

УДК 616.12

А. А. ФЕДОСОВ

СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГАЗООБМЕНА В
КАПИЛЛЯРНО-ТКАНЕВОЙ ЯЧЕЙКЕ

Анализ параметров характеризующих капиллярно-тканевую ячейку (КТЯ) привлекает внимание многих исследователей [1—3]. Математическая формализация этих исследований в основном опирается на изучение и анализ уравнений диффузии. Основной упор делается на исследование процессов, связанных с диффузией и потреблением O_2 в тканях и крайне мало работ посвящено изучению процессов диффузии углекислого газа (CO_2) [3]. Рассчитываемые в таких метаматематических моделях интегральные показатели (напряжение O_2 в произвольной точке, потребление кислорода мышцей и т. д.) характеризуют естественно суммарное влияние отдельных молекул газа на этот показатель. Поэтому возникает естественный интерес в изучении таких показателей в самых общих (стохастических) предположениях относительно его составляющих.

Модель функционирования КТЯ на физическом уровне предлагается следующего вида. В случайные моменты времени в капилляр через прекапиллярные сфинктеры попадают Эр., заполненные оксигемоглобином (HbO_2), карбогемоглобином ($HbCO_2$) и имеющие гемоглобин в чистом виде (Hb) [1]. Двигаясь по капиллярному руслу поодиночно [1] Эр. отдают определенное число молекул O_2 , случайное, в околокапиллярное пространство и забирают из этого же пространства CO_2 , образуя при этом карбогемоглобин [1]. Время, в течение которого происходит процесс деоксигенации и образования $HbCO_2$, считается мгновенным, что не противоречит экспериментальным данным [2]. В околокапиллярное пространство, посредством диффузии, из ткани через случайные промежутки времени поступают молекулы CO_2 . Считается, что аналогичным образом происходит и диффузия молекул O_2 из околокапиллярного пространства в ткани. Таким образом Эр., двигаясь от артериального конца КТЯ к венозному, отдавая O_2 в ткани, «загружается» CO_2 .

Математическое исследование такого сложного процесса транспортного типа, в сделанных стохастических предположениях, возможно с позиций Линейных транспортных систем массового обслуживания [4] специального типа.

В данной работе построены математические модели следующих физиологических процессов:

- функционирование i -ой точки, околокапиллярного пространства, с точки зрения наличия O_2 и CO_2 в нем ($i=1, \dots, N$; где N число рассматриваемых околокапиллярных точек). Такие точки будем называть пунктами обмена (ПО);
- функционирование Эр. при переходе его от одной точки к другой, с точки зрения наличия в нем HbO_2 , $HbCO_2$, Hb .

Будем предполагать, что все случайные процессы, имеющие место в рассматриваемой КТЯ, имеют Пуассоновский характер, что наиболее справедливо для сложных стохастических систем [4]. Считается, что исследуемые процессы находятся в физиологически установившемся режиме [1, 3]. Тогда для описания указанных процессов введем в рассмотрение следующие вероятности: $P_{ik}(CO_2)$ — вероятность того, что в i -ом ПО имеется k молекул CO_2 ; $P_{ik}(O_2)$ — вероятность того, что в i -ом ПО имеется k молекул O_2 ; q_{iv} — вероятность того, что в момент поступления Эр. в i -й ПО в результате деоксигенации Эр. будет иметь v свободных мест для связывания CO_2 ; P_{iv} — вероятность того, что из поступившего Эр. в результате деоксигенации освободится v молекул O_2 . Тогда используя результаты [4], можно записать, что

$$P_{ik}(CO_2) = d_i^k (1 - d_i), \quad k \geq 0, \quad i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где $d_i \in (0, 1)$ и является корнем уравнения

$$\mu_i = \lambda_i (\mu_i + \psi) + \psi \sum_{v=0}^{n_1} q_{iv} x^{v+1} = 0, \quad (2)$$

причем μ_i — интенсивность поступления молекул CO_2 в i -ый ПО, ψ — интенсивность поступления Эр. в капиллярное русло, n_1 — максимальная «емкость» Эр. для связывания CO_2 .

Описание ПО относительно вероятностей $P_{ik}(O_2)$ дается системой разностных уравнений

$$\begin{cases} (1 - P_{i0}) \psi P_{i0}(O_2) = \lambda_i P_{i-1}(O_2) \\ (\lambda_i + \psi) P_{ik}(O_2) = \lambda_i P_{ik+1}(O_2) + \psi \sum_{v=0}^k P_{iv} P_{ik-v}(O_2), \quad k \leq n_2 \\ (\lambda_i + \psi) P_{ik}(O_2) = \lambda_i P_{ik+1}(O_2) + \psi \sum_{v=0}^{n_2} P_{iv} P_{ik-v}(O_2), \quad k > n_2 \end{cases} \quad (3)$$

В предположении существования стационарного решения для $P_{ik}(O_2)$ имеем:

$$P_{i0}(O_2) = 1 - \psi / \lambda_i \sum_{v=0}^{n_2} v P_{iv} \quad (4)$$

Величины $P_{ik}(O_2)$, $k \geq 0$ легко получаются из рекуррентных свойств системы (3), где λ_i — интенсивность диффузии молекул O_2 из i -го ПО.

Из равенств (2) и (4) легко видно, что условием существования устойчивого состояния для всей КТЯ есть двойное неравенство вида

$$\max_i \{ \mu_i / \bar{v}_i \} < \psi < \min_i \{ \lambda_i / \bar{s}_i \}, \quad (5)$$

$$\text{где } \bar{v}_i = \sum_{v=0}^{n_i} v q_{iv}, \quad \bar{s}_i = \sum_{s=0}^{n_i} s p_{is}$$

Неравенство (5) увязывает потребности КТЯ в O_2 (λ_i , $i=1, \dots, N$), своевременное выведение CO_2 из тканей (μ_i , $i=1, \dots, N$) с интенсивностью движения Эр. по капилляру ψ , его кислородной и углекислотной «емкостью» (n_2 , n_1), а также с напряжением HbO_2 , $HbCO_2$, Hb в артериальной крови.

Как видно из уравнений (2), (3), (4), для полного описания всех ПО КТЯ необходимо знать вероятности q_{iv} , p_{is} ($i=1, \dots, N$), т. е. необходимо описать динамику изменения HbO_2 , $HbCO_2$, Hb в Эр. при движении его по капиллярному руслу. Если под состоянием Эр. понимать количество HbO_2 , $HbCO_2$, Hb в нем, то состояние Эр. можно описать вероятностями:

p_{is} —вероятность того, что в Эр. при выходе его с i -го ПО будет s свободных мест для связывания CO_2 ; b_{ik} —вероятность того, что в Эр. при выходе его с i -го ПО будет k мест, занятых $HbCO_2$; Δ_{ie} —вероятность того, что в Эр. при выходе его с i -го ПО будет l мест, занятых HbO_2 ; $f_i(k/l)$ —условная вероятность того, что на i -ом ПО из l молекул HbO_2 в результате деоксигенации освободится k молекул O_2 . Тогда если известны распределения p_{is} , b_{ik} , Δ_{ie} , ($S, k, l=0, \dots, n$), то напряжения соответствующих газов при прохождении Эр. по капиллярному руслу будут даваться равенствами

$$\left\{ \begin{aligned} p_{is} &= 1 - \sum_{k=0}^{n-s} b_{ik} \Delta_{in-s-k}, \\ q_{iv} &= \sum_{s=0}^v p_{i-1s} \sum_{k=0}^{n-v} b_{i-1k} \Delta_{i-1n-s-k} f_i(v-s/n-s-k), \\ p_{iv} &= \sum_{s=0}^{n-v} \Delta_{i-1n-s} f_i(v/n-s), \quad \Delta_{is} = \sum_{v=0}^{n-s} \Delta_{i-sn-v} f_i(n-s-v/n-v) \\ b_{ik} &= \sum_{s=0}^k b_{i-1s} q_{ik-s} \sum_{v=0}^{\infty} p_{ik+v-s}(CO_2) \end{aligned} \right.$$

Одним из возможных распределений вероятностей $f_i(k/l)$ может быть принято распределение Бернулли [4].

ԳԱՋԱՓՈԽԱՆԱԿՈՒԹՅԱՆ ՍՏՈԽԱՍՏԻԿ ՄՈԴԵԼԸ ՄԱՋԱՆՈՒՄ-
ՀՅՈՒՍՎԱԾՔԱՅԻՆ ԲԶՂՈՒՄ

Ա Վ Փ Ն Փ Ն Ո Ւ Մ

Ուսումնասիրվում է թթվածնի բերման և ածխաթթվի դուրս բերման պրոցեսը էրիթրոցիտների միջոցով մազանոթա-հյուսվածքային բջջում, որպես տրանսպորտային պրոցես բարդ ատոմատիկ միջավայրում, ելնելով դրանից կառուցվում է գազափոխանակության մաթեմատիկական մոդել տրանսպորտային տիպի զանգվածային սպասարկման համակարգի հիման վրա:

A. A. Fedosov

The Stochastic Model of Gas Exchange in Capillary-Tissue
Alveolus

S u m m a r y

It is described the process of O_2 delivery and CO_2 removal with the aid of erythrocytes in capillary-tissue alveolus, as a process, functioning in a complex stochastic environment. Thus, the mathematical model of gas exchange is worked out on the base of the system of mass operation of the transporting type.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Шмидт-Нильсон. Физиология животных, 1, М., «Мир», 1972, 250.
2. Шощенко К. А. Кровеносные капилляры, Новосибирск, «Наука». 1975, 346.
3. Филиппов М. М. В сб. «Специальная и клиническая физиология гипоксических состояний», 3, Киев, 1979, 230.
4. Федосов А. А., Шульга Ю. Н. Кибернетика, 1986, 2, 117—120.

УДК 616.12—007—07:616.1—008

А. А. АСТАХОВ, Г. А. КУВАТОВ

ПРОБЛЕМЫ МОНИТОРНОГО НАБЛЮДЕНИЯ
ЗА ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕМ КРОВООБРАЩЕНИЯ

Нами проводится разработка мониторов, отслеживающих в реальном масштабе времени, с каждым ударом сердца перераспределение пульсации импеданса между сосудами периферии и центра. Мониторы сконструированы нами совместно с инженерами на основе найденных закономерностей собственно реографических данных при многочисленных наблюдениях во время анестезии. В процессе разработки приборов и работы с ними в клинике мы столкнулись с проблемами не столько технического характера, сколько с отсутствием самой идеологии и технологии управления перераспределением кровенаполнения. Использование мониторов ставит анестезиолога в качественно новые