

УДК 537.86

ФАЗОВОЕ ПОЛОЖЕНИЕ И ФАЗОВЫЙ ДЖИТТЕР ЭЛЕКТРОННЫХ СГУСТКОВ В ПОЛЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Э.М. ЛАЗИЕВ¹, М.Л. МОВСИСЯН^{2*}

¹Институт синхротронных исследований CANDLE, Ереван, Армения

²Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

*e-mail: manushakmov@mail.ru

(Поступила в редакцию 28 февраля 2019 г.)

Одной из интересных задач релятивистской электроники и ускорительной физики является определение фазового положения и фазового джиттера электронных сгустков в поле электромагнитной волны. Показано, что по фазовому спектру в микроволновой области частот можно определить фазовое положение и фазовый джиттер возмущения отрезка косинусоиды.

1. Введение

В приборах релятивистской электроники и ускорителях заряженных частиц важную роль играют фазовое положение и фазовый джиттер заряда в поле ускоряющей электромагнитной волны. Ниже показано, что по разнице фазовых спектров волны без сгустка и при наличии последнего можно определить фазовое положение сгустка в поле электромагнитной волны.

По фазовому спектру в микроволновой области частот можно определить фазовое положение и фазовый джиттер электронных сгустков в поле ускоряющей волны [1, 2].

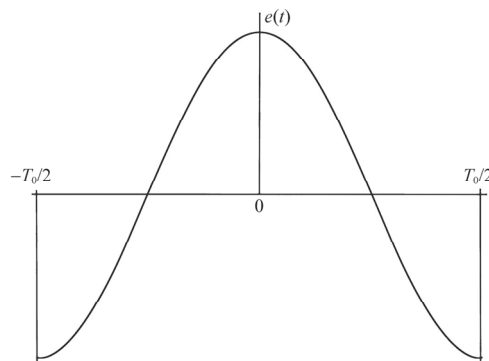


Рис.1. График функции $e(t)$.

Введем функцию $e(t)$, представляющую собой один период косинусоиды с единичной амплитудой $A_0 = 1$ и периодом T_0 (Рис.1).

Образует сигнал в виде отрезка косинусоиды с числом периодов $(2N + 1)$.

$$E(t) = \sum_{i=1}^N e(t - iT_0) + e(t) + \sum_{i=1}^N e(t + iT_0). \quad (1)$$

В $e(t)$ при $t = t_0$ зададим возмущение с амплитудой $-\Delta A$, длительностью $\tau_0 \ll T_0$ и введем функцию $x(t)$, описывающую косинусоиду вместе с возмущением. (Рис.2).

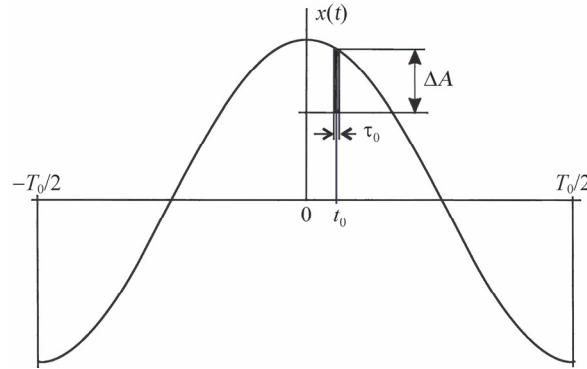


Рис.2. График функции $x(t)$.

Образует теперь сигнал $X(t)$ в виде:

$$X(t) = \sum_{i=1}^N x(t - iT_0) + x(t) + \sum_{i=1}^N x(t + iT_0). \quad (2)$$

С учетом (1) и (2) следует, что разность спектров будет:

$$S_X(\omega) - S_E(\omega) \equiv S_x(\omega) - S_e(\omega). \quad (3)$$

Поскольку $\tau_0 \ll T_0$, то энергия возмущения гораздо меньше энергии $e(t)$ и, следовательно, наличие возмущения незначительно скажется на спектре мощности (амплитудном спектре). В то же самое время наличие возмущения должно заметно сказаться на фазовом спектре. Отметим также, что (3) справедливо независимо от числа возмущенных функций $x(t)$, если эти возмущения отстоят друг от друга на целое число периодов T_0 .

2. Компьютерное моделирование

Для определения разности фазовых спектров исходного и возмущенного сигнала проведено компьютерное моделирование в среде MATLAB. Исходными данными программы были: частота $\nu_0 = 1/T_0 = 2.777$ ГГц, число периодов $(2N + 1)$, число точек в одном периоде n и частота квантования ν . Численное

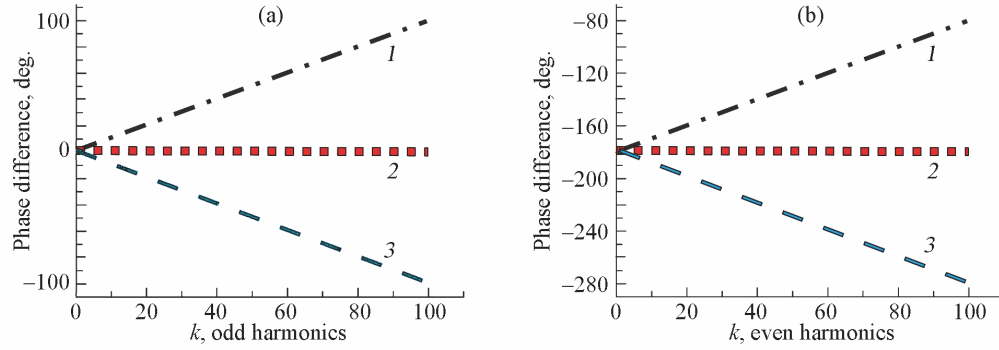


Рис.3. Зависимость разности фаз на (а) нечетных и (б) четных гармониках $k\nu_0$.

моделирование проводилось с учетом того, чтобы в одном периоде иметь 360 точек, т.е. каждая точка соответствовала бы 1° . На Рис.3 показана зависимость разности фаз на нечетных и четных гармониках $k\nu_0$. Согласно теореме Котельникова, чтобы непрерывный сигнал можно было бы восстановить по его дискретным отсчетам, необходимо, чтобы частота квантования была выбрана больше удвоенной максимальной частоты в спектре сигнала. В нашем случае частота квантования была выбрана $\nu = n\nu_0$ ($n = 360$). Методом FFT определялась разность фазовых спектров исходного $e(t)$, $E(t)$ и возмущенного $x(t)$, $X(t)$ сигналов. Рис. 4 показан «перескок» фазового сдвига при $\tau_0 = 5$ пс на 71–73 гармониках и при $\tau_0 = 7$ пс на 51–53 гармониках.

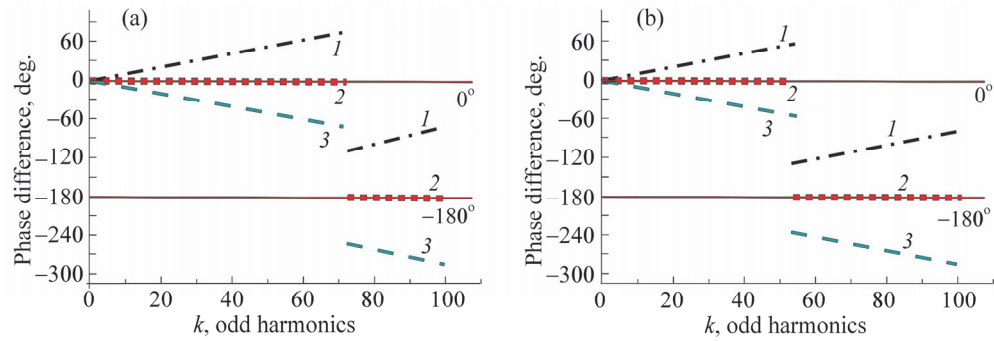


Рис.4. «Перескок» фазового сдвига (а) при $\tau_0 = 5$ пс на 71–73 гармониках, (б) при $\tau_0 = 7$ пс на 51–53 гармониках.

Мы подтвердили справедливость утверждения (3) как для одногусткового, так и многугусткового режимов работы при следующих параметрах: частота ускоряющего поля: $\nu_0 = 2.77777$ ГГц, число периодов в макроимпульсе 10000, возмущение с $\Delta A = -0.5$ и $\tau_0 = 1$ пс при 0° и $\pm 1^\circ$ в одногустковом режиме и $t_j = \sum_1^7 t_0 \pm j(60T_0)$ – в многугустковом.

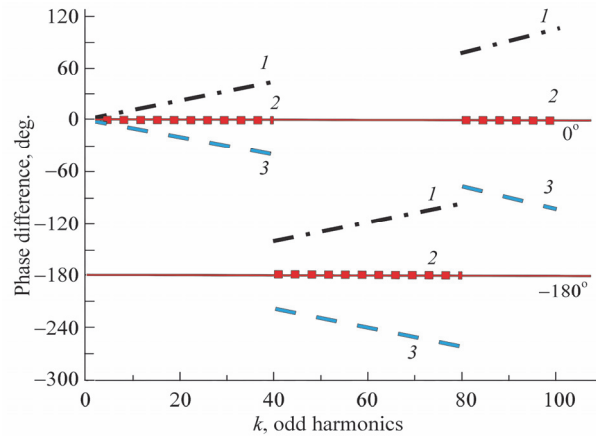


Рис.5. При $\tau_0 = 9$ psec «перескок» фазового сдвига происходит на 39–41 гармониках, а «обратный перескок» – на гармониках 79–81.

Рассмотрим теперь как сказывается длительность возмущения τ_0 на фазовом сдвиге. Ограничимся только нечетными гармониками.

На Рис.5 показано, что при $\tau_0 = 9$ psec «перескок» фазового сдвига происходит на 39–41 гармониках, а «обратный перескок» – на гармониках 79–81.

Таким образом, фазовый спектр содержит также информацию о длительности возмущения τ_0 .

Обратимся теперь к роли, которую играет фазовое положение возмущения для относительно малых сдвигов в интервале 0° – 9° . При $\tau_0 = 1$ psec (Рис.6).

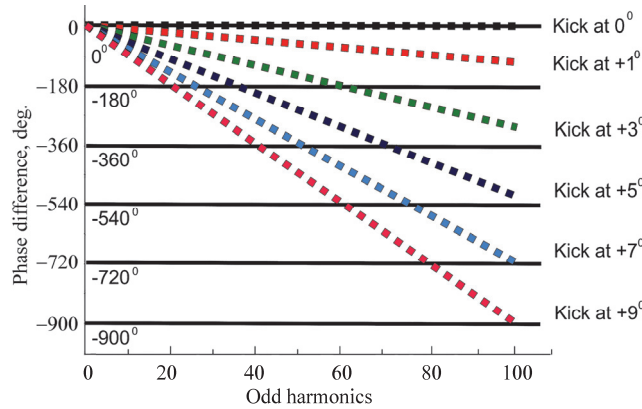


Рис.6. Зависимость разности фаз на нечетных гармониках от фазового положения возмущения.

Приведенные выше результаты показывают, что при $\tau_0 \ll T_0$ и $\Delta T \ll T_0$ разность фаз линейно зависит от номера гармоники, а угол наклона прямой определяется только фазой возмущения. Таким образом подтверждается возможность измерения фазового положения сгустка в поле ускоряющей электромагнитной волны в микроволновом диапазоне.

3. Фазовый джиттер

Сформируем теперь квазипериодическую $Y(t)$ последовательность $(2N+1)$ прямоугольных импульсов с длительностью $\tau_0 = 1 \text{ psec}$ и амплитудой $\Delta A = -0.5$. Под i -ым квазипериодом мы будем понимать $T_i = iT_0 + (\Delta T)_i$ где $\Delta T \ll T_0$. Примем, что $(\Delta T)_i$ является случайным целым числом в заданных пределах $|\Delta T|_{\max}$ [3]. Образует сигнал $E(t) + Y(t)$, определим его фазовый спектр $S(\omega)_{(E+Y)}$ и найдем разность фаз $S(\omega)_{(E+Y)} - S(\omega)_{(E)}$ на первых 100 гармониках частоты $\nu_0 = 2.777 \text{ ГГц}$.

На Рис.7 приведена зависимость разности фаз для случая, когда случайные отклонения составляют $-1^\circ, 0^\circ, +1^\circ$.

Из Рис.7 видно, что крутизна зависимости разности фаз на начальных гармониках близка к среднему значению ансамбля отклонений.

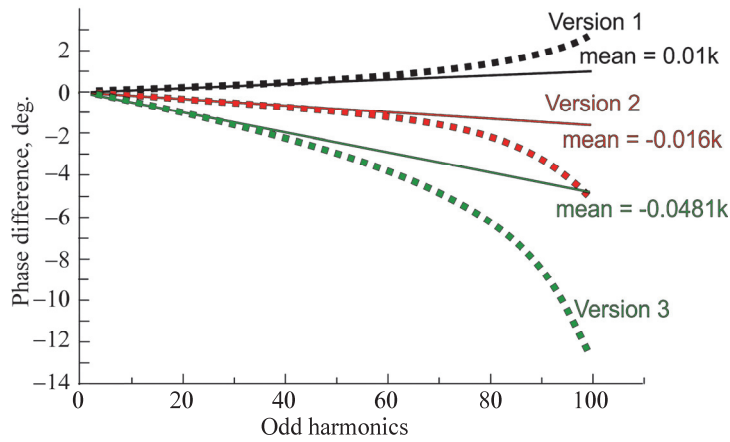


Рис.7. Зависимость разности фаз для трех версий джиттера в пределах $-1^\circ, 0^\circ, +1^\circ$ (Version 1: mean=0.01002, sd = ± 0.8246 ; Version 2: mean = 0.0160, sd = ± 0.8425 ; Version 3: mean = 0.0481, sd = ± 0.8196).

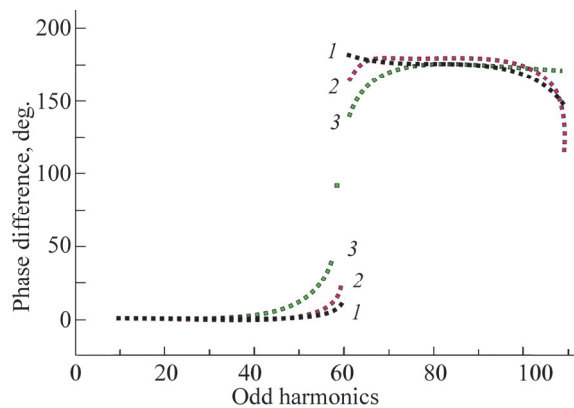


Рис.8. Зависимость разности фаз для трех версий джиттера: $-3^\circ, -2^\circ, -1^\circ, 0^\circ, +1^\circ, +2^\circ, +3^\circ$.

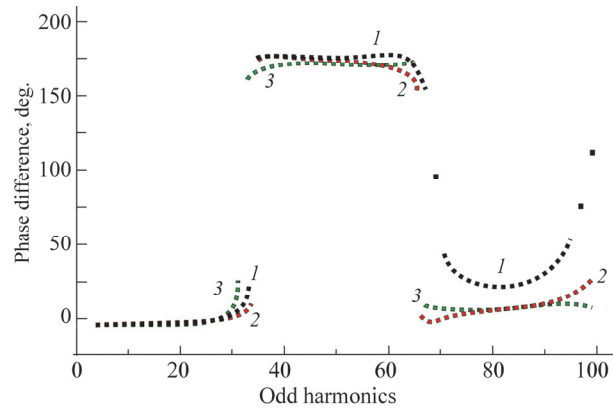


Рис.9. Зависимость разности фаз для трех версий в максимальных пределах $\pm 5^\circ$.

Рассмотрим теперь случай, когда максимальное отклонение фазы возмущения составляет $\pm 3^\circ$.

На Рис. 8 приведена зависимость разности фаз для трех версий джиттера: $-3^\circ, -2^\circ, -1^\circ, 0^\circ, +1^\circ, +2^\circ, +3^\circ$.

Комментарии к начальному участку те же самые, что и в предыдущем случае. Здесь интересно отметить следующее обстоятельство: в области гармоник $40 < k < 50$ наблюдается первый «перескок фазы» как и в случае фиксированного отклонения, рассмотренного выше. Этот же перескок между гармониками $30 < k < 40$ имеет место и в случае, когда максимальное отклонение фазы возмущения составляет $\pm 5^\circ$ (Рис.9).

Мы рассмотрели несколько версий зависимости $k1$ при максимальных отклонениях $|1^\circ|, |2^\circ|, |3^\circ|, |4^\circ|, |5^\circ|, |6^\circ|, |7^\circ|, |8^\circ|$ (см. Рис.10).

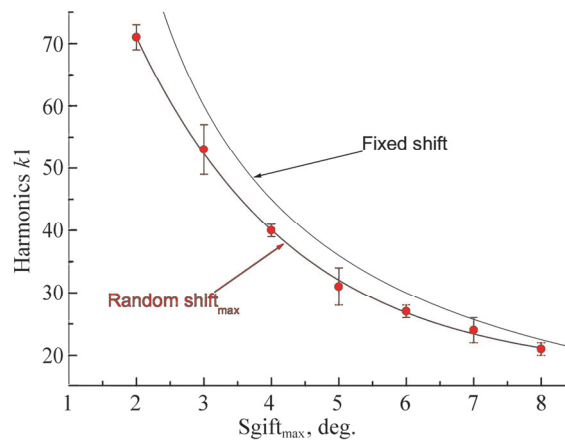


Рис.10. Зависимость номера гармоники $k1$, на которой происходит «первый перескок фазы» от максимального значения случайного отклонения фазового положения возмущения

4. Заключение

Рассматриваемый метод может позволить определить фазовый джиттер возмущений отрезка косинусоиды с любым числом периодов $(2n + 1)$. Ансамбль случайных отклонений фазового положения в нашем случае описывается следующими параметрами: максимальным отклонением $|\Delta T|_{\max}$, средним значением mean , среднеквадратичным отклонением sd . Среднее значение определяет крутизну зависимости разности фаз на начальных гармониках и из-за своей малости не может быть использовано для определения джиттера. Более перспективно, с нашей точки зрения, определение джиттера по гармоникам kI , на которых наблюдается «перескок фазы».

Авторы благодарят В. Цаканова, Г. Амадуни и В. Саакяна за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **E. Begloyan, E. Gazazyan, E. Laziev, et al.**, Proc. of the 21th Free Electron Laser Conference and 6th FEL Application Workshop, August 23-28 1999, Hamburg, Germany, North Holland, 2000.
2. **M. L. Movsisyan, E.O. Alexanyan.** Proceedings of the Yerevan State University: Physical and Mathematical Sciences, **1**, 14 (2009).
3. **G. Amatuni, B. Grigoryan, E. Laziev, et al.**, Proceedings of International Particle Accelerator Conference, San Sebastian, Spain, MOPC, 144, (2011).

ԱՐԱԳԱՅՆՈՂ ԱԼԻՔԻ ԴԱՇՏՈՒՄ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ԹԱՆՁՐՈՒԿՆԵՐԻ
ՓՈՒԼԱՅԻՆ ԴԻՐՔԸ ԵՎ ՓՈՒԼԱՅԻՆ ՋԻՏԵՐԸ

Է.Մ. ԼԱԶԻԵՎ, Մ.Լ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ

Ռեյատիվիստական էլեկտրոնիկայի և արագացուցչային ֆիզիկայի հետաքրքիր խնդիրներից է արագացող էլեկտրամագնիսական ալիքի դաշտում էլեկտրոնային թանձրուկների փուլային դիրքի և փուլային ջիտերի որոշելը: Ցույց է տրված, որ հնարավոր է որոշել կոսինուսի հատվածի համար փուլային դիրքն ու փուլային ջիտերը միկրոալիքային տիրույթի փուլային սպեկտրով:

PHASE POSITION AND PHASE JITTER OF ELECTRON BUNCHES IN THE
ACCELERATING ELECTROMAGNETIC FIELD

E.M. LAZIEV, M.L. MOVSISYAN

One of the interesting problems is the determination of the phase position and phase jitter of electron bunches in the field of an accelerating electromagnetic wave. It is shown that the phase position and phase jitter of the cosine segment it is possible to determine by the phase spectrum in the microwave range.