

АНАЛИЗ СЕЙСМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

В. Г. ТИЩЕНКО, Ф. Х. ЮЛДАШЕВ

О КОЛЕБАНИЯХ ЗДАНИЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ПРИ ПОДАТЛИВОСТИ ОСНОВАНИЯ

Для расчета сооружений на динамические (сейсмические) воздействия обычно принимается расчетная схема, которая по идее должна отображать основные динамические свойства сооружения.

Наиболее распространенной схемой конструкций зданий является, например, упругая одномерная система с дискретными точечными массами. Такая система (конструкция), будучи полностью или частично защемленной в основании (грунте), представляет расчетную схему сооружения (здания). Иногда принимают в расчетных схемах сооружений непрерывное распределение масс по высоте.

Мы здесь подчеркиваем различие в понятиях конструкций и сооружений из них, имея в виду, что сооружение включает дополнительное свойство, играющее важную роль при исследованиях сейсмостойкости сооружений (зданий). Речь идет о взаимодействии между грунтом и конструкцией, которое определяет как поведение сооружения в целом и его устойчивость, так и напряженное состояние грунта и конструкции.

Известно, что при расчетной схеме сооружения в виде полностью защемленной в основании конструкции, принятой в действующих нормах по строительству в сейсмических районах (СНиП II-A, 12—69), не учитывается взаимодействие между грунтом и конструкцией.

Это оправдывается во многих случаях тем, что для несущих конструкций принятие полного их защемления в основании представляет лучший случай в смысле передачи им сейсмических воздействий.

В первую очередь это относится к конструкциям сравнительно жестких и тяжелых зданий, которые благодаря взаимодействию с грунтом способны ослабить сейсмические воздействия на конструкции. Однако для рамных конструкций многоэтажных зданий эффект взаимодействия может сказываться и отрицательно, чему имеются не единичные примеры.

Мы сейчас не будем входить в большие подробности об эффектах взаимодействия между грунтом и сооружением, но отметим важные, с нашей точки зрения, физические характеристики, которые имеют прямое отношение, наряду со многими другими, к оценке как эффекта взаимодействия, так и жесткости конструкций. Речь идет о волновых сопротивлениях и, в особенности, о скоростях распространения деформаций в конструкциях. Конечно, деформации в конструкциях могут быть

разного вида: сдвиговые плоские, кручения, изгибы и т. д., но мы сейчас имеем в виду только сдвиговые плоские деформации. По величинам их скоростей распространения в конструкциях можно довольно хорошо, например, производить сравнительную оценку периодов собственных колебаний конструкций по сдвиговой форме, что очень важно при выявлении той части общего перемещения зданий, которая происходит за счет только деформаций конструкций.

Сейчас пока используется весьма простой экспериментальный способ определения этих скоростей распространения деформаций в конструкциях зданий по высоте.

Следует сразу же сказать, что скорости распространения деформаций в конструкциях сильно зависят от типа самих конструкций и жесткости их элементов. Обратимся к экспериментальным данным.

На экспериментальном полигоне «Ляур» ТИССС на опытных 4-этажных крупнопанельных зданиях были проведены опыты для определения скорости распространения горизонтального возмущения в конструкциях. Измерение этой скорости проводилось на базе, равной расстоянию между перекрытием цокольного этажа и полом чердака. Возмущение в конструкциях создавалось боковыми ударами тяжелым предметом по цокольной стене. Разброс измеренных величин скоростей распространения горизонтального возмущения был в пределах от 600 до 900 м/сек.

Ранее на 8-этажных зданиях ИСС № 7 и № 8 г. Душанбе с несущими монолитными железобетонными стенами была также определена этим способом скорость распространения горизонтального возмущения. Она оказалась равной примерно 700 м/сек [1].

Величина скорости распространения деформаций, определенная расчетом для 13-этажного каркасного здания, как мы покажем ниже, находится в пределах от 113 до 176 м/сек в зависимости от длин волн [1].

Так как скорость звука в железобетоне имеет порядок 3000 м/сек, то измеренные нами скорости распространения ударных возмущений на крупнопанельных опытных зданиях (600—900 м/сек) так же, как на зданиях ИСС № 7 и № 8 г. Душанбе (700 м/сек), не являются звуковыми скоростями, а характеризуют скорости распространения деформаций в конструкциях.

Таким образом, можно сказать, что при помощи, хотя и несовершенного, способа (ударного возмущения) удается все же получить приблизительные величины скоростей распространения деформаций в конструкциях.

Обратим внимание на то, что к дискретным периодическим структурам обращались в XVII (Ньютон) и XVIII (Лагранж) веках при исследованиях скоростей распространения возмущений в сплошных средах (звука в воздухе, колебаний в струнах и т. п.), так как в то время уравнения в частных производных были почти неизвестны. Мы хотим здесь подчеркнуть то обстоятельство, что, например, одномерной дискретной периодической структуре может соответствовать сплошная одномерная, однородная по длине система, движения в которой по элементарной теории описываются дифференциальным уравнением в частных производных второго порядка:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2},$$

где c —скорость распространения возмущений (колебаний, сдвиговых деформаций), которая, будучи постоянной, не зависит от длин волн. Однако когда такая сплошная одномерная среда заменяется дискретной периодической структурой, то следует иметь в виду, что последняя

приобретает новые свойства, например, дисперсионные и фильтрационные. Если же, наоборот, действительная периодическая структура заменяется сплошной, то при этом теряются ее дисперсионные и фильтрационные свойства. Мы здесь говорим о дисперсионных и фильтрационных свойствах, которые по элементарной теории проявляются только при структурных особенностях (дискретная периодическая структура), и не принимаем во внимание дисперсию в сплошных одномерных конструкциях, которая обнаруживается при строгом решении, хотя, например, в задаче Похгаммера [4].

Напомним, что из уравнений теории упругости Ламе при рассмотрении, например, продольных колебаний цилиндрического стержня кругового сечения радиуса « r » с учетом поперечных перемещений [4] занимает место дисперсия скоростей c_Φ продольных волн.

Дисперсионная формула для этих скоростей в зависимости от длины волны λ , радиуса стержня r и коэффициента Пуассона ν в первом приближении выглядит так:

$$c_\Phi = \sqrt{\frac{E}{\rho} \left(1 - \frac{r^2}{\lambda^2} \pi^2 \nu^2 \right)},$$

где E — модуль упругости; ρ — плотность.

Из этой формулы видно, что с увеличением длины волны скорость приближается к постоянной величине, равной $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$.

Если в уравнениях Ламе пренебречь компонентами вращения, то можно положить

$$2\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = 0,$$

$$2\omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0,$$

$$2\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0,$$

то получим волновые уравнения в обычно принимаемом виде

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right),$$

где λ и μ — коэффициенты Ламе:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}; \quad \mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)};$$

где G — модуль сдвига;

$\sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ — постоянная скорость распространения возмущения в сплошной среде.

В данном случае речь идет о действительно сплошных периодических структурах, которые, будучи заменены дискретными периодическими структурами, конечно, теряют некоторые свойства, но сохраняют дисперсионные и фильтрационные свойства.

Составим уравнения движения зданий, имеющих периодическую структуру и опирающихся на линейно упругое основание. Начало координат принято в основании, то есть в центре жесткости системы (см. рис. 1).

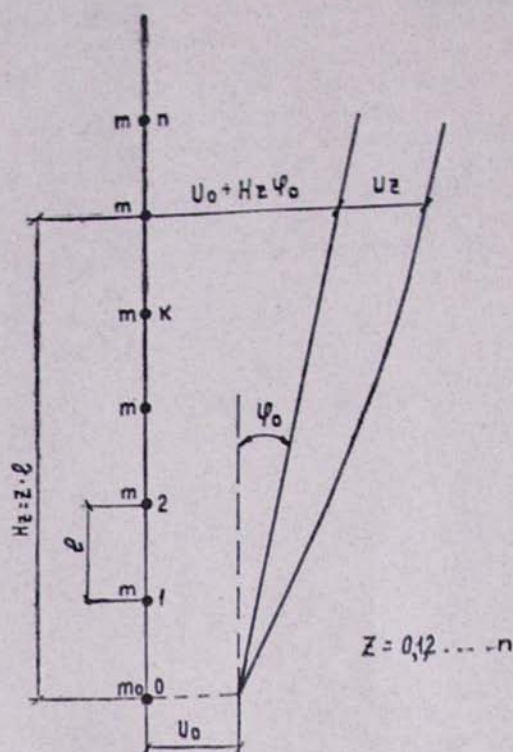


Рис. 1. Схема перемещения масс дискретной периодической структуры конструкций зданий при податливости основания

Кинетическая и потенциальная энергии равны:

$$2K = m \sum_{z=1}^n (\dot{u}_z + \dot{u}_0 + H_z \dot{\varphi}_0)^2 + m_0 (\dot{u}_0 + H_0 \dot{\varphi}_0)^2 + n \theta \dot{\varphi}_0^2 + \theta_0 \dot{\varphi}_0^2 \quad (1)$$

$$2\Pi = k \sum_{z=1}^n (u_{z+1} - u_z)^2 + c_x F_0 u_0^2 + (c_\varphi J_0 - P H_c) \varphi_0^2 \quad (2)$$

здесь обозначены (см. рис. 1):

$u(z, t) = u_z + u_0 + H_z \varphi_0$ — полное горизонтальное перемещение z -го этажа;

u_z — упругое перемещение этажа;

u_0 — перемещение по основанию;

H_z — расстояние от подошвы фундамента до z -го этажа;

φ_0 — угол поворота плоскости основания из-за его упругости;

H_c — расстояние от подошвы до центра тяжести здания;

c_x и c_φ — упругая характеристика грунта;

F_0 и J_0 — площадь и момент инерции площади основания;

P — общий вес здания;

- m — сосредоточение массы на уровнях перекрытий;
 m_0 — масса фундамента;
 H_z — сдвиговая жесткость одного звена, т. е. сила, вызывающая единичное взаимное смещение двух смежных этажей;
 I_z — момент инерции массы перекрытий вокруг собственных осей, перпендикулярных рассматриваемой плоскости движения;
 I_0 — момент инерции массы фундамента относительно собственной оси;
 l_0 — расстояние от центра тяжести фундамента до подошвы.

Пользуясь уравнением Лагранжа, получим:

$$m(\ddot{u}_z + \ddot{u}_0 + H_z \ddot{\varphi}_0) + k(-u_{z-1} + 2u_z - u_{z+1}) = 0 \quad (z = 1, 2 \dots n) \quad (3)$$

$$m \sum_{z=1}^n (\ddot{u}_z + \ddot{u}_0 + H_z \ddot{\varphi}_0) + m_0(\ddot{u}_0 + H_0 \ddot{\varphi}_0) + c_x F_0 u_0 = 0, \quad (4)$$

$$m \sum_{z=1}^n H_z (\ddot{u}_z + \ddot{u}_0 + H_z \ddot{\varphi}_0) + m_0 H_0 (\ddot{u}_0 + H_0 \ddot{\varphi}_0) + (n\theta + \theta_0) \ddot{\varphi}_0 + (c_\varphi J_0 - PH_c) \varphi_0 = 0. \quad (5)$$

Обозначим

$$u_z + u_0 + H_z \varphi_0 = Y_z e^{i\omega t}, \quad (6)$$

является очевидно,

$$-u_{z-1} + 2u_z - u_{z+1} = (-Y_{z-1} + 2Y_z - Y_{z+1}) e^{i\omega t}. \quad (7)$$

Следовательно, из (3)

$$Y_{z-1} - \left(2 - \frac{m\omega^2}{k}\right) Y_z + Y_{z+1} = 0. \quad (8)$$

Для волнового решения (3) необходимо в (8) принять

$$2 - \frac{m\omega^2}{k} = 2 \cos \mu, \quad (9)$$

тогда из (8) следует

$$Y_z = A e^{\mp i\mu z}, \quad (10)$$

где $\mu = \frac{2\pi l}{\lambda}$ — волновое число,

из (6)

$$(u_z + u_0 + H_z \varphi_0) = Y_z e^{i\omega t} = A e^{i(\omega t \pm \mu z)}. \quad (11)$$

Из волнового решения (11) найдем фазовую скорость

$$c_\Phi = \frac{l\omega}{\mu} = l \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \frac{\sin \mu/2}{\mu/2}. \quad (12)$$

Здесь μ/ω есть время, за которое волна проходит от точки z до $z+1$, т. е. расстояние, равное высоте этажа l .

Групповая скорость

$$c_{гр} = \frac{\partial}{\partial(\mu/l)} \left(2 \sqrt{\frac{k}{m}} \sin \frac{\mu l}{2} \right) = l \sqrt{\frac{k}{m}} \cos \mu/2 \quad (13)$$

при $l = 2l$; $\mu = \frac{2\pi l}{k} = \pi$; $c_{\Phi}^{min} = \frac{2l}{\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$; $c_{cr} = 0$.

Величина μ находится из граничных условий для собственных частот. Например, при полном защемлении в основании $u_0 = 0$; $\dot{z}_0 = 0$

$$\mu r = \frac{2r-1}{2n+1}, \text{ где } r = 1, 2, 3, \dots, n$$

при свободных концах $\mu = \frac{r\pi}{n}$, $r = 1, 2, \dots, (n-1)$.

В случае $\dot{z}_0 \neq 0$, $u_0 = 0$ дополнительное уравнение (5) примет вид:

$$m \sum_{z=1}^n H_z (\ddot{u}_z + H_z \ddot{z}_0) + m_0 H_0^2 \ddot{z}_0 + (n\theta + \theta_0) \ddot{z}_0 + (c_{\Phi} J_0 - PH_c) \ddot{z}_0 = 0. \quad (14)$$

Однако для периодической структуры можно в этом случае найти частоты Ω_k , например, по Блейху [3].

$$\frac{\omega_A^2}{\Omega_k^2} - 1 = \sum_{j=1}^n \frac{\Omega_k^2 b_j^2}{\omega_j^2 - \Omega_k^2}, \quad (15)$$

где $b_j = \frac{\sum_{z=1}^n z \sin \mu_j z}{\sum_{z=1}^n z^2 \sqrt{\sum_{z=1}^n \sin^2 \mu_j z}}$, $j = 1, 2, 3, \dots, N$; $k = 1, 2, 3, \dots, (N+1)$.

Первое приближение (15) приводит к формуле Дункерля

$$\frac{1}{\Omega_1^2} = \frac{1}{\omega_A^2} + \frac{1}{\omega_1^2} \text{ или } \bar{T}_1^2 = T_A^2 + T_1^2, \quad (16)$$

где $\omega_A = \sqrt{\frac{c_{\Phi} J_0 - PH_c}{\theta_0}}$ — круговая частота зданий, как твердого тела на упругом основании при вращении его вокруг горизонтальной оси, проходящей через основание;

$\omega_1 = 2 \sqrt{\frac{k}{m}} \sin \frac{1}{2n+1} \cdot \frac{\pi}{2}$ — круговая основная частота периодической структуры при полном ее защемлении в основании.

Обратим внимание на то, что скорость распространения деформаций (12) в конструкции вполне определяется величиной $l \sqrt{\frac{k}{m}}$ (верхняя граница), т. е. жесткостью « k », массой « m » и длиной « l » одного звена (одного этажа) системы (здания), наделенной периодической структурой.

Не удивительно потому, что скорость распространения по высоте деформаций в каркасных железобетонных зданиях значительно меньше, чем в крупнопанельных. Например, в 13-этажном здании с железобетонным каркасом

$l \sqrt{\frac{k}{m}} = 3,2 \times 55,25 = 176,8 \text{ м/сек}$, что пред-

ставляет максимальную скорость; минимальная же ее величина в $\frac{2}{\pi}$

раза меньше, т. е. равна $\frac{2}{\pi} \times 176,8 = 112,6$ м/сек [2]. Величина же $l \sqrt{\frac{k}{m}}$ для конструкций с железобетонными монолитными стенами, например ИСС № 7 и № 8 в г. Душанбе [1], равна $l \sqrt{\frac{k}{m}} \approx 2,8 \times 250 = 700$ м/сек.

Обратим также внимание на то, что частоту собственных колебаний конструкций характеризует величина $\sqrt{\frac{k}{m}}$, относящаяся также к одному звену, которая в случае железобетонного каркасного здания, например для 13-этажного здания [2], равна $55,25 \frac{1}{\text{сек}}$, а для моно-

литного железобетонного ИСС № 7 и № 8 [1], около $250-300 \frac{1}{\text{сек}}$, т. е. в пять с лишним раз больше. Примерно такую же величину $\sqrt{\frac{k}{m}}$ как и монолитное железобетонное здание, имеют крупнопанельные здания.

Известно, что для таких жестких конструкций, как конструкции крупнопанельных зданий, обычные грунты, например типа лессовых, являются весьма податливыми и основные периоды собственных колебаний таких зданий сильно зависят от податливости грунтов. Более того, как показывают эксперименты [1], основные периоды собственных колебаний таких жестких зданий на лессовых и даже на галечных грунтах могут определяться как периоды собственных колебаний абсолютно твердых тел на упругом основании.

Для каркасных же гибких зданий, так как скорость распространения деформаций в них относительно мала, обычные грунты типа лессовых оказываются достаточно жесткими, чтобы погруженную в них такую конструкцию можно было бы считать почти полностью защемленной. Периоды их собственных колебаний хорошо определяются теми периодами, которые имеют конструкции, полностью защемленные в основании. Так, например, для каркасного уже упоминающегося нами 13-этажного здания период основного тона оказался равным ~ 1 сек, который хорошо соответствует полностью защемленной в основании его конструкции [2].

Из всего сказанного со всей очевидностью следует необходимость разработки более точных экспериментальных методов определения скоростей распространения деформаций в различных конструкциях зданий и сооружений в натуре и на моделях, рассматривая эти скорости как важнейшие динамические характеристики конструкций.

Ордена Ленина Институт
физики Земли АН СССР,
Таджикский институт сейсмостойкости
строительства и сейсмологии

ЛИТЕРАТУРА

1. Инженерно-сейсмометрическая служба г. Душанбе, 1972—1974 гг.
2. Тищенко В. Г., Абдурашидов К. С., Шаалимов А. А. О динамических характеристиках многоэтажных зданий при симметричных колебаниях. Сб. «Вопросы инженерной сейсмологии», вып. 16, М., 1974.
3. H. Bleich. Transactions of the American Society of Civil Engineers.
4. L. Pochhammer, I. Math (Orelle) 81, 324—326 (1876).