеви (Allievi), имеет в виду случай, когда истечение из трубопровода происходит непосредственно в атмосферу и подчиняется обычному закону истечения через сопло, согласно которому расход в конце трубопровода пропорционален площади отверстия сопла и квадратному корню из напора. Такие условия имеют место в трубопроводах, питающих турбины Пельтона. Что же касается турбин реактивных, то здесь условия истечения отличны от условий, принятых Аллиеви. Поэтому формулы классической теории гидравлического удара в применении к этому случаю должны рассматриваться как приближенные.

Закон истечения через реактивную турбину может быть получен из общего уравнения турбины [1]

$$A\omega^2 - B\omega Q + CQ^2 = 2gH,$$

в котором:

Q — расход турбины,

H — напор,

ω — угловая скорость вращения рабочего колеса,

g — ускорение силы тяжести,

A — постоянная для данной турбины величина,

B, C — сложные функции углов между векторами скоростей в турбине, т. е. в конечном счете, функции открытия или угла поворота лопаток направляющего аппарата.

Из уравнения 1:

$$u = a\varphi + \sqrt{(a^2 - bc)\varphi^2 + b\xi}, \quad (2)$$

где

$$u = \frac{Q}{Q_0}, \quad \varphi = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \xi = \frac{H}{H_0}, \quad a = \frac{B\omega_0}{2CQ_0}, \quad b = \frac{2gH_0}{CQ_0}, \quad c = \frac{A\omega_0^2}{2gH_0Q_0},$$

H_0 — статический напор,

Q_0 — расход турбины при полной нагрузке и напоре, равном H_0 , т. е. при номинальном режиме,

ω_0 — номинальная угловая скорость вращения турбины.

Очевидно, $c = \text{const}$, а a и b суть функции открытия направляющего аппарата турбины. Для отыскания конкретного выражения этих функций положим $\varphi = 0$, т. е. рассмотрим истечение через заторможенную турбину. Тогда формула 2 даст:

$$u = \sqrt{b\xi}. \quad (3)$$

С другой стороны, при неподвижном рабочем колесе расход, протекающий через турбину должен быть пропорционален просвету между направляющими лопатками и квадратному корню из напора, т. е. можно написать:

$$u = \sqrt{k} \alpha_1 \sqrt{\xi}, \quad (4)$$

где α_1 — открытие направляющего аппарата, выраженное отношением фактического просвета между направляющими лопатками к просвету при номинальном режиме, а $\sqrt{k}$ — некоторая постоянная. Из формул 3 и 4 имеем $b = k\alpha_1^2$. Подставив это значение b в формулу 2 и положив $\varphi = \xi = 1$, т. е. рассматривая установившийся режим при номинальном напоре, получим:

$$u = a + \sqrt{a^2 + k(1-c)\alpha_1^2} = \alpha_2, \quad (5)$$

где α_2 — отношение фактического расхода при номинальном напоре и данном открытии направляющего аппарата к номинальному расходу.

Очевидно, что α_2 есть некоторая функция α_1 , т. е. $\alpha_2 = f(\alpha_1)$, причем крайние значения α_2 и α_1 совпадают, т. е. $f(0) = 0$ и $f(1) = 1$.

Определив a из уравнения 5 и подставив значения a и b в уравнение 2, получим:

$$u = \alpha_2 \left\{ \frac{1}{2} \left[1 - k(1-c) \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 \right] \varphi + \sqrt{\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} - k(1+c) \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 + \frac{1}{2} k^2(1-c)^2 \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^4 \right] \varphi^2 + k \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 \xi} \right\} \quad (6)$$

Исследуя зависимость расхода турбин от ее напора и открытия, кандидат технических наук Кривченко [2] чисто эмпирическим путем пришел к выводу, что при постоянном числе оборотов ($\varphi = 1$) эта зависимость должна иметь вид:

$$u = f(\alpha_1) F(\xi) = \alpha_2 F(\xi), \quad (7)$$

где $F(\xi)$ — некоторая функция напора*. Чтобы зависимость 6 совпала с зависимостью 7, необходимо принять $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 1$. Строго говоря, такого равенства не может быть, т. к. α_1 никогда в точности не равно α_2 ,

* Наши обозначения отличны от принятых в работе Кривченко.

кроме крайних значений. Но то обстоятельство, что, по данным Кривченко, расход реактивной турбины хорошо выражается зависимостями вида 7, заставляет считать, что если принять $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 1$ в фигурных скобках формулы 6, то эта формула будет давать результаты практически достаточно точные. Это и понятно, т. к. по структуре формулы 6 легко усмотреть, что погрешность и вычисления отдельных членов этой формулы, вызванные погрешностью равенства $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 1$, хотя-бы частично взаимно уничтожаются.

Приняв $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 1$, получим из формулы 6:

$$u = \alpha_2 (m\varphi + \sqrt{n\varphi^2 + k\xi}), \quad (8)$$

т. е.

$$F(\xi) = m + \sqrt{n + k\xi}, \quad (9)$$

где m и n — постоянные зависящие от k и s . Т. к. очевидно, что $F(1) = 1$, то m , n и k должны удовлетворять условию

$$m + \sqrt{n + k} = 1 \quad (10)$$

В частном случае активной турбины имеем: $m = n = 0$, $k = 1$, $\alpha_1 = \alpha_2$.

Для определения значений m , n и k для конкретных турбин нужно заметить, что с помощью известных формул подобия теории турбин, уравнение 8 может быть приведено к виду:

$$\frac{Q_1}{Q_{I_0}} = \alpha_2 \left[m \frac{\frac{v_1}{v_{I_0}}}{\frac{v_1}{v_{I_0}}} + \sqrt{n \left(\frac{\frac{v_1}{v_{I_0}}}{\frac{v_1}{v_{I_0}}} \right)^2 + k} \right]$$

где v_1 и Q_1 — число оборотов и расход турбины, приведенные к единичному напору и единичному диаметру, а α_2 равно отношению значения Q_1 при $\frac{v_1}{v_{I_0}} = \frac{v_1}{v_{I_0}}$ к значению Q_{I_0} . Отсюда следует, что в

координатах $\varphi = \frac{v_1}{v_{I_0}}$ и $y = \frac{Q_1}{\alpha_2 Q_{I_0}}$ изолинии равных значений α_2

(или α_1) заводской характеристики турбины должны слиться в одну линию (практически они не сливаются точно в одну линию, а располагаются очень близко друг к другу). Нахождение значений m , n и k по этой линии, выполняемое обычными методами определения постоянных в эмпирических формулах, затруднений не встречает.

Для функции $F(\xi)$ Кривченко находит эмпирические формулы, при отыскании которых задается различными аналитическими выражениями для случаев $\xi < 1$ и $\xi > 1$. Принятие различных аналитических зависимостей для функции $F(\xi)$, выражающейся совершенно плавной кривой, не имеющей каких-либо особых свойств в точке $\xi = 1$, представляется нам искусственным приемом, не оправданным ни практическими, ни теоретическими соображениями. Формула 8, при выводе которой используется только одно, и притом очень общее, эмпирическое положение, выраженное уравнением 7, показывает, что аналитическое выражение расхода Q остается одним и тем же независимо от значений напора ξ и угловой скорости φ .

Проф. Мостков [3] дает следующую формулу для расхода реактивной турбины при номинальной угловой скорости вращения:

$$\dot{Q} = Q_0 \alpha_1^r \left(\frac{H}{H_0} \right)^s$$

С помощью формул теории подобия турбин из этой формулы легко получить следующую зависимость для расхода при переменной угловой скорости:

$$Q = \alpha_1^r \xi^s \varphi^{2s-1} \quad (11)$$

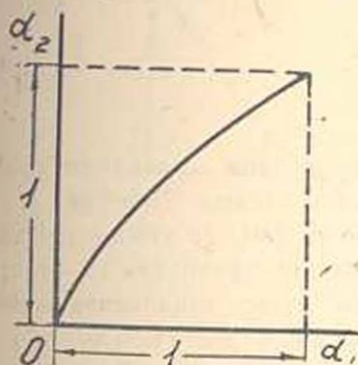
Таким образом, по Мосткову, $\alpha_2 = f(\alpha_1) = \alpha_1^r$, $F(\xi) = \xi^s$.

Формула Мосткова дает $F(0) = 0$, чего не получается ни из формулы 9, ни из результатов Кривченко. Это объясняется тем, что эмпирическая формула 11 выведена для того диапазона значений ξ , для которого даются заводские характеристики турбины, т. е. для значений ξ значительно больших нуля.

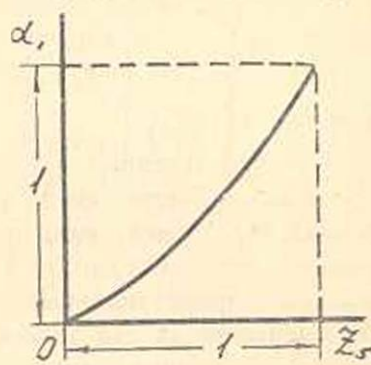
Экстраполяция этой формулы, как и вообще всякой эмпирической формулы, в область значений переменных, не охватываемую наличными экспериментальными данными—недопустима. В пределах же тех значений ξ , с которыми приходится иметь дело на практике, формула 11 дает достаточно точные результаты. Неудобство этой формулы заключается в том, что применение ее в теории гидравлического удара приводит к уравнениям, содержащим ξ в дробных степенях, не разрешимым в явной форме относительно ξ .

Для анализа гидравлического удара важен закон изменения величины α_2 по времени при регулировании турбины. Установим сначала характер зависимости α_2 от хода поршня сервомотора. Т. к. по данным Мосткова величина r в формуле $\alpha_2 = \alpha_1^r$ меньше единицы ($r = 0,7 \div 1,0$), то кривая зависимости α_2 от α_1 обращена выпуклостью вверх и имеет вид, представленный на фиг. 1, что подтверждается и данными Кривченко. Зависимость же открытия турбины α_1 от хода поршня сервомотора z_1 (выраженного в долях от полного хода) для подавляющего большинства турбин дается кривой, обращенной выпуклостью вниз (фиг. 2). Т. к. кривые зависимостей α_2 от α_1 и α_1 от z_1 обращены выпуклостями в противоположные стороны, то ясно, что зависи-

мость α_2 от z_s будет достаточно близка к прямой линии, во всяком случае, имеется гораздо больше оснований принимать эту зависимость линейной в случае реактивных турбин, когда $\alpha_2 \neq \alpha_1$, чем в случае турбин Пельтона, которые характеризуются тем, что $\alpha_2 = \alpha_1$.



Фиг. 1



Фиг. 2

Зависимость хода поршня сервомотора z_s от времени t при регулировании турбины может быть выяснена из уравнения сервомотора, которое может быть написано так [4]:

$$\frac{dz_s}{dt} = \frac{\Pi(\xi, z_s) \Phi(z_c)}{T_s} \quad (12)$$

В этом уравнении z_s — ход шпинделя золотника регулятора в долях высоты золотниковых окон, Φ — функция, зависящая от сопротивлений в масляной системе и золотнике регулятора, T_s — постоянная времени, Π — функция, определяемая формулой

$$\Pi(\xi, z_s) = \sqrt{1 - \xi \frac{Rz_s}{P}} \quad (13)$$

где P — предельное усилие, которое может развить сервомотор, $\xi R(z_s)$ — сопротивление, фактически преодолеваемое поршнем сервомотора при перемещении регулирующих органов турбины. Функция Φ в уравнении 12 обладает тем очевидным свойством, что когда окна золотника полностью открыты, т. е. когда $(z_c) > 1$, имеет место $\Phi(z_c) = \Phi(+1) = -\Phi(-1) = \text{const}$.

При частично открытых окнах золотника, когда $\Phi(z_c) \neq \text{const}$, зависимость z_s от t нельзя задать предварительно. Ее можно выяснить только в результате совместного решения всего комплекса уравнений регулирования, переходного режима машины и гидравлического удара. Это решение может быть получено численными или графическими (см. напр. [5]). Но в очень многих конструкциях регуляторов, если не в их большинстве, золотник делается так, что уже при очень небольшом перемещении муфты маятника, т. е. при очень небольшом отклонении числа оборотов машины от номинального, золотниковые окна открываются полностью, т. е. перемещение поршня сервомотора подчиняется уравнению:

$$\frac{dz_s}{dt} = -\frac{\Phi(1)}{T_s} \Pi(z_s, z_s) \quad (14)$$

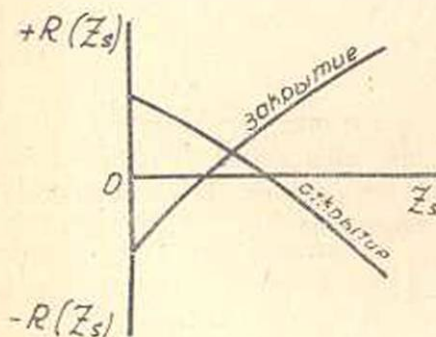
почти на всем протяжении переходного процесса.

Из уравнений 13 и 14 имеем:

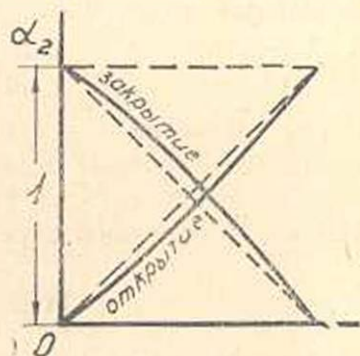
$$\frac{dt}{T_s^*} = -\frac{dz_s}{1 - \xi \frac{R(z_s)}{P}} \quad (15)$$

где $T_s^* = T_s : \Phi(1)$.

Для качественных суждений можно в этом уравнении принять $\xi = 1$. Тогда, имея в виду, что по данным Пинегина (1), функция $R(z_s)$ имеет вид, представленный на фиг. 3, нужно прийти к выводу, что зависимость z_s от t , на основании уравнения 15, будет иметь вид, представленный на фиг. 4. При этом, отклонения кривых, выражающих эти зависимости от прямых, незначительны, т. к. величина P обычно много больше (в 3—4 раза), чем $R(z_s)$, т. е. член $\xi \frac{R(z_s)}{P}$ в уравнении 15, вызывающий эти отклонения, достаточно мал.



Фиг. 3.



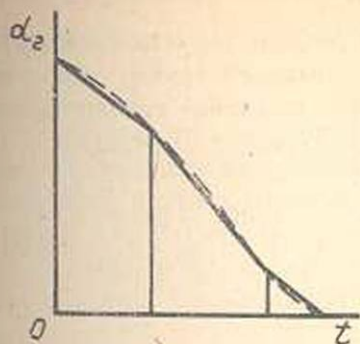
Фиг. 4.

Резюмируя изложенное, нужно прийти к выводу, что если золотник регулятора сконструирован так, что его окна открываются полностью уже при незначительном изменении угловой скорости машины, то принятие линейной зависимости величины z_2 от времени, в случае реактивных турбин, нужно считать практически достаточно обоснованным. При других конструкциях золотников, а также в случае турбин Пельтона, такое предположение более или менее произвольно.*

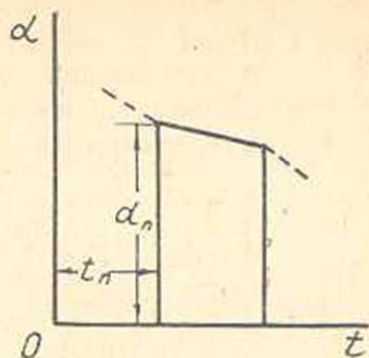
В дальнейшем мы будем или считать зависимость z_2 от t линейной или аппроксимировать ее некоторой ломаной линией, (фиг. 5), если она фактически не линейна.

Другими словами, опуская индекс 2 при z , напомним.

* В задачах, связанных с параллельной работой машин, когда изменения их угловой скорости вообще очень малы, линейная зависимость z_2 от времени не будет иметь места вообще ни при каких условиях.



Фиг. 5



Фиг. 6

$$\alpha = \alpha_n + \varepsilon \frac{t - t_n}{T_*} \quad (16)$$

где (фиг. 6 α_n — значение α при $t = t_n$, а ε — некоторая постоянная, имеющая, вообще говоря, различные значения для различных интервалов переменной t . Если рассматривать линейный закон изменения α , то в формуле 16 следует принять $t_n = 0$, $\alpha_n = \alpha_0$, где α_0 — значение α в момент $t = 0$ возникновения переходного режима, и $\varepsilon = \pm 1$, причем $\varepsilon = -1$ соответствует закрытию, а $\varepsilon = +1$ — открытию регулирующих органов турбины.

Неустановившийся режим в напорном трубопроводе с равномерно распределенными постоянными может быть выражен известным цепным уравнением Аллиеви:

$$Y_{t-\mu} + Y_t - 2Y_0 = \frac{a}{g}(v_{t-\mu} - v_t), \quad (17)$$

где Y — напор в конце трубопровода,

v — скорость в конце трубопровода,

a — скорость распространения волны удара по трубопроводу,

g — ускорение силы тяжести,

$$\mu — \text{фаза гидравлического удара} = \frac{2L}{a},$$

L — длина трубопровода.

Индексы в уравнении 17 обозначают те моменты времени, к которым относятся значения Y и v .

Неустановившийся режим во всасывающей трубе цилиндрической формы можно также выразить цепным уравнением Аллиеви. Но к применяемым на практике расходящимся всасывающим трубам уравнение Аллиеви можно применять лишь с очень серьезными оговорками. Поэтому, лучше пренебречь влиянием упругости воды и стенок всасывающей трубы, которое при нецилиндрических трубах лишь очень приближенно учитывается уравнением Аллиеви, и использовать общее уравнение одномерного неустановившегося движения абсолютно несжимаемой жидкости. Это уравнение, в противоположность уравнению Аллиеви, дает совершенно точный учет

формы всасывающей трубы.* Совместив начало отсчета пьезометрических высот с начальным сечением всасывающей трубы, обозначаемым как сечение 1 и, приняв за сечение 2 выходное сечение всасывающей трубы, напомним на основании указанного уравнения:

$$Z = \frac{p}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{1-2} + \frac{1}{g} \frac{dQ}{dt} \int_1^2 \frac{ds}{f}, \quad (18)$$

где p — давление,

γ — объемный вес жидкости,

z — высота по отношению к началу отчета пьезометрических высот,

h — потеря напора,

s — длина, отмеряемая по оси трубы,

f — площадь сечения трубы,

Z — напор в сечении 1.

Принимая во внимание, что $z_2 + \frac{p_2}{\gamma} = -h_s = Z_0$, где h_s — высота

всасывания, обозначая $\int_1^2 \frac{ds}{f} = \frac{L_A}{f_A}$, где L_A — длина, а f — средняя пло-

щадь сечения всасывающей трубы, определяемая как $f_A = L_A : \int_1^2 \frac{ds}{f}$

и пренебрегая весьма малыми членами $\frac{v_2^2}{2g}$ и h_{1-2} , перепишем уравнение 18 так:

$$Z = Z_0 + \frac{L_A}{g f_A} \frac{dQ}{dt}. \quad (19)$$

Введем обозначения:

$$\tau = \frac{t}{\mu}, \quad n = \frac{t_n}{\mu}, \quad h = \frac{Y - Y_0}{H_0}, \quad \eta = \frac{Z - Z_0}{H_0}, \quad \theta = \frac{T_s^*}{\mu},$$

$$\rho = \frac{\alpha v_0}{g H_0}, \quad \sigma_A = \frac{L_A Q_0}{g H_0 f_A T_s^*}$$

и придадим уравнениям 16, 17, и 19 такой вид:

$$\alpha = \alpha_n + \varepsilon \frac{\tau - n}{\theta}, \quad (20)$$

$$h_{1-2} + h_{1-2} = \rho (u_{1-2} - u \tau), \quad (21)$$

* Решение для цилиндрической всасывающей трубы на основании уравнения Алливи см. в нашей работе [6].

$$\eta = \sigma_A \Theta \frac{du}{d\tau} \quad (22)$$

Заметим, что при аппроксимации кривой зависимости α от τ ломаной линией, последнюю всегда можно подобрать так, чтобы все η были целыми числами, что мы и будем предполагать в дальнейшем.

Уравнение 22, во избежание сильного усложнения решения задачи, следует заменить приближенным уравнением в конечных разностях.

$$\frac{\eta_\tau + \eta_{\tau-1}}{2} = \sigma_A \Theta \frac{u_\tau - u_{\tau-1}}{1},$$

или

$$\eta_{\tau-1} + \eta_\tau = -2\sigma_A \Theta (u_{\tau-1} - u_\tau). \quad (23)$$

Вычтя уравнение 23 из уравнения 21, получим:

$$B_{\tau-1} + B_\tau = 2\sigma_A \Theta (u_{\tau-1} - u_\tau), \quad (24)$$

где

$$B = \xi - 1 = h - \eta \quad (25)$$

и, кроме того,

$$\sigma = \sigma_T + \sigma_A, \quad \sigma_T = \frac{L v_0}{g H_0 \Gamma_s}$$

Будем пренебрегать влиянием изменения угловой скорости вращения турбины на ее расход, т. е. примем $\varphi=1$ в уравнении 8 и перепишем его в таком виде:

$$u = \alpha(n + \sqrt{n+k}) \quad (26)$$

Без этого предположения уравнения гидравлического удара должны решаться совместно с уравнениями вращения ротора машины и уравнениями, определяющими механическую и электрическую мощность, что, повидимому, вообще исключает возможность доведения решения до конца аналитическими методами.

Предположим сначала, что $(h - \eta)$ — малая величина (меньше 0,5) и, следуя Де-Спарру (De-Sparre), примем:

$$\begin{aligned} \sqrt{n+k\xi} &= \sqrt{n+k} \cdot \sqrt{1 + \frac{k}{n+k} B} \approx \sqrt{n+k} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{k}{n+k} B \right) = \\ &= \sqrt{n+k} + \frac{k}{2\sqrt{n+k}} B, \end{aligned}$$

после чего, принимая во внимание соотношение 10, перепишем уравнение 26 так:

$$u = \alpha(1 + \delta B), \quad (27)$$

где $\delta = \frac{k}{2\sqrt{n+k}}$. Подставив в уравнение 24 значение u из уравнения 27 и α из уравнения 20, придем к уравнению:

$$(M + \tau - n - 1)B_{\tau-1} - (N + \tau - n)B_{\tau} = \frac{1}{\delta}, \quad (28)$$

в котором

$$M = -\frac{1}{\varepsilon} \left(-\frac{1}{2\delta\varepsilon} - \Theta\alpha_n \right), \quad N = \frac{1}{\varepsilon} \left(-\frac{1}{2\delta\varepsilon} - \Theta\alpha_n \right).$$

На основании уравнения 28 напомним для целых значений τ :

$$-(N+1)B_{n+1} = \frac{1}{\delta} - MB_n$$

$$(M+1)B_{n+1} - (N+2)B_{n+2} = \frac{1}{\delta}$$

$$(M+2)B_{n+2} - (N+3)B_{n+3} = \frac{1}{\delta}$$

.....

$$(M + \tau - n - 1)B_{\tau-1} - (N + \tau - n)B_{\tau} = \frac{1}{\delta},$$

откуда

$$B_{\tau} = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} -(N+1) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{\delta} \\ M+1 & -(N+2) & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{\delta} \\ 0 & M+2 & -(N+3) & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{\delta} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & M+\tau-n-2 & -(N+\tau-n-1) & 0 & \frac{1}{\delta} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & M+\tau-n-1 & \frac{1}{\delta} \\ -(N-1) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & MB \\ M+1 & -(N+2) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} 0 & M+2 & -(N+3) & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & M+\tau-n-2 & -(N+\tau-n-1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & M+\tau-n-1 & 0 \end{vmatrix} \end{vmatrix} \quad (29)$$

где

$$\Delta = (-1)^{\tau-n} (N+1) (N+2) \dots (N+\tau-n).$$

Как было показано в нашей работе [7], первый член выражения 29 приводится к виду:

$$\frac{1}{\Gamma(M-N-1)} \left[1 - N \frac{\Gamma(N)}{\Gamma(M)} \frac{\Gamma(M+\tau-n)}{\Gamma(N+\tau-n+1)} \right], \quad (30)$$

где Γ —символ гамма-функции, используя известные свойства которой, выражение 30 нетрудно преобразовать в такое:

$$\frac{1}{\Gamma(M-N-1)} \left[1 - \frac{M(M+1) \dots (M+\tau-n-1)}{(N+1)(N+2) \dots (N+\tau-n)} \right]$$

Второй же член выражения 29 легко преобразовать так:

$$-(-1)^{\tau-n} \frac{M(M+1) \dots (M+\tau-n-1)}{(N+1)(N+2) \dots (N+\tau-n)} B_n.$$

Следовательно, решение уравнения 28 для целых значений τ будет:

$$B_\tau = B_m - \frac{M(M+1) \dots (M+\tau-n-1)}{(N+1)(N+2) \dots (N+\tau-n)} [B_m + (-1)^{\tau-n} B_n], \quad (31)$$

где

$$B_m = \frac{1}{\Gamma(M-N-1)} = -\frac{\varepsilon \sigma}{1 + \delta \varepsilon \sigma}. \quad (32)$$

Рассмотрим дробь:

$$\frac{M}{N+1}, \frac{M+1}{N+2}, \dots, \frac{M+\tau-n-1}{N+\tau-n}. \quad (33)$$

Т. к. всегда $(M) < (N)$ то при $\varepsilon > 0$, что соответствует открытию турбины, все дроби 33 меньше единицы и их произведение, с увеличением числа множителей, быстро уменьшается; следовательно, величина B_τ быстро приближается к величине B_m ; Вычисления показывают, что уже при $\tau-n=3-4$ величина B_τ практически не отличается от B_m .

Переходя к случаю $\varepsilon < 0$, положим $-\varepsilon = \varepsilon^*$ и придадим последней из дробей 33 такой вид:

$$\frac{M+\tau-n-1}{N+\tau-n} = \frac{\left(1 - \frac{1}{2\delta\varepsilon^*\sigma}\right) \left[\frac{\Theta}{\varepsilon^*} \alpha_n - (\tau-n)\right]}{\frac{1}{2\delta\varepsilon^*\sigma} + \left[\frac{\Theta}{\varepsilon^*} \alpha_n - (\tau-n)\right]} \quad (34)$$

Будем считать, что $1 - \frac{1}{2\delta\varepsilon^*\sigma} < \frac{1}{2\delta\varepsilon^*\sigma}$ т. е., что $\sigma < \frac{1}{\delta\varepsilon^*}$, т. к. случай $\sigma > \frac{1}{\delta\varepsilon^*}$ относится к длинным трубопроводам с малым напором, характеризующимся большими значениями относительно удара B , к которым ни формула 27, ни полученные с ее помощью резуль-

таты неприменимы. При этом условии произведение дробей 34 будут уменьшаться с увеличением τ до тех пор, пока $\tau - n$ будет меньше $\frac{\Theta}{\varepsilon^*} \alpha_n$. До этого момента значения $V\tau$ будут приближаться к V_m по мере увеличения τ . Когда же станет $\tau - n > \frac{\Theta}{\varepsilon^*} \alpha_n$, то дробь 34 с увеличением τ начнут возрастать по абсолютной величине, что приведет к нарастающим колебаниям значений $V\tau$ около V_m . В реальных условиях может, конечно, иметь место случай, когда $\frac{\Theta}{\varepsilon^*} \alpha_n$ в данном интервале τ' между точками перелома зависимости α от τ остается всегда больше $\tau - n$; это будет в том случае, если $\tau' < \frac{\Theta}{\varepsilon^*} \alpha_n$.

Основываясь на изложенном, можно прийти к следующим выводам.

1. При открытии турбины, с изменением α по закону ломаной линии, величина гидравлического удара стремится, в пределах каждого прямого отрезка этой ломаной, к некоторой постоянной величине, определяемой формулой 32 и не зависящей ни от начальных условий, ни от закона изменения величины удара в предыдущие моменты времени, ни от величины открытия в начале данного отрезка указанной ломаной линии.

2. Величина удара в точке перелома графика α при открытии тем ближе к указанной предельной величине, чем больше интервал между данной и предыдущей точками перелома графика открытия.

3. При закрытии турбины с изменением α по закону ломаной линии также существуют, для каждого отрезка этой ломаной, предельные значения удара, определяемые той же формулой 32. Если интервал времени τ' между соседними точками перелома графика α меньше величины $\frac{\Theta}{\varepsilon^*} \alpha_n$, то в пределах всего интервала τ' величина удара все время приближается к предельному значению. Если же $\tau' > \frac{\Theta}{\varepsilon^*} \alpha_n$, то величина удара приближается к предельному значению только до момента, после которого ее отклонения от предельного значения начинают возрастать.

4. На основании предыдущих выводов можно прийти к заключению, что понятие предельных значений удара имеет смысл только при закрытии или открытии турбины с изменением α по закону прямой или ломаной линии. При закрытии или открытии с изменением α по кривой, это понятие, строго говоря, теряет смысл.

5. При линейном, в течение всего времени действия регулятора, законе закрытия ($\varepsilon = -\varepsilon^* = -1$) или открытия ($\varepsilon = 1$) величина гидравлического удара достаточно быстро приближается к предельной

величине, после чего уже практически не изменяется. В отношении открытия это ясно из положения 2, в отношении закрытия — из того, что при линейном законе $\varepsilon^* = 1$, $\alpha_n = 1$, $n = 0$ и, следовательно, $\tau - n$ всегда меньше чем $\frac{\Theta}{\varepsilon^*} \alpha_n = \Theta$. Вычисления показывают, что

уже при $\tau > 3 + 4$ величина B_τ практически не отличается от B_m . Таким образом, постулированное Алиеву на основании численных расчетов положение о стремлении величины удара к предельному значению при линейном закрытии и открытии вытекает, как частный случай, из гораздо более общего положения.

6. Все выводы теории Алиева, основанные на понятии предельного удара, остаются в силе и для реактивных турбин.

7. Определение величины удара в конце времени действия регулятора, как предельного значения величины B , при нелинейном графике α при открытии или закрытии может дать количественно неточный результат (положение 2), а при закрытии оказаться и принципиально неверным (положение 3), особенно когда конец графика закрытия круто подходит к оси абсцисс.

8. Все изложенное заставляет рекомендовать проверку расчета гидравлического удара численными или графическими методами во всех случаях, когда график α при открытии или закрытии заметно отличается от прямой линии.

Выведенная выше нами формула 31, которая при линейном графике регулирования ($n = B_n = 0$) переписывается так:

$$B_\tau = B_m \left[1 - \frac{M(M+1) \dots (M+\tau-1)}{(N+1)(N+2) \dots (N+\tau)} \right] \quad (35)$$

позволяет непосредственно вычислить гидравлический удар в любой момент времени и построить всю диаграмму гидравлического удара. Но эта формула является приближенной, поскольку она выведена с использованием приближенной формулы 27. Если же вместо этой формулы использовать точную формулу 26, то оказывается возможным установить лишь наиболее характерные и практически интересные, при линейном законе регулирования, значения величины удара в конце первой фазы и в конце времени действия регулятора.

Как легко убедиться, из формулы 21 и уравнения 22 можно получить следующее уравнение:

$$x_{\tau-1}^2 + x_\tau^2 - 2(k+n) = 2k\Theta \left[x_{\tau-1}(x_{\tau-1} + m) - x_\tau(x_\tau + m) \right], \quad (36)$$

где

$$x = \sqrt{n + k\xi} \quad (37)$$

Имея в виду определение величины x в конце первой фазы и подставляя в уравнение 23: $\tau = 1$, $x_{\tau-1} = x_0 = \sqrt{n + k}$, $m + x_0 = 1$, $x_{\tau-1} =$

$= \alpha_0, \alpha_{\tau} = \alpha_0 \pm \frac{1}{\Theta}$ (—закрытие, + открытие), приходим к следующему уравнению:

$$x_1^2 + 2k\sigma(\Theta\alpha_0 \pm 1)x_1 - 2k\sigma[\Theta\alpha_0(1-m) \mp m] - k - n = 0,$$

из которого

$$x_1 = -k\sigma(\Theta\alpha_0 - 1) + \sqrt{k+n+2k\sigma[\Theta\alpha_0(1+m) \pm m] + k^2\sigma^2(\Theta\alpha_0 \pm 1)^2} \quad (38)$$

Для определения предельного удара положим в уравнении 36:

$$x_{\tau-1} = x_{\tau} = x_m, \alpha_{\tau-1} - \alpha_{\tau} = \pm \frac{1}{\Theta},$$

после чего нетрудно найти:

$$x_m = \pm k\sigma + \sqrt{k+n \pm km\sigma + k^2\sigma^2} \quad (39)$$

Вычислив значения x_1 и x_m нетрудно найти величины ξ_1 и ξ_m из формулы 37.

По величине общего динамического напора ξ_{τ} или удара B_{τ} могут быть определены значения удара в трубопроводе и во всасывающей трубе. Для этого разделим уравнение 21 на уравнение 23, в результате чего получим:

$$\frac{\xi_{\tau-1} + \xi_{\tau}}{\eta_{\tau-1} + \eta_{\tau}} = -\frac{\rho}{2\sigma_A \Theta} = -\frac{\sigma_{\tau}}{\sigma_A},$$

следовательно:

$$\frac{\xi}{\eta} = -\frac{\xi_{\tau}}{\sigma_A},$$

и, значит:

$$\xi = \frac{\sigma_{\tau}}{\sigma} B, \quad \eta = -\frac{\sigma_A}{\sigma} B. \quad (40)$$

Гидроэлектрическая Лаборатория
Академии Наук Арм. ССР

Поступило 22 II 1948 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пинегин В. М.—Гидравлические двигатели. 1934.
2. Кривченко Г. И.—уточненные методы расчета гидравлического удара. Гидротех. строительство, № 10, 1947.
3. Мостков М. А.—Гидравлический удар в гидроэлектрических станциях. 1938.
4. Картвелишвили Н. А.—Неуставившийся режим работы агрегатов гидроэлектр. станций. Изв. АН Азерб. ССР. № 4, 1946.

5. Картвелишвили Н. А.—Графическая проверка регулирования гидравлических турбин. Сообщ. АН. Груз. ССР, № 9, 1947.
6. Картвелишвили Н. А.—Расчет гидравлического удара с учетом влияния всасывающей трубы. Изв. Тбилисского Научно-Исслед. Гидро-Энергетич. Ин-та. Вып. I. 1938.
7. Картвелишвили Н. А.—Зависимость пара от времени при гидравлическом ударе, ДАН Арм. ССР. VIII № 1, 7, 1948.

Ն. Ա. Կարթվիշվիլի

ՀԻԴՐԱՎԼԻԿ ՀԱՐՎԱԾԸ ՌԵԱԿՏԻՎ ՏՈՒՐԲԻՆՆԵՐՈՎ ՏԵՂԱԿԱՅՈՒՄՆԵՐՈՒՄ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոդվածում քննության է առնվում հիդրավլիկ հարվածը ներծծող խողովակներ ունեցող ռեակտիվ տուրբիններով տեղակայումներում տուրբինի ռեդուկտուն տվող ապարատը փակվելու և բացվելու ժամանակ՝ ըստ բեկված գծի օրենքի: Քննության առնելով տուրբինների ընդհանուր համասարուժը, հեղինակը նրա ծախսի համար դուրս է բերում ընդհանրացված կախվածություն, որից ընդունման կախվածությունն Ալլիսիի տեսության մեջ ստացվում է որպես ազդեցություն տուրբինին համապատասխանող մասնավոր դեպք: Այդ կախվածությունը դրված է լուծման հիմքում:

Հեղինակը դուրս է բերում բանաձևեր, որոնք արտահայտում են հիդրավլիկ հարվածի մեծությունը ժամանակի ֆունկցիայով, անալիտիկորեն ապացուցում է իրավացիությունն Ալլիսիի ընդունած պոստուլատի ախմասին, որ տուրբինի փակման կամ բացման գծային օրենքի դեպքում հիդրավլիկ հարվածը ձգտում է սկզբնական պայմաններից անկախ հաստատուն մեծության և ցույց է տալիս, որ փակման կամ բացման ոչ գծային օրենքի դեպքում Ալլիսիի պոստուլատը ճիշտ է:

Դուրս են բերված ճշգրիտ բանաձևեր՝ որոշելու համար հարվածի մեծությունն առաջին ֆազի վերջում և կարգավորման պրոցեսի վերջում, երբ գործում է կարգավորիչն ըստ գծային օրենքի: