

А. Е. САРГСЯН

# ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ФУНДАМЕНТА И РЫХЛОГО СЛОЯ В ЭПИЦЕНТРАЛЬНЫХ ЗОНАХ СИЛЬНЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Рассмотрено колебание жесткого фундамента на поверхности упруго-пластического слоя, подстилаемого упругими скальными породами при прямом падении продольной сейсмической волны на нижнюю границу слоя.

Закон динамической сжимаемости и разгрузки грунта изображен на рис. 1.

О отражение от податливой преграды. Для изучения взаимодействия сооружения с упруго-пластическим основанием необходимо рассмотреть эффект отражения. Подобная задача была рассмотрена в работе [6] для упругого основания.

При решении поставленной задачи определяется нагрузка, испытываемая сооружением, закон его движения, параметры поля напряжений и скорость колебания частиц при отражении и преломлении (рис. 2, области 1, 2, 3). Решение проводится в координатах Лагранжа ( $h, t$ ), где:  $h = \rho \cdot z$ .

$\rho$  — плотность грунта;

$z$  — пространственная координата

Эйлера;

$t$  — параметр времени.

Начало координат поместим на податливой преграде, а ось  $h$  направим по направлению падающей волны. Принимается, что падающая волна имеет форму постоянного прямоугольного импульса.

Рассмотрим случаи отражения на податливой преграде, когда перемещения отдельных элементов фундамента ничтожно малы по сравнению с перемещением сооружения как единого целого.

Случай а). Падающая волна упругая, а отраженная — пластическая (рис. 2, а), т. е.:

$$P_{\text{под}} \leq P_{\text{пу}}; \quad P_{\text{отр}} > P_{\text{пу}}.$$

Напишем соотношения на фронтах различных волн между давлением и скоростью колебания частиц и условия на преграде: на фронте падающей волны:

$$P_{\text{под}} - m_1 \cdot U_{\text{под}} = 0, \quad (\text{а})$$

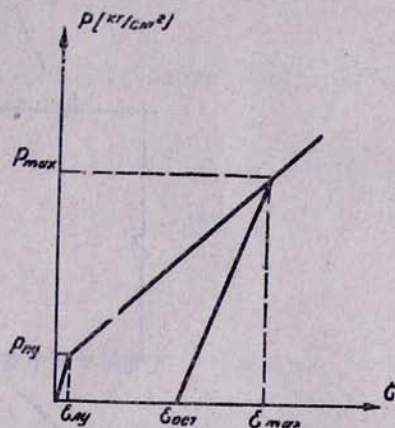


Рис. 1. Динамическая диаграмма на напряжение-деформация грунта при  $\sigma \leq (10 \div 15) \text{ кг/см}^2$

на фронте отраженной волны:

$$P_{отр} + m_2 \cdot U_{отр} = P_{под} + m_2 \cdot U_{отр}, \quad (б)$$

условие на преграде:

$$P_{отр} = P; \quad U_{отр} = U, \quad (в)$$

где  $m_1$  и  $m_2$  — соответственно акустические жесткости упругих и пластических областей грунта;

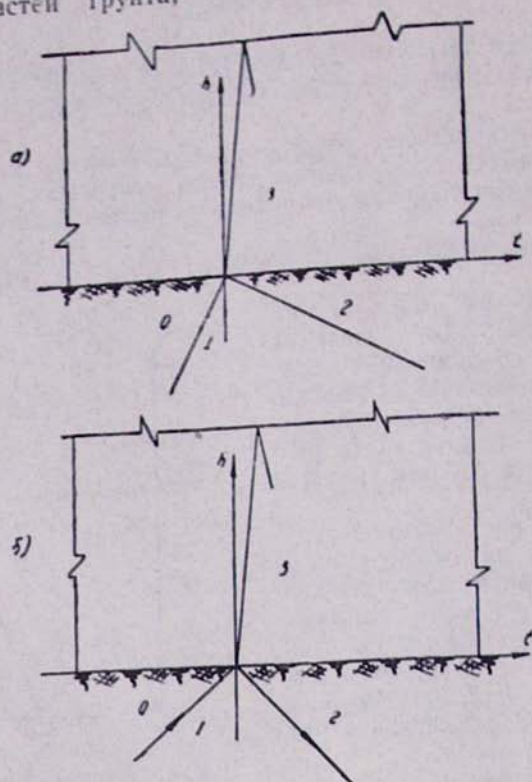


Рис. 2. Схема отражения волн от податливой преграды:

а — в случае падающей упругой волны;

б — в случае падающей пластической волны

$P$  — волновая нагрузка на сооружение;

$U$  — скорость колебания сооружения.

Из (б) с учетом (а) и (в) получим:

$$P = \left(1 + \frac{1}{k_1}\right) \cdot P_{под} - m_2 \cdot U. \quad (1)$$

Имеем уравнение с двумя неизвестными  $P$  и  $U$ . Составляем дифференциальное уравнение колебания преграды:

$$\mu \cdot \ddot{W} = P - R, \quad (2)$$

где  $P$  — внешняя волновая нагрузка на преграду;

$\mu$  — масса единицы площади фундамента;

$W$  — перемещение преграды как единого целого;

$R$  — реакция грунта при движении преграды, определяемая диаграммой сжимаемости и разгрузки (рис. 1):

$$R = r_{21} \cdot W - (r_{21} - r_{11}) \cdot W_{\text{пу}}, \quad (3)$$

где  $r_{11}$  — единичная реакция грунта, соответствующая единичному смещению преграды в упругой стадии основания;

$r_{21}$  — единичная реакция грунта, соответствующая пластической стадии основания;

$W_{\text{пу}} = P_{\text{пу}}/r_{11}$ ;  $P_{\text{пу}}$  — предел упругости грунта, определяемый диаграммой (рис. 1).

Подставляя в уравнение (2) значения  $P$  и  $R$ , после некоторых преобразований получим:

$$\ddot{W} + 2n_2 \cdot \dot{W} + \varphi_{02}^2 \cdot W = P_{\text{пу}}/\mu \cdot \left[ (i-1) + \left( 1 + 1/k_1 \right) P_{\text{под}}/P_{\text{пу}} \right] \quad (4)$$

В уравнении (4) приняты следующие обозначения:

$$n_2 = \frac{m_2}{2\mu}; \quad \varphi_{01}^2 = \frac{r_{11}}{\mu}; \quad \varphi_{02}^2 = \frac{r_{12}}{\mu}; \quad i = \frac{r_{21}}{r_{11}}.$$

Решение дифференциального уравнения колебания преграды при нулевых начальных условиях принимает вид:

$$W = P_{\text{пу}}/r_{12} \left[ (i-1) + \left( 1 + \frac{1}{k_1} \right) P_{\text{под}}/P_{\text{пу}} \right] \cdot \left[ 1 - e^{-n_2 \tau} \left( \frac{n_2}{\varphi_2} \sin \varphi_2 \tau + \cos \varphi_2 \tau \right) \right], \quad (5)$$

где  $\varphi_2^2 = \varphi_{02}^2 - n_2^2$ .

Откуда:

$$\dot{W} = \frac{P_{\text{пу}}}{\mu \varphi_2} \left[ (i-1) + \left( 1 + \frac{1}{k_1} \right) P_{\text{под}}/P_{\text{пу}} \right] \cdot e^{-n_2 \tau} \cdot \sin \varphi_2 \tau. \quad (6)$$

Давление на преграду определяется из соотношения (1) путем подставления в него значения  $\dot{W}$  (6), учитывая, что  $\dot{W} = U$ :

$$P = \left( 1 + \frac{1}{k_1} \right) P_{\text{под}} - P_{\text{пу}} \frac{2n_2}{\varphi_2} \left[ (i-1) + \left( 1 + \frac{1}{k_1} \right) \cdot P_{\text{под}}/P_{\text{пу}} \right] \cdot e^{-n_2 \tau} \cdot \sin \varphi_2 \tau. \quad (7)$$

Определяем коэффициент отражения:

$$K = P/P_{\text{под}} = \left( 1 + \frac{1}{k_1} \right) - \frac{2n_2}{\varphi_2} \left[ (i-1) P_{\text{пу}}/P_{\text{под}} + \left( 1 + \frac{1}{k_1} \right) \right] \cdot e^{-n_2 \tau} \cdot \sin \varphi_2 \tau. \quad (8)$$

Принимая  $k_1=1$ ,  $i=1$  и подставляя эти значения в уравнение (8), получим известную формулу А. П. Сеницына [6]:

$$K = 2 \left( 1 - 2 \cdot \frac{n_1}{\varphi_1} e^{-n_1 \tau} \cdot \sin \varphi_1 \tau \right). \quad (8')$$

Случай б). Падающая пластическая волна после отражения остается пластической

$$P_{\text{под}} > P_{\text{пу}}; \quad P_{\text{отр}} > P_{\text{пу}}.$$

Напишем соотношения давления и скорости колебания частиц на фронтах различных волн и условие на преграде. На фронте падающей волны:

$$P_{\text{под}} - m_2 \cdot U_{\text{под}} = 0; \quad (c)$$

на фронте отраженной волны:

$$P_{\text{отр}} - m_2 \cdot U_{\text{отр}} = P_{\text{под}} + m_2 \cdot U_{\text{под}}; \quad (d)$$

условие на преграде:

$$P_{\text{отр}} = P; \quad U_{\text{отр}} = U. \quad (e)$$

На основе (d), учитывая соотношение (c) и (e), получим связь между волновой нагрузкой на преграде и скоростью ее колебания:

$$P = 2P_{\text{под}} - m_2 \cdot U. \quad (9)$$

Подставляя значения  $P$  (9) и  $R$  (3) в уравнение (2), после некоторых преобразований получаем:

$$\ddot{W} + 2n_2 \cdot \dot{W} + \varphi_2^2 \cdot W = P_{\text{под}}/n \cdot [P_{\text{пу}}/P_{\text{под}}(i-1) + 2]. \quad (10)$$

Решение уравнения (10) при нулевых начальных условиях имеет вид:

$$W = P_{\text{под}}/r_{21} \cdot [(i-1) \cdot P_{\text{пу}}/P_{\text{под}} + 2] \cdot \left[ 1 - e^{-n_2 \tau} \left( \frac{n_2}{\varphi_2} \sin \varphi_2 \tau + \cos \varphi_2 \tau \right) \right]. \quad (11)$$

Тогда скорость колебания преграды равна (рис. 2, б):

$$\dot{W} = \frac{P_{\text{под}}}{n \varphi_2} \cdot [(i-1)P_{\text{пу}}/P_{\text{под}} + 2] \cdot e^{-n_2 \tau} \cdot \sin \varphi_2 \tau. \quad (12)$$

Подставляя значение  $\dot{W}$  (12) в уравнение (9), определяем волновую нагрузку на преграду:

$$P = 2P_{\text{под}} \left[ 1 - n_2/\varphi_2 \cdot [(i-1)P_{\text{пу}}/P_{\text{под}} + 2] \cdot e^{-n_2 \tau} \cdot \sin \varphi_2 \tau \right]. \quad (13)$$

Тогда коэффициент отражения определится формулой:

$$K = 2 \left\{ 1 - \frac{n_2}{\varphi_2} \left[ (i-1)P_{\text{пу}}/P_{\text{под}} + 2 \right] \cdot e^{-n_2 \tau} \cdot \sin \varphi_2 \tau \right\}. \quad (14)$$

Полагая  $i=1$ , получаем коэффициент отражения для упругой падающей и упругой отраженной волн, значение которого полностью совпадает с формулой (8').

Как видно из (8) и (14), коэффициент отражения от податливой преграды при упруго-пластической модели грунта зависит не только от физических и частотных характеристик основания и сооружения, а также от времени, но и от величины давления на падающей волне.

Для абсолютно жесткой неподвижной преграды ( $\dot{W}=0$ ) коэффициент отражения имеет значения:

$$\text{в случае а) } K = 1 + \frac{1}{k_1},$$

для других грунтов  $k_1 = 1$ , тогда  $K = 2 = \text{const}$ ;

для рыхлых грунтов  $k_1 = 2 \div 5$ , тогда  $K = (1, 5 \div 1, 2)$ ;  
в случае б)  $K = \text{const} = 2$ .

На рис. 3 показано изменение коэффициента отражения по времени при следующих физических и частотных характеристиках основания

сооружения:  $k_1 = 3$ ;  $m_1 = 8,5 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}}{\text{см}^3}$ ;

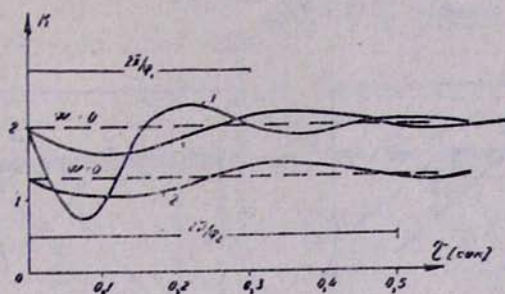


Рис. 3. Изменение коэффициента отражения по времени

- 1—в случае  $k_1=1$ ;  
2—в случае, когда падающая волна упругая, отраженная — пластическая;  
3—в случае, когда волна падающая, —отраженные волны пластические

$$k_2 = 28 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}}{\text{см}^3}; i = 1/6; P_{\text{пу}} = 0,5 \text{ кг/см}^2;$$

$$= 2,0 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}^2}{\text{см}^4}; \varphi_{01} = 31,4 \text{ сек}^{-1}; \varphi_{02} = 13,0 \text{ сек}^{-1};$$

$$n_1 = 21,25 \text{ сек}^{-1}; n_2 = 7,0 \text{ сек}^{-1};$$

$$\text{случае а): } P_{\text{под}} = 0,5 \text{ кг/см}^2;$$

$$\text{случае б): } P_{\text{под}} = 1,0 \text{ кг/см}^2.$$

Кривая (1) показывает изменение коэффициента отражения при упругом ( $k_1=1$ ), а кривые (2) и (3) при упруго-пластическом ( $k_1>1$ ) основании, соответственно по случаям а) и б).

Волновые сетки в упруго-пластическом слое. Вывод уравнений колебания сооружения. В работе [8] были получены следующие формулы, определяющие давления и скорости колебания частиц на нижней границе слоя при прямом падении продольной сейсмической волны:

$$\left. \begin{aligned} U_{\text{пр}}^{\text{пл}} &= 2 \cdot U_{\text{под}} - \frac{k_1 - 1}{k_0} \cdot P_{\text{пу}} / m_1 \\ P_{\text{пр}}^{\text{пл}} &= 2 \cdot m_2 \cdot U_{\text{под}} + \left(1 - \frac{1}{k_1}\right) \cdot P_{\text{пу}} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где  $k_0 = m_0 / m_1$ ;  $m_0$  — акустическая жесткость скальных подстилающих пород.

Для решения волновых схем (рис. 4) поместим начало системы координат  $(h, t)$  на нижнюю границу слоя, а ось  $h$  направим по направлению распространения проходящих волн.

Из начального сечения в момент времени  $t=0$  одновременно начинают распространяться две волны сжатия—упругая и пластическая. В момент времени  $t=T/2$  давление на нижней границе мгновенно исчезает и начинает распространяться фронт волны разгрузки. Рассматриваются следующие возможные случаи волновых схем в упруго-пластическом слое, в зависимости от периода падающей волны, толщины слоя и физических характеристик грунта.

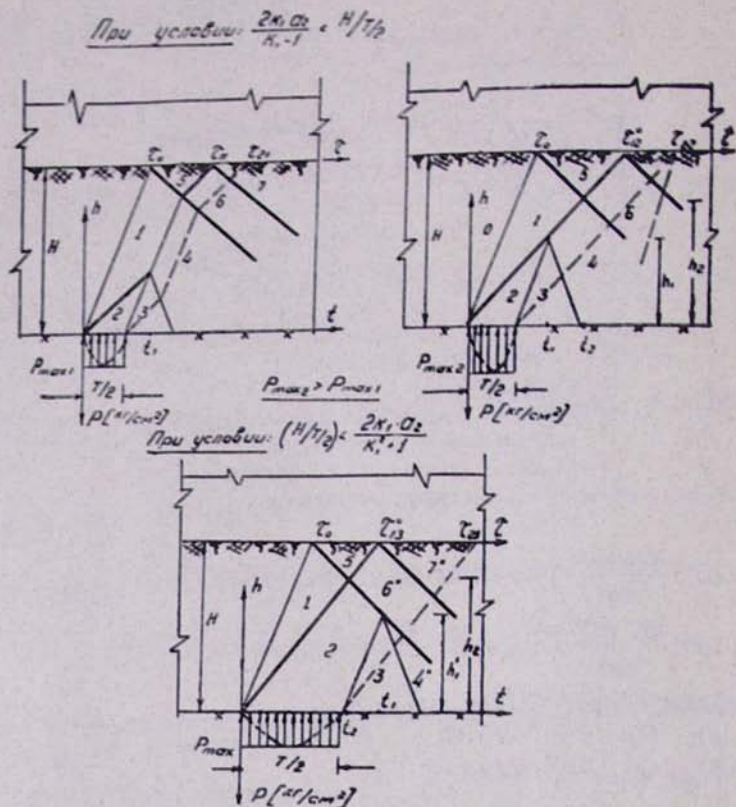


Рис. 4. Возможные волновые схемы в рыхлом слое при взаимодействии сооружения с основанием

**Случай а).** Волна разгрузки, распространяющаяся от нижней границы слоя, раньше догоняет пластическую волну, чем пластическая волна, возникающая в результате отражения упругой волны от податливой преграды (рис. 4, а).

**Случай б).** Пластическая волна, отраженная от податливой преграды, раньше отражает пластическую волну сжатия, чем волна разгрузки, распространяющаяся от нижней границы слоя (4, б).

Запишем условия образования волновых сеток (4, а, б) уравнениями в координатах  $(h, t)$ . Для этого напомним сначала уравнения движения фронта следующих волн: фронт первой пластической волны, распространяющийся от нижней границы слоя:

$$h = m_2 t; \quad (16)$$

фронт первой волны разгрузки, распространяющейся от нижней границы:

$$h = m_1(t - T/2); \quad (17)$$

фронт первой пластической волны, отраженной от податливой перегородки:

$$h = H - m_2 \cdot (t - H/m_1), \quad (18)$$

где  $H = H \cdot \rho$ ;  $H$  — толщина слоя.

Решая совместно (16) и (17), определим координату  $h = h_1$ , при которой встречается пластическая волна с волной разгрузки.

$$h_1 = m_2/k_1 - 1 \cdot T/2.$$

Значение координаты  $h_2$ , при которой встречаются волна пластическая, распространяющаяся от нижней границы, и волна, отраженная от перегородки, определится в результате совместного решения

$$(16) \text{ и } (18): h_2 = \frac{k_1 + 1}{2k_1} \cdot H.$$

В случае волновой сетки рис. 4, а  $h_1 < h_2$ , т. е.

$$\frac{H}{T/2} > \frac{2 \cdot k_1}{k_1^2 - 1} \cdot m_2 \text{ или } \frac{H}{T/2} > \frac{2 \cdot k_1}{k_1^2 - 1} \cdot a_2. \quad (19)$$

В случае волновой сетки рис. 4, б  $h_2 < h_1$ , т. е.

$$\frac{H}{T/2} < \frac{2 \cdot k_1}{k_1^2 - 1} \cdot m_2 \text{ или } \frac{H}{T/2} < \frac{2 \cdot k_1}{k_1^2 - 1} \cdot a_2. \quad (20)$$

Результаты решения различных областей волновых схем сведены в табл. 1.

Для изучения колебания сооружения в случае, когда в слое образуется та или иная волновая схема, следует рассмотреть следующие интервалы времени:

I интервал времени — с момента падения первой упругой волны  $\tau = \tau_0$  (где  $\tau = t - \frac{H}{a_1}$ ) до момента падения первой пластической

волны  $\tau = \tau_{1k}$  на подошве сооружения. Для удобства дальнейших обозначений введен индекс « $k$ », где  $k=1, 2, 3$  соответствует волновым схемам 4, а—1, 4, а—2, 4, б—2.

II интервал времени — с момента падения первой пластической волны  $\tau = \tau_{1k}$  до момента исчезновения внешней волновой нагрузки на подошве сооружения  $\tau = \tau_{2k}$ .

III интервал времени — свободное колебание сооружения до полного затухания, т. е. при  $\tau > \tau_{2k}$ .

Дифференциальное уравнение I интервала времени составлено из уравнения динамического равновесия на податливой перегрузке, которое имеет вид:

$$\ddot{W} + 2n_2 \cdot \dot{W} + \varphi_{02}^2 \cdot W = C_{11}, \quad (21)$$

где

$$C_{11} = P_{ny}/\mu \left[ \left( 1 + \frac{1}{k_1} \right) + (i-1) \right].$$

| Область<br>(см. рис. 2) | Результаты решений                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                       | Характеристика<br>области | Отноше-<br>ние<br>$P_n/P_{ny}$ |
|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|--------------------------------|
|                         | Давление $P_n$ [кг/см <sup>2</sup> ]                                                                                                                                                                                        | Скорость колебания<br>частицы [см/сек]                                                                                                                                                                                |                           |                                |
| 0                       | 0                                                                                                                                                                                                                           | 0                                                                                                                                                                                                                     | Покой                     | 0                              |
| 1                       | $P_{ny}$                                                                                                                                                                                                                    | $P_{ny}/m_i$                                                                                                                                                                                                          | Нагрузка                  | 1                              |
| 2                       | $2m_2 U_{nad} \cdot (1 - \frac{1}{K_1}) P_{ny}$                                                                                                                                                                             | $2 U_{nad}$                                                                                                                                                                                                           | Нагрузка                  | >1                             |
| 3                       | 0                                                                                                                                                                                                                           | $\frac{K_1-1}{K_1} (2 U_{nad} - \frac{P_{ny}}{m_i})$                                                                                                                                                                  | Разгрузка                 | 0                              |
| 4                       | $(K_1-1)m_2 U_{nad} - \frac{K_1-1}{2K_1} P_{ny}$                                                                                                                                                                            | $\frac{K_1-1}{K_1} (U_{nad} - \frac{1}{2} \frac{P_{ny}}{m_i})$                                                                                                                                                        | Нагрузка                  | 0                              |
| 5                       | $P_{ny} \left[ (1 + \frac{1}{K_1}) \cdot \frac{m_2}{\mu \varphi_2} \left[ (1-1) \cdot \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{K_1-1}{K_1} \right] \cdot e^{-\eta_2 \tau} \sin \varphi_2 \tau \right]$                      | $\frac{P_{ny}}{\mu \varphi_2} \left[ (1-1) \cdot (1 - \frac{1}{K_1}) \right] \cdot \\ \cdot e^{-\eta_2 \tau} \sin \varphi_2 \tau$                                                                                     | Нагрузка                  | >1                             |
| 6                       | $\frac{K_1^2-1}{2K_1} m_2 U_{nad} + P_{ny} \left[ \frac{(K_1+1)^2}{4K_1^2} - \right. \\ \left. - \frac{m_2}{\mu \varphi_2} \left[ (1-1) + \frac{K_1+1}{K_1} \right] \right] e^{-\eta_2 \tau} \sin \varphi_2 \tau$           | $\frac{K_1^2-1}{2K_1} U_{nad} - P_{ny} \left[ \frac{(K_1+1)(3K_1-1)}{4K_1^2} \cdot \right. \\ \left. + \frac{1}{\varphi_2 \mu} \left[ (1-1) + \frac{K_1+1}{K_1} \right] \right] e^{-\eta_2 \tau} \sin \varphi_2 \tau$ | Нагрузка                  | >1                             |
| 7                       | $\frac{K_1^2-1}{K_1} m_2 U_{nad} + m_2 h \cdot \beta_0 \cdot \\ \cdot e^{-\eta_2 (\tau-\tau_i)} \sin [\varphi_2 (\tau-\tau_i) - (\delta, -\alpha,)]$                                                                        | $-h \cdot \beta_0 e^{-\eta_2 (\tau-\tau_i)} \sin [\varphi_2 (\tau-\tau_i) - (\delta, -\alpha,)]$                                                                                                                      | Нагрузка                  | >1                             |
| 4'                      | $2 \frac{K_1-1}{K_1+1} (m_2 U_{nad} + \frac{K_1-1}{2K_1} P_{ny})$                                                                                                                                                           | $2 \frac{K_1-1}{K_1+1} (U_{nad} - \frac{P_{ny}}{m_i})$                                                                                                                                                                | Нагрузка                  | >1                             |
| 6'                      | $2 \frac{K_1-1}{K_1+1} m_2 U_{nad} + P_{ny} \left[ \frac{2K_1^2-2K_1+1}{2K_1(K_1+1)} - \right. \\ \left. - \frac{m_2}{\mu \varphi_2} \left[ (1-1) + \frac{K_1+1}{K_1} \right] \right] e^{-\eta_2 \tau} \sin \varphi_2 \tau$ | $2 \frac{K_1-1}{K_1+1} U_{nad} + P_{ny} \left[ \frac{3K_1-1}{K_1(K_1+1)m_2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\mu \varphi_2} \left[ (1-1) + \frac{K_1+1}{K_1} \right] \right] e^{-\eta_2 \tau} \sin \varphi_2 \tau$      | Нагрузка                  | >1                             |
| 7'                      | $4 \frac{K_1-1}{K_1+1} m_2 U_{nad} + P_{ny} \left[ \frac{K_1^2-3K_1+3}{K_1(K_1+1)} - \right. \\ \left. - h' m_2 \beta_0 e^{-\eta_2 (\tau-\tau_i)} \sin [\varphi_2 (\tau-\tau_i) - (\delta, -\alpha,)] \right]$              | $-h' \beta_0 e^{-\eta_2 (\tau-\tau_i)} \sin [\varphi_2 (\tau-\tau_i) - (\delta, -\alpha,)]$                                                                                                                           | Нагрузка                  | >1                             |
| 6''                     | $2m_2 U_{nad} + P_{ny} \left[ 1 - \frac{m_2}{\mu \varphi_2} \cdot \right. \\ \left. \cdot \left[ (1-1) + \frac{K_1+1}{K_1} \right] \right] e^{-\eta_2 \tau} \sin \varphi_2 \tau$                                            | $2 U_{nad} - P_{ny} \left[ \frac{1}{m_i} + \frac{m_2}{\mu \varphi_2} \cdot \right. \\ \left. \cdot \left[ (1-1) + \frac{K_1+1}{K_1} \right] \right] e^{-\eta_2 \tau} \sin \varphi_2 \tau$                             | Нагрузка                  | >1                             |
| 7''                     | $4m_2 U_{nad} + P_{ny} \left[ \frac{K_1-1}{K_1} + h'' m_2 \cdot \right. \\ \left. \cdot \beta_0 e^{-\eta_2 (\tau-\tau_i)} \sin [\varphi_2 (\tau-\tau_i) - (\delta, -\alpha,)] \right]$                                      | $-h'' \beta_0 e^{-\eta_2 (\tau-\tau_i)} \sin [\varphi_2 (\tau-\tau_i) - (\delta, -\alpha,)]$                                                                                                                          | Нагрузка                  | >1                             |

Напишем решение уравнения (21) при нулевых начальных условиях:

$$W = \frac{C_{11}}{\varphi_{02}^2} \cdot \left[ 1 - e^{-\tau_2 \tau} \left( \frac{n_2}{\varphi_2} \sin \varphi_2 \tau + \cos \varphi_2 \tau \right) \right], \quad (22)$$

иткуда

$$\dot{W} = \frac{C_{11}}{\varphi_2} \cdot e^{-n_2 \tau} \cdot \sin \varphi_2 \tau, \quad (23)$$

где  $\varphi_2^2 = \varphi_{02}^2 - n_2^2$ .

Используя соотношение скорости колебания частиц и давления на фронте отраженной волны в I интервале времени, получим:

$$P = \left( 1 + \frac{1}{k_1} \right) \cdot P_{ny} - C_{11} \cdot \mu \cdot \frac{2n_2}{\varphi_2} \cdot e^{-n_2 \tau} \cdot \sin \varphi_2 \tau; \quad (24)$$

$P$  — волновая нагрузка на подошве основания.

Из уравнений (23) и (24) определяем значения  $W$  и  $\dot{W}$  в последнем моменте I интервала времени:

$$W_{1k} = W(\tau_{1k}); \quad \dot{W}_{1k} = \dot{W}(\tau_{1k}). \quad (25)$$

(25) является начальным условием для решения дифференциального уравнения колебания сооружения во II интервале. Запишем это уравнение:

$$\ddot{W} + 2n_2 \cdot \dot{W} + \varphi_{02}^2 \cdot W = C_{2k}, \quad (26)$$

где  $C_{2k}$  определяется решением областей  $j = 6, 6', 6''$  (см. табл. 1) следующей формулой:

$$C_{2k} = \frac{1}{\mu} \left[ P_j + m_2 U_j + (i-1) P_{пол} \right]. \quad (27)$$

При начальных условиях (25) решение (26) имеет вид:

$$W = \frac{C_{2k}}{\varphi_{02}^2} + L_{1k} \cdot e^{-n_2(\tau - \tau_{1k})} \cdot \cos[\varphi_2(\tau - \tau_{1k}) - \delta_{1k}]; \quad (28)$$

где

$$L_{1k} = \frac{\sqrt{N_{1k}^2 \cdot \varphi_{02}^2 + 2N_{1k} \cdot n_2 \cdot \dot{W}_{1k} + \dot{W}_{1k}^2}}{\varphi_2}$$

$$N_{1k} = \frac{C_{2k} + (2-i) \cdot P_{ny}/\mu}{\varphi_{02}^2};$$

$$\operatorname{tg} \delta_{1k} = \frac{N_{1k}(n_2 \cdot \cos \varphi_2 \tau_{1k} + \varphi_2 \cdot \sin \varphi_2 \tau_{1k}) + \dot{W}_{1k} \cdot \cos \varphi_2 \tau_{1k}}{N_{1k}(\varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \tau_{1k} - n_2 \cdot \sin \varphi_2 \tau_{1k}) - \dot{W}_{1k} \cdot \sin \varphi_2 \tau_{1k}}$$

Уравнения (23) и (28) показывают, что амплитуда колебаний и смещение имеют постоянные слагаемые в правой части, которые зависят от свойств грунта и состояния движения в моменты подхода пла-

стических волн. Эти величины уменьшаются с уменьшением статического давления сооружения на основание.

Из уравнения (28) можно определить скорость колебания сооружения:

$$\dot{W} = -L_{1k} \cdot \varphi_{02} \cdot e^{-n_1(\tau - \tau_{1k})} \cdot \sin[\varphi_2(\tau - \tau_{1k}) - (\delta_{1k} - \alpha_1)], \quad (29)$$

где

$$\alpha_{1k} = \arctg n_2 / \varphi_2.$$

С учетом соотношения давления и скорости колебания частиц в отраженной волне получим величину волнового давления, действующего на подошву сооружения во II интервале времени:

$$P = \left[ \frac{C_{2k}}{\mu} - (i-1) P_{ny} \right] + m_2 \cdot \varphi_{02} \cdot L_{1k} \cdot e^{-n_1(\tau - \tau_{1k})} \cdot \sin[\varphi_2(\tau - \tau_{1k}) - (\delta_{1k} - \alpha_1)] \quad (30)$$

Формулы (28), (29) и (30) действительны до момента исчезновения внешней волновой нагрузки на подошве сооружения, т. е. до момента  $\tau_{2k}$ .

Напишем дифференциальное уравнение свободного колебания сооружения:

$$\ddot{W} + 2n_1 \dot{W} + \varphi_{01}^2 \cdot W = C_{3k}, \quad (31)$$

где

$$C_{3k} = (1-i) \cdot \varphi_{01}^2 \cdot (W_{2k} - P_{ny}/r_{11}),$$

$$n_1 = \frac{m_1}{2\mu}; \quad \varphi_{01}^2 = \frac{r_{11}}{\mu}.$$

Решения уравнения (31) при начальных условиях:

$$\tau = \tau_{2k}, \quad W(\tau_{2k}) = W_{2k}; \quad \dot{W}(\tau_{2k}) = \dot{W}_{2k} \quad (32)$$

принимают вид:

$$W = C_{3k} / \varphi_{01}^2 + L_{2k} \cdot e^{-n_1(\tau - \tau_{2k})} \cdot \cos[\varphi_1(\tau - \tau_{2k}) - \delta_{2k}], \quad (33)$$

где

$$L_{2k} = \frac{\sqrt{N_{2k}^2 \cdot \varphi_{01}^2 + 2n_1 \cdot N_{2k} \cdot W_{2k} + W_{2k}^2}}{\varphi_1},$$

$$N_{2k} = P_{ny}/r_{11} + (i-1)(P_{ny}/r_{11} - W_{2k});$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{N_{2k}(n_1 \cdot \cos \varphi_1 \tau_{2k} + \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \tau_{2k}) + W_{2k} \cdot \cos \varphi_1 \tau_{2k}}{N_{2k}(\varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \tau_{2k} - n_1 \cdot \sin \varphi_1 \tau_{2k}) - W_{2k} \cdot \sin \varphi_1 \tau_{2k}}$$

$$\varphi_1^2 = \varphi_{01}^2 - n_1^2; \quad \alpha_2 = \arctg n_1 / \varphi_1.$$

Выражение (33) показывает, что свободное колебание сооружения представляет собой затухающее колебание с частотой  $\varphi_1$ , соответствующей упругой ветви диаграммы  $P-\varepsilon$  около остаточного смещения. С течением времени результирующее смещение стремится к остаточному, которое будет тем больше, чем меньше отношение собственных

от частоты колебания системы на первой и второй ветвях диаграммы  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ . Из выражения (33) определяем скорость колебания сооружения:

$$\dot{W} = -L_{3k} \cdot \varphi_1 \cdot e^{-n_1(\tau - \tau_{2k})} \cdot \sin[\varphi_1(\tau - \tau_{2k}) - (\varphi_{2k} + \alpha_2)]. \quad (34)$$

Напишем закон изменения давления при взаимодействии сооружения с основанием при свободном колебании:

$$P = m_2 \cdot L_{2k} \cdot \varphi_1 \cdot e^{-n_1(\tau - \tau_{2k})} \cdot \sin[\varphi_1(\tau - \tau_{2k}) - (\varphi_{2k} + \alpha_2)]. \quad (35)$$

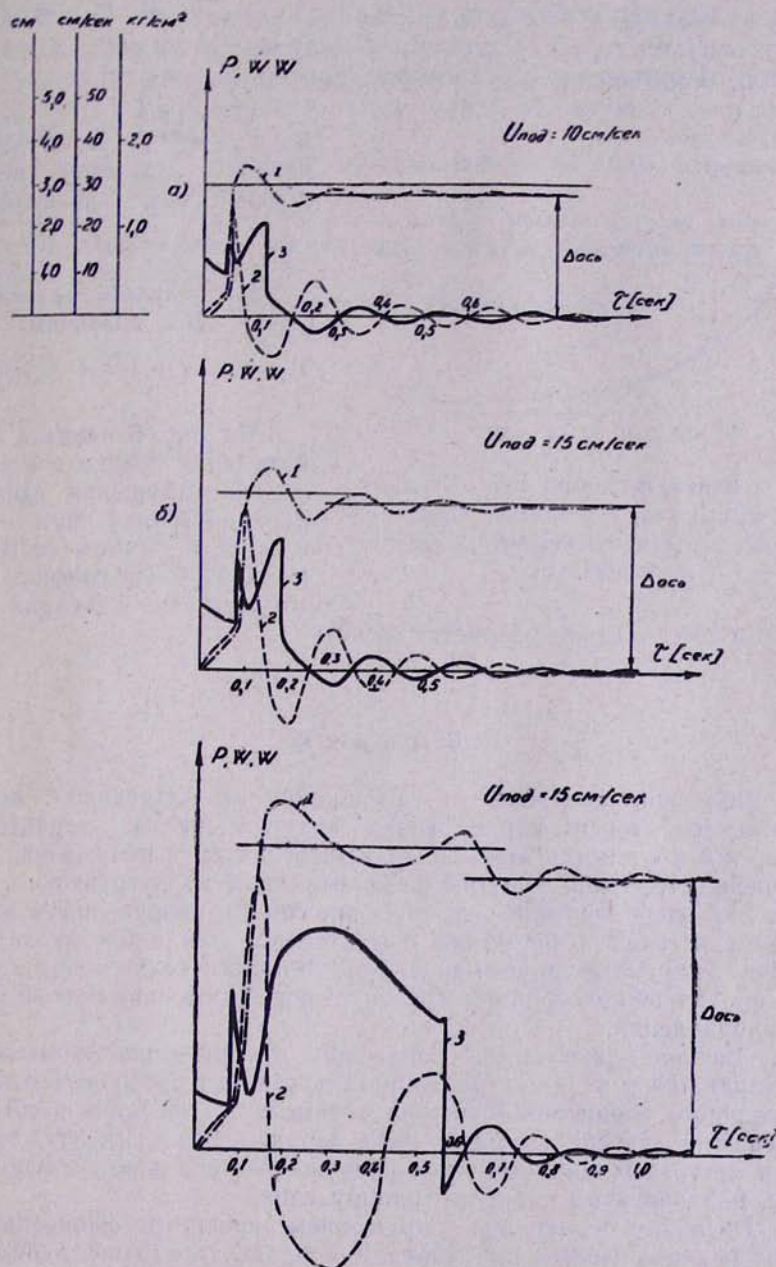


Рис. 5. Параметры колебания сооружения

Формулы (34) и (35) показывают, что скорость колебания и давление, действующее на подошву сооружения, носят характер быстрого затухания.

На рис. 5, а, б, в показан закон изменения параметров колебания сооружения (1—смещение, 2—скорость колебания, 3—давление) для волновых схем 4а—1, 2 и 4б—1, 2 при следующих характеристиках сооружения и слоистого грунтового основания, а также, параметров падающей волны:  $\varphi_{01}=31,4 \text{ сек}^{-1}$ ;  $\varphi_{02}=13,0 \text{ сек}^{-1}$ ;  $\rho=2,0 \cdot 10^{-3} \text{ кгс.сек}^2/\text{см}^2$ ;  $m_1=8,5 \cdot 10^{-2} \text{ кгс.сек}/\text{см}^2$ ;  $m_2=2,8 \cdot 10^{-2} \text{ кгс.сек}/\text{см}^2$ ;  $P_{ny}=0,5 \text{ кгс}/\text{см}^2$ ;  $r_{11}=1,9 \text{ кгс}/\text{см}^2$ ;  $r_{12}=0,34 \text{ кгс}/\text{см}^2$ ;  $H=20 \text{ м}$ ;  $T=0,2 \text{ сек}$ ;  $T=1,0 \text{ сек}$ ;  $k_1=3$ ;  $a_1=450 \text{ м}/\text{сек}$ ;  $U_{изл}=10,0 \text{ см}/\text{сек}$ ;  $15 \text{ см}/\text{сек}$ .

Осадка под сооружением. В формуле (32) первое слагаемое является осадкой под сооружением:

$$\Delta_{осл} = C_{3k}/\varphi_{01}^2. \quad (36)$$

Подставляя значение  $C_{3k}$  (31) в (36), получаем:

$$\Delta_{осл} = (1-i) \cdot (W_{2k} - P_{ny}/r_{11}). \quad (37)$$

На рис. 6 показан график изменения осадки в зависимости от отношения единичных реакций грунта при пластическом и упругом состоянии  $i=r_{12}/r_{11}$ . Из графика видно, что при  $i \rightarrow 1$  осадка умень-

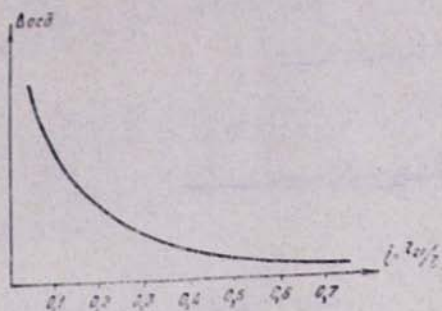


Рис. 6. Изменение осадки под сооружением в зависимости от отношения единичных реакций грунта в пластическом и упругом состояниях

шается и при  $i=1$  она равняется нулю.

## В ы в о д ы

1. Величина коэффициента отражения на податливой преграде существенно зависит как от физических и частотных характеристик грунта, так и от интенсивности падающей волны и отношения скоростей распространения упругих и пластических волн грунта.

2. Характер действия сейсмических сил на сооружение в зоне упруго-пластических деформаций существенно отличается от характера действия этих сил в упругой зоне. Упруго-пластическая волна в процессе ее прохождения сообщает грунту деформацию, протекающую в одном направлении.

3. Движение жесткого сооружения в упруго-пластической зоне представляется в виде суперпозиции затухающих свободных колебаний и остаточного смещения. Величина параметров колебания и остаточного смещения зависит от физических характеристик грунта, толщи слоя и частотных характеристик сооружения, а также от параметров волны, падающей на нижнюю границу слоя.

4. Величина осадки под сооружением зависит от отношения единичных реакций грунта при упругом и пластическом состоянии.

# ЛИТЕРАТУРА

- И Кан А. З. О характере колебаний жесткого сооружения в зоне упруго-пластической деформации грунта. Сб. «Вопросы инженерной сейсмологии», вып. 13, М., 1970.
- Р Ляхов Г. М. Волны в плотных слоях и нагрузки на сооружение. М., изд. «Недра», 1967.
- Н Назаров А. Г. Метод инженерного анализа сейсмических сил. Ереван, изд. АН Арм.ССР, 1959.
- Ч Рахматулин Х. А. Практические методы расчета сооружений на сейсмические нагрузки. М., Стройиздат., 1974.
- У Руководство по расчету остаточных деформаций грунтов. ИОИФ, М., 1970.
- О Силицын А. П. Практические методы расчета сооружений на сейсмические нагрузки. М., Стройиздат., 1967.
- О Силицын А. П. Расчет балок и плит на упругом основании за пределом упругости. М., Стройиздат., 1974.
- О Силицын А. П., Саргсян А. Е. Влияние мягкого слоя на интенсивность колебаний при сильных землетрясениях с учетом упругопластических свойств грунта. «Изв. АН Арм. ССР» (в печати).
- И Цытович Н. А. Механика грунтов. М., «Высшая школа», 1963.