

С. М. СМЕРНОВ и Ю. А. ВЛАСОВ

ОПТИМАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ СИСТЕМЫ КРОВООБРАЩЕНИЯ

Для системы кровообращения рассмотрены условия ее оптимального состояния. Из этих условий и уравнений гемодинамики найдены оптимальные значения параметров: концентрации гемоглобина, концентрации эритроцитов и показателя гематокрита.

Как известно, основная функция системы кровообращения заключается в обеспечении транспорта питательных веществ, гормонов, газов, а также продуктов метаболизма и воды в организме. Так как потребность организма в доставке O_2 и выводе CO_2 диктуется в первую очередь, систему управления кровообращения рассматривают как сердечно-сосудистый хеостат [2] с определенным набором управляющих и управляемых параметров.

В данной работе мы рассматриваем только случай с динамическим равновесием между параметрами внутренней и внешней среды, т. е. управляемые параметры являются постоянными в течение времени, достаточного для того, чтобы система кровообращения пришла к своему оптимальному состоянию. Оптимальным состоянием системы кровообращения в течение времени $t-t_0$ будем называть такое состояние, которое обеспечивает наибольшую вероятность существования организма на данном промежутке времени $t-t_0$. Стремление системы кровообращения к своему оптимальному состоянию заключается в переходе каждого ее управляющего параметра к своему оптимальному значению.

Цель данной работы—найти условия оптимального состояния системы кровообращения и оптимальные значения некоторых управляющих параметров.

Основные уравнения гемодинамики

Управляемыми параметрами системы кровообращения являются: $Q(t)$ —потребность организма в использовании Q молекул кислорода за время t ;

u_a —степень насыщения артериальной крови кислородом;

L —средняя длина пути, проходимого эритроцитом за один оборот крови.

К управляющим параметрам системы кровообращения относятся следующие параметры:

J —минутный объем сердца;

P_a —артериальное давление;

p —концентрация гемоглобина;

y_v —степень насыщения венозной крови кислородом;

V —объем циркулирующей крови.

Будем рассматривать все параметры системы кровообращения как величины, усредненные по времени, т. е. если $X = \{X_i\}$ —множество управляемых параметров, а $Y = \{y_i\}$ —множество управляющих параметров, то тогда для случая динамического равновесия параметров системы кровообращения имеем

$$X_i = \frac{1}{T} \int_0^T X_i(t) dt = \text{const}; \quad y_i = \frac{1}{T} \int_0^T y_i(t) dt = f(X, Y).$$

Здесь T —достаточно большой период нахождения системы кровообращения в своем оптимальном состоянии: при $t \in T$, $y_i = \bar{y}_i$, где $\bar{y}_i$ —оптимальное значение управляющего параметра.

Имеется три основных уравнения системы кровообращения:

1. Количество молекул кислорода, отданных кровью клеткам организма за время t , равно:

$$N_q(t) = 4n(y_a - y_v)It.$$

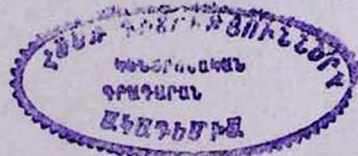
2. Так как венозное давление крови много меньше артериального, то из формулы Пуазейля для течения несжимаемой ламинарной жидкости следует:

$$Y = \frac{S^2 P_a}{8\pi\eta L} = \frac{V^2 P_a}{8\pi\eta L^3},$$

где $S = \frac{V}{L}$ —среднее сечение потока кровообращения; η —вязкость крови.

Вязкость крови достаточно хорошо аппроксимируется формулой Гатчека [2] $\eta = \eta_0 \left(1 - \sqrt[3]{\rho}\right)$, где η_0 —вязкость плазмы, ρ —показатель гематокрита. Надо сказать, что хотя Гатчек вывел эту формулу и экспериментально проверил только для $\rho \geq 0.5$, но ее с несущественной ошибкой можно применять и для более низкого значения гематокрита. Показатель гематокрита равен $\rho = \frac{n}{x}$, где x —внутриэритроцитарная концентрация гемоглобина. Значение x для данного вида эритроцитов есть величина постоянная. Это показано в работах для эритроцитов различных животных и человека [3—5] и для эритроцитов человека как здорового, так и при пороках сердца [6].

3. Работа, совершаемая системой кровообращения за время t , равна:



$$A(t) = \vec{P}_a \vec{V}_a S_a t = P_a J t,$$

где S_a — площадь аорты, $\vec{v}_a$ — скорость движения крови в аорте.

Таким образом, с учетом всего сказанного имеем систему основных уравнений гемодинамики:

$$\begin{cases} N_q = a n J, \\ J = b V^2 f(n) P_a, \\ A = c J P_a, \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{где } \begin{cases} a = 4(y_a - y_v) t, \\ b = \frac{1}{8\pi\eta_0 L^3}, \\ c = t, \\ f(n) = 1 - \sqrt[3]{n/x}. \end{cases}$$

Оптимальное состояние системы кровообращения

Основной принцип работы системы кровообращения заключается в том, что потребность организма в кислороде всегда удовлетворяется, т. е.

$$N_q(T) = Q(T). \quad (2)$$

В противном случае организм не смог бы просто существовать в промежутке времени T .

Надо отметить, что в существующих моделях сердечно-сосудистой системы [2, 3, 7, 8, 11, 13] имеются некоторые недочеты. Систему кровообращения нельзя рассматривать отдельно от других функциональных систем организма при нахождении ее оптимального состояния. Работу системы кровообращения необходимо рассматривать с точки зрения полезности для всего организма. Такими условиями, по нашему мнению, являются: стремление к своим наименьшим значениям артериального давления, работы сердца и мощности эритропоэза при выполнении условия (2), т. е.

$$\begin{cases} N_q = Q, \\ P_a \rightarrow \min, \\ A \rightarrow \min \\ \frac{N_{\text{э}}}{T_{\text{э}}} \rightarrow \min. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $N_{\text{э}}$ — число эритроцитов в объеме крови V ; $T_{\text{э}}$ — среднее время жизни эритроцитов.

Рассмотрим подробнее условие (3). Обозначим $P_a^+ = \frac{abV^2}{Q} P_a$;

$A^+ = \frac{a^2bV^2}{cQ^2} A$. Тогда из системы (1) имеем $P_a^+ = \frac{1}{nf(n)}$, $A^+ = \frac{1}{n^2f(n)}$. В данной работе мы не будем рассматривать регулирование

N_q с помощью параметра y_v , т. е. считаем, что $y_a - y_v = \text{const}$. Также будем считать, что $T_3 = \text{const}$.

Зависимости $P_a = P_a(n)$ и $A = A(n)$ при $V = \text{const}$ показаны на рис. 1. Как видно из данного рисунка, условие $\left. \frac{P_a}{A} \right\} \xrightarrow{n} \min$ соот-

ветствует условию $P_a = \min_n = \bar{P}_a$. Из уравнений системы (1) видно,

что условие $\left. \frac{P_a}{A} \right\} \xrightarrow{y} \min$ соответствует условию $J \rightarrow \min$, а $\left. \frac{A}{N_3} \right\} \xrightarrow{V} \min$ $P_a = \bar{P}_a$

$\rightarrow \min$ соответствует $V \xrightarrow{P_a = \bar{P}_a} \min$. Кроме того, из уравнения $V^2 =$

$= \frac{Q}{abP_a} \frac{1}{nf(n)}$ имеем, что условие $V \xrightarrow{P_a = \bar{P}_a} \min$ равносильно условию

$V = \min_n = \bar{V}$.

Таким образом, объединяя все эти условия, перепишем систему (3) в более конкретном виде:

$$\begin{cases} N_q = Q, \\ P_a = \min_n = \bar{P}_a, \\ V = \min_n = \bar{V}, \\ Y \rightarrow \min. \end{cases} \quad (4)$$

Система условий поведения системы кровообращения (4) совместна с системой основных уравнений гемодинамики (1) полностью описывают соотношение и величины управляющих параметров при заданных управляемых.

Оптимальная концентрация гемоглобина

Из системы уравнений (4) имеем $\frac{dP_a}{dn} = 0$ и $\frac{dV}{dn} = 0$, т. е.

если система кровообращения находится в оптимальном состоянии, то отсутствует корреляция между $\bar{P}_a$ и $\bar{n}$ и между $\bar{V}$ и $\bar{n}$. Отсутствие корреляции между концентрацией гемоглобина и объемом циркулирующей крови подтверждено экспериментально [10].

Используя уравнения системы (1), получим:

$$\frac{dP_a}{dn} = \frac{\partial P_a}{\partial n} + \frac{\partial P_a}{\partial J} \frac{dJ}{dn} = \frac{1}{b^3 V^2 f} \left(-\frac{J}{f} \frac{df}{dn} + \frac{dJ}{dn} \right) = 0.$$

Так как $dN_q = dQ = 0$, то $\frac{dJ}{dn} = -\frac{J}{n}$.

Отсюда имеем:

$$\left(n \frac{df}{dn} + f \right)_{n=\bar{n}} = 0.$$

Решая это уравнение относительно $\bar{n}$, получим, что оптимальная концентрация гемоглобина равна:

$$\bar{n} = \left(\frac{3}{4} \right)^3 x \approx 0.422 x. \quad (5)$$

Оптимальное значение гематокрита равно:

$$\bar{\rho} = \frac{\bar{n}}{x} = 0.422. \quad (6)$$

Отсюда оптимальная концентрация эритроцитов равна:

$$\bar{N}_3 = \frac{422}{V_3} \left(\frac{1}{\text{мм}^3} \right),$$

где V_3 — средний объем эритроцита (мк^3).

В табл. 1 приведены значения ρ , n и $\bar{n}$ для различных животных и человека. Как видно из данной таблицы, значения ρ и $\bar{\rho}$; n и $\bar{n}$ почти полностью совпадают, что свидетельствует о справедливости уравнений (5), (6) и (7).

В заключение можно отметить, что в ходе эволюции живых организмов отбирались и закреплялись такие значения регулирующих параметров системы кровообращения, которые обеспечивали бы наибольшую устойчивость этих организмов. Рассмотрим схематично законы этого отбора и план построения системы кровообращения.

Определенные размеры тела и характер поведения организма требовали соответствующих значений Q , L , $\bar{V}$, V_3 . Объем эритроцитов совместно с молекулярным строением молекул гемоглобина определял значение x , а значит, по уравнению (5), и $\bar{n}$. Это, в свою очередь, определяло оптимальное значение минутного объема сердца J . Далее, параметры L , $\bar{V}$, n , $\bar{J}$ определяли оптимальное значение артериального давления $\bar{P}_a = \frac{\bar{J}}{b \bar{V}^2 f(\bar{n})}$. Отсюда, для заданных значений $\bar{J}$ и

$\bar{P}_a$ соответствующим образом формировался тип строения сердца, сосудов и капиллярной сети для данного вида организма. Таким образом, формирование всей системы кровообращения подчинено объек-

Таблица 1

Значения некоторых показателей красной крови для различных животных и человека (составлена по литературным данным [3—6])

В и д	$N_3 \times 10^6$ $\frac{1}{\text{мм}^3}$	$V_3, \text{Мк}^3$	$x, \text{г}\%$	ρ	$n, \text{г}\%$	$\bar{n}, \text{г}\%$
Лошадь	7,3	50	33,7	0,365	12,3	14,2
Корова	7,5	55	27,1	0,412	11,2	11,4
Свинья	7,0	60	35,0	0,420	14,7	14,8
Человек	5,0	85	34,0	0,425	14,4	14,3
Овца	12,0	31	31,6	0,370	11,7	13,3
Коза	17,3	20	32,0	0,346	11,1	13,5
Собака	6,5	70	32,7	0,455	14,9	13,8
Заяц	7,5	56	41,4	0,420	17,4	17,5
Кролик	6,3	67	30,2	0,422	12,7	12,7
Кошка	9,0	46	31,2	0,414	13,0	13,0
Морская свинка	5,9	83	30,0	0,486	14,6	12,6
Крыса	7,8	54	32,6	0,421	13,7	13,7
Мышь	8,7	49	35,0	0,426	14,9	14,8

тивными законам, «цель» которых—обеспечить наиболее оптимальное состояние системы кровообращения.

Кроме механизмов, формирующих регулирующие параметры в оптимальные значения, в ходе эволюции образовались также адапта-

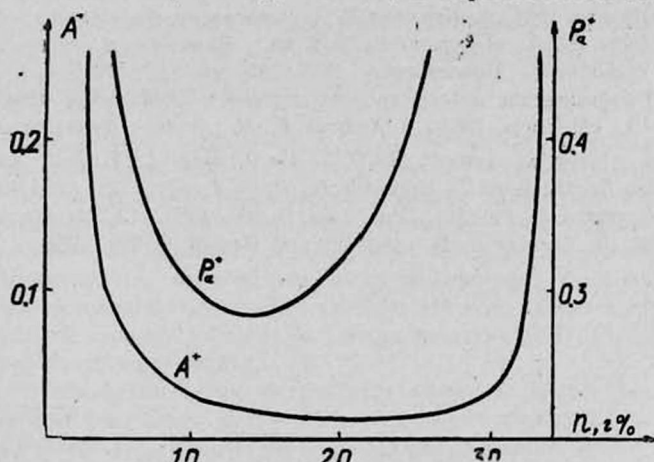


Рис. 1. Зависимость артериального давления и работы сердца от концентрации гемоглобина при постоянном объеме циркулирующей крови, артерио-венозной разнице и количестве кислорода, поглощаемого организмом.

ционные и компенсационные механизмы перехода регулирующих параметров в новые оптимальные значения при изменении параметров внешней или внутренней среды.

Законы адаптационных и компенсационных механизмов перехода регулирующих параметров системы кровообращения, а также регулирование параметров y_v и T_3 являются предметом специального рассмотрения.

Ս. Մ. ՍՄԻՐՆՈՎ, ՅՈՒ. Ա. ՎԼԱՍՈՎ

ԱՐՅԱՆ ՇՐՋԱՆԱՌՈՒԹՅԱՆ ՍԻՍՏԵՄԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ՎԻՃԱԿԸ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Կատարված են հետազոտություններ արյան շրջանառության սխեմայի օպտիմալ վիճակի պայմանները հայտնաբերելու համար, ինչպես նաև որոշ ղեկավարող պարամետրերի օպտիմալ նշանակությունը պարզելու համար:

S. M. SMIRNOV, Yu. A. VLASOV

THE OPTIMAL STATE OF CIRCULATORY SYSTEM

S u m m a r y

The investigation was performed for receiving the condition of optimal state of circulatory system and optimal significances of some driving parameters.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гатчек Э. Вязкость жидкостей. М.—Л., Гос. тех.-теор. изд., 1932.
2. Гродинз Ф. Теория регулирования и биологические системы, М., «Мир», 1966.
3. Золотарев А. И. Электроника и химия в кардиологии. Воронеж, Изд. Воронежского ун-та, 1964.
4. Иржак Л. И. Дыхательная функция крови в индивидуальном развитии млекопитающих. М.—Л., «Наука», 1964.
5. Коржуев П. А. Гемоглобин, М., «Наука», 1964.
6. Окунева Г. Н., Власов Ю. А., Тетерина Н. Ф. В кн.: Патология и реабилитация кровообращения и газообмена. Новосибирск, Зап. Сиб. кн. изд., 1972, 4, 50—55.
7. Савицкий Н. Н. Биофизические основы кровообращения и клинические методы изучения гемодинамики. Л., «Медгиз», 1963.
8. Хаятин В. М. В кн.: Физиология сердечного выброса. Киев, «Наукова думка», 1970, 5—19.
9. Apter L. T. Bull. Math. Biophys. 26, 367, 1964.
10. Brotherhood L. Brozovic B., Pugh L. Clin. Sci. and Mol. Med. 48, 139, 1975.
11. Neymans C. Perspect Biol. Med. 3, 409, 1960.
12. Mervin L. Med. Res, Eng. 7, 17, 1968.
13. Thomas G. B. Environmental Health. 9, 928, 1964.