

Н. С. ПОТЕМКИНА

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ
МОДЕЛЕЙ ТРАНСПОРТА ДЫХАТЕЛЬНЫХ ГАЗОВ

Формализация описания биологической системы, представляемой в виде совокупности однотипных элементов и связей между ними [1, 2], дает принципиальную возможность автоматизированного построения машинных моделей этой системы произвольной структуры и сложности. Такая задача возникает при исследовании с помощью математической модели состояния послеоперационного больного, так как модель при этом необходимо привести в соответствие с индивидуальными особенностями больного, целью исследования и количеством выполняемых измерений [3]. Кроме того, при экспериментальных и теоретических исследованиях моделируемой системы на ЭВМ несомненным удобством для исследователя является возможность оперативно в диалоговом режиме изменять состав, структуру и параметры модели.

Разработанный алгоритм построения и исследования математических моделей транспорта дыхательных газов основан на представлении сердечно-сосудистой и дыхательной систем в виде n резервуаров и m связей (каналов) между ними. При этом все резервуары и каналы разбиваются на группы с однотипным математическим описанием.

Каждый из резервуаров модели (исключая сердце) может быть описан следующими уравнениями [1, 2, 4]:

$$\begin{aligned} P_k(t) &= l_k [V_k(t) - U_k] + P_{Tk}(t) + P_{Gk}(t) \\ \dot{V}_k(t) &= \sum_i Q_{ik}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\dot{V}_k(t) C_k^j(t) + V_k(t) \dot{C}_k^j(t) = \sum_i Q_{ik}^j(t) \quad (i \neq k),$$

где P_k — давление в k — м резервуаре, P_{Tk} — давление в тканях, окружающих k — й резервуар, P_{Gk} — составляющая давления, обусловленная гравитационными силами, V_k — объем k — го резервуара, U_k — ненапряженный объем k — го резервуара, l_k — жесткость k — го резервуара, C_k^j — объемная концентрация j — го газа в k — м резервуаре (индекс i соответствует O_2 , CO_2 , N_2), Q_{ik} — объемная скорость потока смеси газов (крови) из i — го резервуара в k — й (индекс пробегает значения номеров всех каналов, связывающих k — й резервуар с ос-

тальными резервуарами модели), Q_{jk}^j — объемная скорость потока j -го газа, а из i -го резервуара в k — й.

К резервуарам I типа относятся резервуары модели легких, в которых связь между концентрацией j — го газа и его парциальным давлением P_k^j выражается соотношением

$$C_k^j = P_k^j / (P_i - P_{H,O}),$$

где P_i — давление в окружающей среде, $P_{H,O}$ — давление насыщенных водяных паров в легких при заданной температуре.

Резервуары модели сердечно—сосудистой системы, где концентрации O_2 и CO_2 зависят друг от друга (эффекты Бора и Холдена), от своих парциальных давлений, а также от P_H крови, относятся к резервуарам II типа. В них

$$C_k^{O_2} = f^{O_2}(C_k^{CO_2}, P_k^{O_2}, P_H), \quad C_k^{CO_2} = f^{CO_2}(C_k^{O_2}, P_k^{CO_2}, P_H)$$

или

$$C_k^j = f^j(P_k^{O_2}, P_k^{CO_2}, P_H)$$

К резервуарам III типа относятся тканевые резервуары, где

$$C_k^j = f_T^j(P_k^{O_2}, P_k^{CO_2}, P_H).$$

В уравнениях (1) мы использовали обычное (для описания объекта дифференциальными уравнениями в сосредоточенных параметрах) отождествление выходных переменных k -го резервуара со средними по этому резервуару. При описании изменения концентраций O_2 и CO_2 в капиллярном русле, особенно при представлении его одним резервуаром, такое отождествление является достаточно грубым приближением. Чтобы отобразить продольное изменение концентраций O_2 и CO_2 в выделенном участке капиллярного русла используется уравнение [4].

$$V_k(t) \frac{\partial C_k^j(t, x)}{\partial t} + Q_k^j(t) \frac{\partial C_k^j(t, x)}{\partial x} = \sum_i D_{ik}^j [P_i^j(t) - P_k^j(t)]$$

$$C_k^j(t, 0) = \sum_i Q_{ik}^j \cdot C_i^j(t) / \sum_i Q_{ik}^j(t), \quad (2)$$

где $Q_k(t) = (\lambda - x) \sum_i Q_{ik}(t)$, $\lambda = \begin{cases} 1, & Q_{ik} \geq 0 \\ 0, & Q_{ik} < 0 \end{cases}$,

D_{ik}^j — диффузионная проводимость между резервуарами i и k для j -го газа, индекс i соответствует альвеолярным или тканевым резервуарам

Приведение уравнения (2) к уравнению относительно концентраций или парциальных давлений нецелесообразно, так как для численного решения уравнений модели это не имеет значения, но усложняет запись. Резервуары, транспорт газов в которых описывается в соответствии с уравнением (2), относятся к IV типу.

Каналы I типа связывают резервуары, для которых объемные ско-

рости потоков смеси газов или крови, а также объемные скорости потоков j -го газа выражаются следующим образом (4).

$$Q_{ik}(t) = p_{ik} [P_i(t) - P_k(t)]$$

$$Q_{ik}^j(t) = Q_{ik}(t)C_i^j(t) + D_{ik}^j [\bar{P}_i^j(t) - \bar{P}_k^j(t)]$$

$$C_i^j = \begin{cases} C_i^j(t), & Q_{ik} \geq 0 \\ C_k^j(t), & Q_{ik} < 0 \end{cases}$$

Здесь p_{ik} — проводимость между резервуарами i и k , $\bar{P}_i^j(t) = P_i^j(t)$, если i -й резервуар относится к типу I, и $P_i^j(t) = \int_0^1 P_i^j(t, x) dx$, если i -й резервуар относится к IV типу.

Если сердце в модели представляет собой источник потока [1], то ему соответствует канал II типа, в котором

$$Q_{ik}(t) = P_i(t)/a_{ik},$$

где a_{ik} — насосный коэффициент левого (правого) сердца. Объемная скорость потока j -го газа между резервуарами i и k выражается также, как и для каналов I типа.

Если же сердце описывается более сложным образом, то для него вводится особый тип резервуара, а для его связи с артериальным руслом — тип канала.

Каналы III типа отличаются от каналов I типа выражением для потока j -го газа. В них

$$Q_{ik}^j = Q_{ik}(t)C_i^j(t; 1),$$

а i -й резервуар относится к IV типу.

Кроме того, для моделирования воздействий удобно ввести резервуары, являющиеся источниками заданного давления, заданных концентраций (и соответствующие внешней среде; аппарату искусственного дыхания, работающему по давлению, и т. п.), а также каналы, в которых заданы потоки смеси газов или крови (соответствующие аппарату искусственного дыхания, работающему по объему; капельнице), потоки O_2 и CO_2 (например, соответствующие тканевому метаболизму).

Часть коэффициентов в приведенных уравнениях может в случае надобности принимать нулевые значения. Например, диффузионная проводимость между легкими и внешней средой, а также между резервуарами сердечно-сосудистой системы приравнивается к нулю, так как в этих случаях диффузионный транспорт газов не играет существенной роли.

В соответствии с приведенным математическим описанием для построения конкретной модели требуется задать число резервуаров и каналов, тип каждого из резервуаров и каналов, численные значения параметров модели и начальные условия. Существование резервуаров и каналов с заданными давлениями и потоками позволяет моделировать

не только систему транспорта дыхательных газов в целом, но и отдельные ее блоки и элементы.

Обычная процедура численного решения уравнений модели (когда система дифференциальных уравнений является заданной и процесс решения заключается в пошаговом вычислении тем или иным методом, приращений переменных, а затем и самих переменных) в данном случае оказывается неприменимой. Вместо этого на каждом шаге интегрирования осуществляется просмотр всех каналов модели, и в зависимости от типа связанных этим каналом резервуаров вычисляются приращения объемов этих резервуаров и концентраций в них O_2 , CO_2 и N_2 . После просмотра всех каналов вычисляются текущие значения переменных модели.

Алгоритм реализован в виде комплекса программ на языке ФОРТРАН—IV, которые позволяют выполнять следующие операции:

- 1) выбирать модель из хранящегося на диске набора моделей;
- 2) задавать (изменять) состав, структуру и параметры модели;
- 3) задавать воздействие на моделируемую систему в виде функций из некоторого определенного набора или в виде сигнала измеряемого непосредственно на больном и введенного в ЭВМ с помощью аналого-цифрового преобразователя;
- 4) интегрировать систему уравнений модели на заданном интервале времени (интегрирование выполняется методом Рунге-Куты IV);
- 5) записывать результаты интегрирования на диск для дальнейшей обработки;
- 6) производить оценку параметров модели;
- 7) выводить любые заданные комбинации результатов счета непосредственно из оперативной памяти или с диска в виде таблиц и графиков на распечатывающее устройство, дисплей и графопостроитель.

Выполнение всех перечисленных операций в любой требуемой последовательности возможно только благодаря организации диалогового режима работы с ЭВМ. В противном случае трудности, связанные с необходимостью частого ввода новой возникающей в процессе работы информации, оказались бы практически непреодолимыми.

Диалог с ЭВМ организован следующим образом. При обращении к одной из программ на дисплее (а при желании—на другом выводном устройстве) появляется список операций, выполняемых данной программой, одну из которых пользователь может выбрать для исполнения. После выбора операции в удобной для пользователя форме запрашивается дополнительная информация для ее выполнения. Если этого не требуется, операция выполняется. Затем пользователю снова предлагается список всех возможных операций. Например, диалог может происходить в такой последовательности:

- 1) ЭВМ предлагает список возможных операций. Пользователь выбирает операцию (например, операцию изменения структуры модели);
- 2) ЭВМ представляет заданную ранее структуру модели и пред-

лагает список возможных изменений. Пользователь выбирает изменение типа одной из связей и вносит изменение.

3) ЭВМ выводит информацию об измененной структуре модели и список возможных изменений. Пользователь выбирает и вносит следующее изменение или отвечает, что других изменений вносить не будет. В зависимости от этого происходит возврат к пункту 3) или 1) и т. д.

Возможности разработанного алгоритма могут быть легко расширены путем введения новых типов резервуаров и каналов, а также путем увеличения числа выполняемых операций, и поэтому алгоритм является достаточно универсальным для решения различных задач, связанных с моделированием сердечно-сосудистой и дыхательной систем.

Институт сердечно-сосудистой хирургии им. А. Н. Бакулева

Поступила 26/V 1980 г.

Ն. Ս. ՊՈՏՅՈՄԿԻՆԱ

ՀԱՅՍՏԱՆԻ ԳԱԶԵՐԻ ՏՐԱՆՍՊՈՐՏԻ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ
ՄՈԴԵԼԻ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԻ ՄԵՔԵՆԱՅԱՅՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Առաջարկված է շնչական և արյան շրջանառության համակարգերի մաթեմատիկական մոդելի կառուցվածքի ավտորիթմը, որը էՆՄ-ի հետ դիալոգային հաղորդակցության ռեժիմով հնարավորություն է տալիս առաջարկելու (կամ փոխելու) մոդելի կազմը և կառուցվածքը, պարամետրերի փոխելն նշանակությունը և սկզբնական պայմանները, կատարելու մոդելի հավասարումների ինտեգրում, ինչպես նաև եզրակացնելու արդյունքները համապատասխան ձևով:

N. S. Potyomkina

Automation of the Construction of Mathematical Models of Breathing Gas Transport

S u m m a r y

The general mathematical description of the system of breathing gas transport is suggested with the algorithm of construction of the models of breathing and circulatory systems, which allows in dialogue regimen of the intercourse with the ECM to give (or change) the contents and structure of the model, the numerical significance of the parameters and initial conditions, to conduct integrating of the model levels and to derive results in the proper form.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Лищук В. А., Садоян Д. Г. В сб.: «Вопр. кибернетики», вып. 36, М., 1977, 140—145.
2. Лищук В. А., Столяр В. Л. Материалы III всесоюзной конференции по биологической и медицинской кибернетике. М.—Сухуми., 1978, 141—147.
3. Бураковский В. И., Лищук В. А. В сб.: «Биол. и мед. кибернетика», ч. 2, М., 1974, 197—201.
4. Потемкина Н. С. В сб.: «Вопросы кибернетики (Системный анализ вегетативных функций)». М., 1978, 37, 52—58.