

И. И. МАЛАШИН, К. КУРДОВ, Н. Г. ГОРБУШИН

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ИНДИКАТОРА  
 В СИСТЕМЕ КРОВООБРАЩЕНИЯ  
 И РАЗРАБОТКА КРИТЕРИЕВ КАЧЕСТВА МОДЕЛИ

Использование индикаторного метода в исследовании систем кровообращения позволило применить его для вычисления минутного объема циркулирующей крови [1—3]:

$$Q = \frac{i_0 \cdot 60 \cdot \gamma}{\int_0^{\infty} c(t) dt}, \quad (1)$$

где  $i_0$ —количество введенного индикаторного вещества,  $c(t)$ —изменение концентрации,  $\gamma$ —поправочный коэффициент с учетом гематокрита.

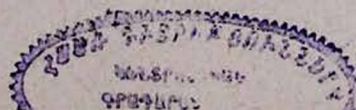
В настоящей работе, применяя методы теории регулирования, рассмотрена задача моделирования механизмов динамического характера разведения индикатора в системе кровообращения с учетом патологической рециркуляции и вычисления площади под концентрационной кривой, используемой в уравнении (1), а также установления критериев качества модели для сравнения и оценки эффективности определения площади по методу переднего треугольника и предлагаемой модели.

В этой связи система кровообращения может быть формально представлена отдельными звеньями из сосудистых протоков радиусом  $r$ , содержащих дисперсную систему частиц массой  $m$  в вязкой среде  $\mu$ . Один из механизмов движения частиц в такой среде обуславливается текучестью среды и ее сцеплением с частицами. Функциональная связь этого механизма может быть выражена через динамический параметр

$$T_1 = \frac{m}{\gamma \cdot \eta}. \text{ Другим существенным механизмом является перемещение}$$

самой крови, вызванное пульсовой волной за счет перепада систолического  $P_s$  и диастолического  $P_d$  давления за период диастолы  $T_d$ . Это перемещение характеризуется динамическим параметром  $T_2 = \frac{T_d}{I_n} \frac{P_s}{P_d}$

[9]. Описанные два процесса можно представить передаточной функцией вида  $W_1(p) = \frac{k_1}{(1 + T_{1p})(1 + T_{2p})}$ , где  $k_1$ —статический коэффициент передачи индикатора в малом круге кровообращения,  $p$ —оператор Лапласа.





Для большого круга можно записать  $W_{2(p)} = k_2 e^{-\tau_2 P}$  где

$k_2$  — статистический коэффициент передачи, а  $\tau_2$  — параметр запаздывания, обусловленный инерционностью переноса индикатора в последовательном ряде звеньев с параметрами  $T_1$  и  $T_2$ .

Патологическая рециркуляция артерио-венозного сброса, обусловленная дефектом межжелудочковой перегородки, может быть представлена безинерционным звеном  $W_3(p) = k_3$ .

Общая передаточная функция системы кровообращения, в соответствии с изложенным, представлена рис. 2, на котором, выполняя структурные преобразования [10], получена передаточная функция изменения концентрации  $C_2(p)$  для большого круга кровообращения замкнутой сердечно-сосудистой системы:

$$\frac{C_2(p)}{i_0(p)} = \frac{W_1(p) \cdot W_2(p)}{W_1(p) \cdot W_2(p) - W_1(p) \cdot W_3(p) + 1}, \quad (2)$$

а из (2) определим функцию  $C_2(t)$ , аппроксимирующую экспериментальную кривую

$$C_2(t) = i_0 k' \left( 1 - \frac{\tau_2^2 + 2T_1^1(E^2 + T_1^1)}{2T_1^1(T_1^1 - T_2^1)} e^{-\frac{t}{T_1^1}} + \frac{\tau_2^2 + 2T_2^1(E^2 + T_2^1)}{2T_2^1(T_1^1 - T_2^1)} e^{-\frac{t}{T_2^1}} \right), \quad (3)$$

где

$$T_{1,2}^1 = (2 \cdot T_1 \cdot T_2 + k_1 \cdot k \cdot \tau_2^2) : \left[ -(T_1 + T_2 - k_1 \cdot k_2 \cdot \tau_2) \pm \sqrt{(T_1 + T_2 - k_1 \cdot k_2 \cdot \tau_2)^2 - 2(1 + k_1 \cdot k_2 - k_1 \cdot k_3)(2T_1 \cdot T_2 + k_1 \cdot k_2 \cdot \tau_2^2)} \right]$$

— динамические параметры, характеризующие переходный процесс изменения концентрации индикатора во времени,

$$k^1 = \frac{k_1 \cdot k_2}{1 + k_1 \cdot k_2 - k_1 \cdot k_3}$$

Так как в настоящее время [14] невозможно экспериментально измерить  $\tau_2$ , но, зная, что  $\tau_2 > t_{\max}$ , ограничимся рассмотрением (3) в интервале  $0 \leq t \leq t_{\max}$ . Тогда получим

$$C_2(t) = i_0 k^1 \left( 1 - \frac{T_1^1}{T_1^1 - T_2^1} e^{-\frac{t}{T_1^1}} + \frac{T_2^1}{T_1^1 - T_2^1} e^{-\frac{t}{T_2^1}} \right) \quad (4)$$

Поскольку определяющей величиной минутного объема и параметров  $k_1, k_2, k_3$  является площадь, ограниченная концентрационной кривой в период первого пассажа, то, интегрируя (4) в пределах от 0 до  $t_{\max}$ , получим



$$Q = \frac{i_0 \cdot 60 \cdot \gamma}{C_{2\max} \left( t_{\max} - T_2^1 - T_1^1 + \frac{(T_1^1)^2}{T_1^1 - T_2^1} e^{-\frac{t_{\max}}{T_1^1}} - \frac{(T_2^1)}{T_1^1 - T_2^1} e^{-\frac{t_{\max}}{T_2^1}} \right)} \quad (5)$$

Из большого числа наблюдений установлено  $T_1^1 < 1$ ;  $T_2^1 < 1$ ;  $t_{\max} \gg 1$ , что позволяет (5) записать в виде

$$Q = \frac{i_0 \cdot 60 \cdot \gamma}{C_{2\max} (t_{\max} - T_2^1 - T_1^1)}, \quad (6)$$

где  $T_1^1$  и  $T_2^1$  определяются по концентрационной кривой, полученной в эксперименте, с использованием выражения (3) и двух условий:

$$\text{а) } \dot{C}_2(t) \Big|_{t=t_{\max}} = 0 \qquad \text{б) } a = \frac{C_2(t)}{\dot{C}(t)} \Big|_{0 < t < t_{\max}}$$

Это дает возможность получить

$$T_1^1 = \frac{t_{\max} \cdot T_2^1}{t_{\max} - 2T_2^1} \quad (7)$$

$$\text{и} \qquad T_2^1 = T - a - T_1^1 \quad (8)$$

Решая совместно (7) и (8), определим

$$T_{1,2}^1 = \frac{1}{2} \left[ (T - a) \pm (t_{\max} - \sqrt{t_{\max}^2 + (T - a)^2}) \right], \quad (9)$$

где  $T - a = \frac{C_2(t)_{\max} - C_{2n}(t)}{\dot{C}_2(t)_{\max}}$ ,  $C_{2n}(t)$  — значение концентрации в точке перегиба при  $t = t_n$ ,  $\dot{C}_2(t)_{\max} = \max|_{t=t_n}$ .

Ввиду линеаризации экспериментальной кривой  $C_2^*(t)$  при определении  $C_2(t)$  в момент  $t = t_n$  вычисленная площадь содержит некоторую относительную погрешность, которая определяется

$$C = \frac{\int_0^{t_{\max}} C_2(t) dt - \int_0^{t_{\max}} C_2^*(t) dt}{\int_0^{t_{\max}} C_2(t) dt}, \quad (10)$$

где  $C_2(t)$  — аппроксимирующая функция в принятом интервале приближения (рис. 1, кривая—б).

Обработка экспериментальной кривой производится в следующей последовательности:



1. Устанавливаются значения  $C_{2\max}$  и  $t_{\max}$ , соответствующие  $C_{\max}$  при  $t=t_{\max}$ . 2. Определяется  $C_{2n}(t)$  в точке перегиба на восходящей части кривой. 3. Определяется в точке перегиба максимальная скорость изменения концентрации  $\left. \frac{\Delta C}{\Delta t} \right|_{t=t_n}$ . 4. По формуле (9) определяются динамические параметры  $T_1^1$  и  $T_2^2$ . 5. По формуле (6) определяется минутный объем кровообращения.

Предложенный метод вычисления минутного объема был проверен на группе больных из 29 человек с врожденными пороками сердца и составлен с методом переднего треугольника; относительная погрешность определения площади по методу переднего треугольника, а также [14] имеют двухмодальное распределение с модами  $m_1=18\%$ ,  $m_2=\pm 10\%$ ,  $\sigma = \mp 14\%$ , а в [14] —  $m_1 = -25\%$ ,  $m_2 = +38\%$ .

Погрешность определения площади посредством моделирования составили  $m = +7,0\%$ ,  $\sigma = \pm 2,9\%$ . При этом максимальные разбросы погрешностей по первому методу составили от  $-24\%$  до  $+16\%$ , по [14] —  $-28\%$  и  $+40\%$ , а по предложенному — от  $1\%$  до  $+16\%$ .

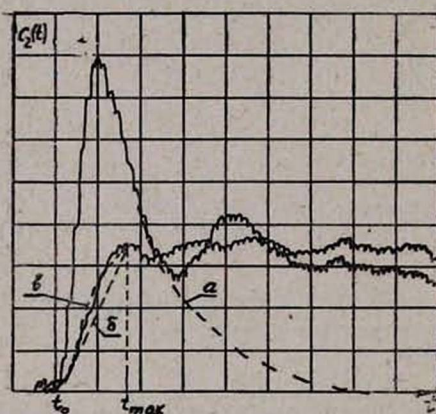


Рис. 1. Пояснение в тексте.

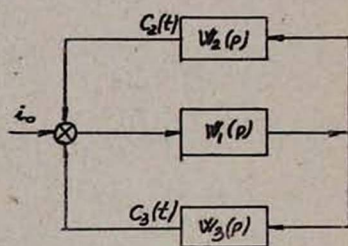


Рис. 2. Пояснение в тексте.

Количественное сравнение методик, которые дают двухмодальное и одномодальное распределение погрешности, вызывает значительные затруднения при использовании обычных статистических критериев. Эта задача может быть реализована посредством количественного определения меры неопределенности, т. е. энтропии  $H(x/x_n)$  реальных процессов и аппроксимирующих функций [10]. Воспользуемся [11] понятием энтропийное значение погрешности, придав ему более широкий смысл — энтропийного коэффициента вариации параметра

$$\Delta = e^{H(x/x_n)} \quad (11)$$



который обусловлен неконтролируемыми воздействиями статистического характера в исследуемой системе, в измерительной системе, а также в канале передачи информации и может служить количественной оценкой меры эквивалентности реальных процессов и аппроксимирующих функций.

Пусть реальный процесс  $\Pi$  и аппроксимирующая функция  $\Phi$  характеризуется подмножеством координат  $a_1 \dots a_2, \dots, a_n$  и  $b_1, b_2, \dots, b_n$ , вариации которых  $\Delta_{n1}, \Delta_{n2}, \dots, \Delta_{np}$ , и  $\Delta_{\varphi 1}, \Delta_{\varphi 2}, \dots, \Delta_{\varphi n}$  соответственно и имеют одинаковый смысл.

*Определение.* Аппроксимирующая функция  $\Phi$  эквивалентна реальному процессу  $\Pi$  на подмножестве  $\{b_{ni}\}$  и  $\{a_{ni}\}$ .

$$\{a_{ni} - m_{ni} b_{ni}\} \leq \Delta_{ni} \text{ и } H_n(x/x_n) = H_{\varphi}(x/x_n), \quad (12)$$

где  $m_{ni}$  — масштабный множитель.

При аппроксимации реального процесса возможны 3 случая:

а)  $H_n(x/x_n) < H_{\varphi}(x/x_n)$ , б)  $H_n(x/x_n) > H_{\varphi}(x/x_n)$ , в)  $H_n(x/x_n) = H_{\varphi}(x/x_n)$ . (13)

В первом случае наблюдается потеря информации; во втором — модель упрощена относительно реального процесса и только в третьем случае неопределенность модели соответствует неопределенности реального процесса.

Поскольку в реальных условиях выполнить  $H_n(x/x_n) = H_{\varphi}(x/x_n)$  достаточно трудно, то целесообразно ввести нижнюю и верхнюю границы соответствия, при ничтожно малой потере информации или ничтожно малом упрощении процесса. Эти границы могут быть определены на основании метрологического критерия ничтожных погрешностей [12], по которому был найден критерий ничтожности потерь информации равный 0,07 бит или 0,05 нит [13]. Следовательно, при

$|H_n(x/x_n) - H_{\varphi}(x/x_n)| \leq 0,05$  нит происходит ничтожная потеря информации или ничтожно малое упрощение реального процесса.

На основании данных ряда авторов [11, 13] введем понятие коэффициента качества модели

$$K_i = 1 - \left| \frac{\Delta_{ni} - \Delta_{\varphi i}}{\Delta_{ni}} \right| \quad (14)$$

В соответствии с [13] получим  $k_i \geq 0,95$ .

Коэффициент качества модели по  $n$  фазовым координатам может быть определен как

$$K = \sum_{i=1}^n g_i k_i, \quad (15)$$

где весовые коэффициенты  $g_i$  можно определить, используя, например, методы теории статистических решений, методы ранговой корреляции и т. д.



## Выводы

1. На основе применения структурных методов теории регулирования представляется возможным разработать модель сердечно-сосудистой системы и определить динамические параметры с целью исследования механизмов и характера изменения концентрации индикаторного вещества при его прохождении по сосудистому потоку.

2. В результате введения понятий энтропийного коэффициента вариации параметра и коэффициента качества модели, получена возможность сравления погрешностей с произвольными законами распределения. Это позволило в наших экспериментах определить для метода переднего треугольника  $\Delta = \pm 5,3\%$  и  $k_i = 0,756$ , для метода моделирования  $\Delta = \pm 1,8\%$  и  $k_i = 0,956$ .

3. Сравнение двух методов показывает, что метод моделирования является более эффективным, так как его мера неопределенности в несколько раз меньше по отношению к методу переднего треугольника.

4. Сравнение коэффициентов качества модели свидетельствует об ограниченном представлении механизма изменения концентрации красителя по методу переднего треугольника и более полном его представлении по предлагаемому методу моделирования.

5. Предлагаемый метод позволяет вариацией параметров  $T_1^1$  и  $T_2^1$  минимизировать величину относительной погрешности.

Ի. Ի. ՄԱԼԱՇԻՆԻՆ, Կ. ԿՈՐԴՈՎ, Ն. Գ. ԳՈՐԲՈՒՇԻՆ

ՍԻՐՏ-ԱՆՈՒՔԱՅԻՆ ՍԻՍՏԵՄԻ ՄՈԳԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ԵՎ ՆՐԱ ՄԻ ՔԱՆԻ  
ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ ԳՆԱՀԱՏԱԿԱՆԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Հեղինակները օգտագործում են կարգավորման թեորիայի ստրուկտուրային մեթոդները սիրտ-անոթային սիստեմում ինդիկատորային նյութի նոսրացման մոդելի պատրաստման համար արյան շրջանառության բաղախան ծավալը որոշելու նպատակով:

J. J. MALASHININ, K. KURDOV, N. G. GORBUSHIN

ABOUT MODELLING AND EVALUATION OF SOME PARAMETRES  
OF CARDIOVASCULAR SYSTEM

S u m m a r y

The authors use the structural methods of regulation for distribution the indicator solution in the cardiovascular system to determine a minute volume of circulation. The information marks of efficiency of the method and quantity of the model are reported.



## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гайтон А. Физиология кровообращения, минутный объем сердца и его регуляция. М., 1969.
2. Едемский Л. М., Хаютин В. М. В сб. «Физиология и патология кровообращения». М., 1967.
3. Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики. М—Л, 1962.
4. Маликов М. Ф. Основы метрологии I, М., 1949.
5. Новицкий П. В. Основы информационной теории измерительных устройств. Л., 1968.
6. Пидорин П. М. Измерительная техника 1968, 5, 15—20.
7. Рашевский Н. Некоторые медицинские аспекты математической биологии. М., 1966.
8. Тетельбаум И. М. Электрические аналоги сердечно-сосудистой системы как метод установления динамических критериев. Вестн. АМН СССР., 1968, 5, 13—19.
9. Basingthwaight J. B., Knopp G. J., Anderson D. U. Circulation Research., 27, 277—291, 1970.
10. Grodus F. S. Circulation Research., 10, 3, 429, 1962.
11. Hamilton W. F., Moore J. W., Kinsman J. M., Spurling R. G. Amer. J. Physiol. 99, 534, 1932.
12. Kinsman J. M., Moore J. W., Hamilton W. F., Amer. J. Physiol. 89, 322, 1929.
13. Pater L., pe' Berg Jw. van den. Med. Electron. and Biol. Engineering. 22, 161—166, 1964.
14. Stewart G. N. J. Physiol, 15, 1, 1883.