

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ФУНДАМЕНТА С СЕЙСМИЧЕСКОЙ ВОЛНОЙ СДВИГА В ДИЛАТИРУЮЩЕМ ГРУНТОВОМ СЛОЕ

Исследование деформаций песчаных оснований, испытывающих динамические нагрузки, является чрезвычайно важным для инженерной сейсмологии и практики сейсмостойкого строительства. Песчаные грунты обычно считаются хорошими естественными основаниями, однако это верно лишь при статических нагрузках.

При динамических нагрузках происходит изменение механических свойств основания и наблюдаются значительные неравномерные осадки, которые могут являться причиной потери устойчивости сооружения или возникновения дополнительных напряжений в его конструкциях.

В эпицентральной зоне сильных землетрясений на поверхности земли амплитуды поперечных волн достигают больших величин, поэтому при расчетах основания сооружений целесообразно учитывать волны сдвига.

В песчаном грунте деформации сдвига вызывают объемное изменение. Это явление называют эффектом дилатансии. На рис. 1 показаны кривые, приведенные в [1—3] при изучении дилатансионных свойств песка.

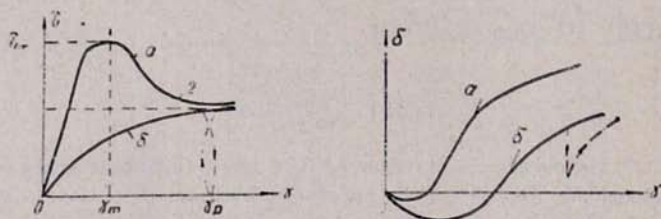


Рис. 1. Графики сопротивления сдвигу и объемного деформирования плотного (а) и рыхлого (б) песчанного грунта в зависимости от величины деформации сдвига

Как видно из графиков, при плотных песчаных основаниях происходит разуплотнение (положительная дилатансия), а при рыхлых—уплотнение (отрицательная дилатансия) [3, 10].

Будем рассматривать разуплотнение песчаного основания при действии сейсмической волны сдвига типа SH , которая поляризована в горизонтальной плоскости [8]. Координата Z направлена вверх.

Если касательные напряжения $\tau < \tau_m$, то в грунте распространяются упругие волны.

Когда $\tau > \tau_m$, в грунте будет иметь место дилатансия. Учитывая переменную плотность $\rho(\delta)$ в функции от относительной объемной деформации δ , уравнение движения запишем так;

$$\rho(\delta) \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\partial \tau}{\partial Z} = 0. \quad (1)$$

Условие неразрывности при сдвиге имеет вид:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial Z}. \quad (2)$$

Условие сохранения массы при дилатансии запишем:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \cdot \varphi) = 0, \quad (3)$$

или

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \varphi \frac{\partial \rho}{\partial Z} + \rho \frac{\partial \varphi}{\partial Z} = 0,$$

где $\varphi = \frac{d\Delta}{dt}$ — скорость дилатансии. Имея в виду, что относительная

объемная деформация $\delta = \frac{\partial \Delta}{\partial Z}$ и

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \varphi \frac{\partial \rho}{\partial Z},$$

интегрируя (3), получаем:

$$\rho = \rho_0 \cdot \exp(-\delta), \quad (4)$$

где ρ_0 — исходная плотность.

Как видно из (4), с увеличением δ плотность грунта уменьшается по экспоненциальному закону.

Так как скорость волны сдвига равна:

$$b = \sqrt{\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\tau}{d\gamma}},$$

то с учетом (4) получим:

$$b(\delta) = \sqrt{\frac{\exp(\delta)}{\rho_0} \frac{d\tau}{d\gamma}}. \quad (5)$$

При $\delta=0$ получаем известное соотношение [6, 7]:

$$b_0 = \sqrt{\frac{1}{\rho_0} \frac{d\tau}{d\gamma}}.$$

Преобразуя $\frac{\partial \gamma}{\partial t}$ и используя формулу (5), получаем:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial t} \frac{\partial \gamma}{\partial \tau} = \frac{1}{b^2(\delta) \rho(\delta)} \frac{\partial \tau}{\partial t}. \quad (6)$$

В уравнение (1), подставляя значение $\rho(\delta)$ из формулы (4) и в уравнение (2) значение $\frac{\partial \gamma}{\partial t}$ из формулы (6), получаем следующую систему:

$$\exp(-\delta) \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \tau}{\partial Z} = 0,$$

$$\frac{1}{b^2(\delta)\rho(\delta)} \frac{\partial \tau}{\partial t} - \frac{\partial V}{\partial Z} = 0. \quad (7)$$

Аппроксимируя участок (1—2) диаграммы $\tau=\tau(\gamma)$ (рис. 1) прямой линией (рис. 2) и принимая в первом приближении, что модуль сдвига связан с объемной деформацией.

$$\frac{d\tau}{d\gamma} = G(\delta) = G_1(1 - k\delta), \quad (8)$$

где k — некоторый постоянный, при условии $k\delta < 1$, G_1 — модуль пластического сдвига без дилатансии.

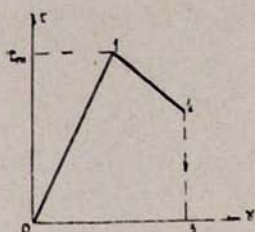


Рис. 2. Линейно-аппроксимированная диаграмма сопротивления сдвигу плотного песчаного грунта

Тогда для скорости волны из формулы (5) с учетом (8) получим

$$b_2 = \sqrt{1 - k\delta} (\exp \delta/2) \cdot b_1, \quad (9)$$

где b_1 — скорость пластической волны сдвига без дилатансии. С учетом (4) и (9) система (7) примет вид:

$$\exp(-\delta) \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial Z} = 0,$$

$$\frac{1}{1 - k\delta} \frac{\partial \tau}{\partial t} - b_1^2 \rho_0 \frac{\partial V}{\partial t} = 0. \quad (10)$$

Система (10) имеет следующие характеристики:

$$\frac{Z}{\sqrt{1 - k\delta}} \pm b_1 t \exp \delta/2 = \text{const}, \quad (11)$$

вдоль которых выполняются соотношения:

$$\frac{\sqrt{1 - k\delta}}{\exp \delta/2} V \pm \frac{\tau}{b_1 \rho_0} = \text{const}. \quad (12)$$

Принимая $\delta = \text{const}$ и дифференцируя первое уравнение системы (10)

по Z , а второе по t , и вычитая, получим следующее волновое уравнение относительно τ :

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial t^2} - b_1^2(1 - k\delta)(\exp \delta) \frac{\partial^2 \tau}{\partial Z^2} = 0, \quad (13)$$

которое имеет решение

$$\tau = f_1(Z - b_1 t) + f_2(Z + b_1 t), \quad (14)$$

где b_1 — определяется по формуле (9).

Подставляя (14) в систему (10), получаем выражение скорости колебаний частиц в волне с учетом дилатансии:

$$V = - \frac{\exp \delta/2}{b_1 \rho_0 \sqrt{1 - k\delta}} \cdot [f_1(Z - b_1 t) - f_2(Z + b_1 t)]. \quad (15)$$

Произвольные функции f_1 и f_2 определяются из начальных и граничных условий.

К более сложному случаю переменного объема δ переходим путем ступенчатой аппроксимации процесса и в численном виде определим значение V для отдельных точек.

Рассмотрим процесс распространения сейсмической волны сдвига в дилатирующем слое и взаимодействие этих волн с жестким сооружением.

Предположим, что на нижней границе дилатирующего слоя возникают динамические нагрузки, изменяющиеся во времени по линейному закону: $\tau = \tau_0 \frac{t}{\theta_2}$.

Когда $t = \theta_1$ (рис. 3), происходит разгрузка при постоянной деформации сдвига, т. е.

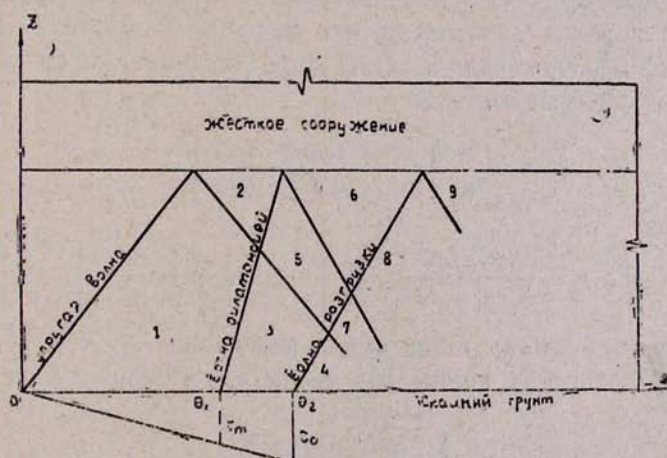


Рис. 3. Волновая сетка на координатной плоскости z, t

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = 0.$$

Пока $\tau < \tau_m$ в слое распространяются упругие волны. При $\tau \geq \tau_m$ начинают распространяться дилатирующие волны.

Волновая сетка на координатной плоскости (Z, t) при условии, что волна дилатансии не успевает догонять упругие волны, а волна разгрузки—дилатирующие волны, показана на рис. 3.

Решение области 1, учитывая соотношение на положительных характеристиках [4, 6], при граничном условии $Z=0$, $\tau = \tau_m \frac{t}{\theta_1}$, дает:

$$\tau_1 = \tau_m \left(\frac{t}{\theta_1} - \frac{Z}{b_0 \theta_1} \right), \quad (16)$$

$$V_1 = \frac{\tau_m}{\rho_0 b_0} \left(\frac{t}{\theta_1} - \frac{Z}{b_0 \theta_1} \right).$$

Упругая волна, достигая подошвы сооружения, мгновенно отражается и образуется область 2. Так как отраженная волна есть волна сильного разрыва, то на ее фронте должно соблюдаться условие динамической непрерывности:

$$\tau_n \pm \rho_k b_l V_n = \tau_m \pm \rho_k b_l V_m, \quad (17)$$

где n и k —номера соседних областей;

$\rho_k b_l$ —импеданс волны сдвига.

Отсюда с учетом (16) получим решение в области 2 в следующем виде

$$\tau_2 = 2\tau_m \left(\frac{t}{\theta_1} - \frac{Z}{b_0 \theta_1} \right). \quad (18)$$

Так как сооружение неподвижное, то $V_2=0$. В области 3 распространяется волна дилатансии, его решение получим из (14) и (15) с учетом условия на границе $Z=0$ и из соотношений на характеристиках (12) в следующем виде:

$$\tau_3 = \frac{\tau_0}{\theta_2} \left[t - \frac{Z \exp(-\delta/2)}{b_1 \sqrt{1-k\delta}} \right], \quad (19)$$

$$V_3 = - \frac{\exp \delta/2}{b_1 \rho_0 \sqrt{1-k\delta}} \cdot \frac{\tau_0}{\theta_2} \left[t - \frac{Z \exp(-\delta/2)}{b_1 \sqrt{1-k\delta}} \right].$$

Из условий непрерывности на волне разгрузки $Z=\psi(t)$ (17) с учетом (19) получим скорость волны разгрузки в следующем виде:

$$\dot{\psi}(t) = \sqrt{\frac{\rho_0/\rho_{кр}}{1-k\delta}} b_1 (t - \theta_2). \quad (20)$$

Как видно из (20), скорость волны разгрузки зависит от отношения исходной и критической плотностей. При $\delta=0$ и $\rho_0/\rho_{кр}=1$ получим, что $Z=\psi(t)=b_1 t$, где b_1 —скорость пластической волны сдвига

№ обл.	Напряжения и скорости	Вид нагружения
1	$\tau = \tau_m \left(\frac{t}{\theta_1} - \frac{Z}{b_0 \theta_0} \right)$ $V_1 = \frac{\tau_m}{\rho_0 b_0} \left(\frac{t}{\theta_1} - \frac{Z}{b_0 \theta_1} \right)$	Упругое нагружение
2	$\tau_2 = 2\tau_m \left(\frac{t}{\theta_1} - \frac{Z}{b_0 \theta_1} \right)$ $V_2 = 0$	Покой
3	$\tau_3 = \frac{\tau_0}{\theta^2} \left[t - \frac{Z \cdot \exp(\delta/2)}{b_1 \cdot \sqrt{1-k\delta}} \right]$ $V_3 = - \frac{\exp \delta/2}{b_1 \rho_0 \sqrt{1-k\delta}} \cdot \frac{\tau_0}{\theta_2} \left[t - \frac{Z \cdot \exp(-\delta/2)}{b_1 \sqrt{1-k\delta}} \right]$	Пластическое нагружение с дилатансией
4	$\tau_4 = \frac{\rho_k}{b_1 \rho_0 \sqrt{1-k\delta}} \cdot \frac{\tau_0}{\theta_2} (\sqrt{\rho_0/\rho_k} - \exp \delta/2) \cdot Z$ $V_4 = - \frac{\exp \delta/2}{b_1 \rho_0 \sqrt{1-k\delta}} \cdot \frac{\tau_0}{\theta_2} \left[t - \frac{\sqrt{\rho_0/\rho_k}}{\exp \delta/2} (t - \theta_2) \right]$	Разгрузка
5	$\tau_5 = \tau_2 + \frac{\rho_0 b_1 \exp(-\delta/2)}{\sqrt{1-k\delta}} \cdot V_5$ $V_5 = \frac{\tau_3 - \tau_2 + \rho_0 b_0 \cdot V_3}{\rho_0 \cdot b_0 + \rho \cdot b_\delta}$	—
6	$\tau_6 = \tau_5 + \rho b_\delta \cdot V_5$ $V_6 = 0$	—
7	$\tau_7 = \tau_5 + \rho_k b_p (V_7 - V_5)$ $V_7 = \frac{\tau_4 + \rho_k b_0 V_4 - V_5 + \rho_k b_p V_5}{\rho_0 \cdot b_0 + \rho_k \cdot b_p}$	—
8	$\tau_8 = \tau_6 + \rho_k b_p V_8$ $V_8 = \frac{\tau_7 - \tau_6 + \rho \cdot b_\delta \cdot V_7}{\rho_k \cdot b_p + \rho b_\delta}$	—
9	$\tau_9 = 0$ $V_9 = 0$	Покой

без дилатансии. Зная форму волны разгрузки, можно определить напряжение и скорость на фронте волны разгрузки из формул (19):

$$\begin{aligned}\tau(t) &= \frac{\tau_0}{\theta_2} \left[t - \frac{\sqrt{\rho_0/\rho_k}}{\exp \delta/2} (t - \theta_2) \right], \\ V(t) &= -\frac{\exp \delta/2}{b_1 \rho_0 \sqrt{1-k\delta}} \cdot \frac{\tau_0}{\theta_2} \left[t - \frac{\sqrt{\rho_0/\rho_k}}{\exp \delta/2} (t - \theta_2) \right].\end{aligned}\quad (21)$$

Напряжение в области разгрузки 4 находим из уравнения движения (19), подставляя в него значение $\frac{\partial V}{\partial t}$ из (21), имеем:

$$\tau_4(Z) = \frac{\rho_k}{b_1 \rho_0 \sqrt{1-k\delta}} \cdot \frac{\tau_0}{\theta_2} (\sqrt{\rho_0/\rho_k} - \exp \delta/2) \cdot Z. \quad (22)$$

Решения остальных областей определяем из условий динамической неразрывности (17) на границах двух соседних областей по методу, предложенному в [4, 9].

Решение всех областей волновой сетки, показанной на рис. 3, приведено в таблице.

Исследование показывает, что:

1) явление дилатансии существенно изменяет распределение напряжений под подошвой фундамента, особенно это относится к песчаным грунтам;

2) отмечено, что скорость распространения волн сдвига в дилатирующем слое зависит от физических параметров грунта и дилатансия приводит к существенному изменению напряжений в слое и под подошвой фундамента;

3) при изучении явления дилатансии обнаружена возможность как уплотнения слоев, так и разуплотнения. Это приводит к увеличению или, соответственно, к уменьшению касательных напряжений под фундаментом и зависит от величины фактической пористости;

4) проделанное исследование поможет уточнить расчет фундаментов, находящихся под воздействием импульсивных нагрузок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адушкин В. В., Орленко Т. А. Прочностные характеристики и разупрочнение песчаного грунта при сдвиге. МТТ, «Наука», 1970.
2. Гольдштейн М. Н. Механические свойства грунтов. М., Стройиздат, 1979.
3. Денисов Н. Я. Изменение прочности песков после динамических воздействий. Сб. НИОСП, М., Гостройиздат. 1967.
4. Ляхов Г. М. Основы динамики взрыва в грунтах и жидких средах. М., «Недра», 1964.
5. Назаров А. Г. Метод инженерного анализа сейсмических сил. Изд. АН Арм. ССР, 1959.
6. Новацкий Д. Волновые задачи теории пластичности. Изд-во М., «Мир», 1978.
7. Рахматуллин Х. А. О волне разгрузки. ПММ, «Наука», № 9, вып. I, 1945.
8. Саваренский Е. Ф. Сейсмические волны. М., «Наука», 1970.
9. Синицын А. П. Практические методы расчета сооружений на сейсмические нагрузки. М., Стройиздат, 1968.
10. Тейлор Д. Основы механики грунтов. М., Гостройиздат. 1960.