

УДК 539.3

ПОВЕРХНОСТНЫЕ МАГНИТОАКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В МАГНИТОСТРИКЦИОННЫХ СРЕДАХ

Г.Е. БАГДАСАРЯН

Институт Механики НАН Армении, Ереван, Армения

*e-mail: gevorg.baghdasaryan@rau.am

(Поступила в редакцию 25 апреля 2019 г.)

Известно, что при отсутствии внешнего магнитного поля в двухслойной среде (полупространстве) всегда можно возбуждать поверхностную волну Лява, скорость которой меньше скорости объемных поперечных волн в подложке и больше скорости указанных объемных волн в слое. Настоящая работа посвящена вопросам существования и характера распространения поверхностной магнитоакустической волны в магнитострикционной среде. Установлено, что если среда находится в магнитном поле и ее материал обладает магнитострикционными свойствами, то: а) сохраняется вышеуказанный характер существования и распространения поверхностной волны, а присутствие магнитного поля имеет только количественное влияние, б) существует новый тип поверхностных магнитоакустических волн, обусловленных исключительно магнитострикционными свойствами среды. Установлено также, что фазовая скорость новой поверхностной волны меньше скорости объемных поперечных волн в материале слоя и волна распространяется с дисперсией.

1. Введение

Волны и вызывающие их волновые процессы являются особым видом движения, при котором изменение какой-либо величины или состояния среды передается от одной точки среды к другой с конечной скоростью. Отличительной особенностью волновых процессов является то, что событие, происходящее в одной точке среды, через некоторое время происходит в другой почти в неизменном виде. После возбуждения упругой волны в среде возникает смещение упругих частиц, создается волновой процесс. Возникая вблизи источника, он постепенно переходит в другие части среды путем передачи деформаций и напряжений за счет упругих связей между частицами. В результате в среде возникают объемные и поверхностные упругие волны, не зависящие от источника. Традиционно в сейсморазведке наибольшее применение нашли объемные волны: продольные и поперечные. Известны также поверхностные волны, называемые волнами Рэлея и Лява. Поверхностные акустические волны – это упругие волны, распространяющиеся вдоль свободной поверхности твердого тела или вдоль

границы твёрдого тела с другими средами и затухающие при удалении от границ. Волны Лява – поверхностные акустические волны с горизонтальной поляризацией. Волны Лява распространяются на границе твёрдого полупространства с твёрдым слоем. Исследование волн Лява – относительно новое направление в физике. Актуальность выбранной темы предопределяется тем, что для современного научного работника, инженера исследование поверхностно-акустических волн сулит возможность разработки и практического использования принципиально новых и высокоэффективных устройств в самых различных областях техники. Наряду с волнами Релея, волны Лява играют важную роль в передаче сейсмической энергии и весьма часто регистрируются при сейсмической активности и взрывах. Они применяются также в неразрушающей диагностике материалов и конструкций, в основном, благодаря своим свойствам.

2. Постановка задачи

Рассмотрим двухслойную магнитоупругую среду, состоящую из диэлектрического магнетомягкого ферромагнитного слоя постоянной толщины h , лежащего на упругом, изотропном магнестрикционном полупространстве. Направим ось x_1 декартовой системы координат x_1, x_2, x_3 вдоль границы раздела, а ось x_2 – в глубь полупространства (координатная плоскость x_1, x_2 совпадает с плоскостью раздела).

Предполагается, что область $x_2 < -h$ является вакуумом, а граница слоя $x_2 = -h$ свободна от внешней механической нагрузки. Рассматриваемая магнитоупругая система находится во внешнем стационарном магнитном поле, которое в отсутствие ферромагнитного тела характеризуется вектором напряженности $\mathbf{H}_0(0, 0, H_0)$, где $H_0 = \text{const}$. Величины, отнесенные к области слоя ($-h < x_2 < 0$), отметим индексом «1», отнесенные к полупространству ($x_2 > 0$) – индексом «2», и отнесенные к области вакуума ($x_2 < -h$) – индексом «e».

В этих условиях напряженность магнитного поля невозмущенного состояния всюду (в вакууме, в слое и в полупространстве) совпадает с напряженностью заданного магнитного поля \mathbf{H}_0 . Более того, поскольку \mathbf{H}_0 параллельна границе полупространства и поверхностям слоя, то компоненты тензора напряжений Максвелла на поверхностях раздела являются непрерывными и поэтому поверхностные силы магнитного происхождения равны нулю. Нулю равны также объемные силы магнитного происхождения невозмущенного состояния, так как H_0 постоянная величина. Следовательно, в невозмущенном состоянии присутствие рассматриваемого магнитоактивного тела не меняет магнитное поле во всем пространстве и, во-вторых, под действием невозмущенного магнитного поля в теле не возникают магнитоупругие напряжения.

Учитывая сказанное, характеристики магнитного поля представляются в

виде:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h}, \quad \mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{b}, \quad \mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{m},$$

где \mathbf{H}_0 , \mathbf{V}_0 и \mathbf{M}_0 – векторы напряженности магнитного поля, магнитной индукции и намагниченности недеформированного тела, соответственно, \mathbf{h} , \mathbf{b} и \mathbf{m} – возмущения к указанным величинам, обусловленные деформацией среды. В вакууме векторы \mathbf{V} и \mathbf{H} связаны соотношением $\mathbf{V} = \mu_0 \mathbf{H}$, где μ_0 – магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$), а в магнитоактивном материале – соотношением $\mathbf{V} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$. Следовательно, характеристики магнитного поля невозмущенного (недеформированного) состояния являются решением задачи магнитостатики рассматриваемого ферромагнитного тела и имеют следующие выражения:

в области вакуума

$$\mathbf{V}^{(e)} = \mu_0 \mathbf{H}_0, \quad \mathbf{H}^{(e)} = \mathbf{H}_0, \quad \mathbf{M}^{(e)} = 0, \quad (1.1.1)$$

в областях слоя и полупространства

$$\mathbf{V}^{(i)} = \mu_0 \mu_r^{(i)} \mathbf{H}_0, \quad \mathbf{H}^{(i)} = \mathbf{H}_0, \quad \mathbf{M}^{(i)} = \chi^{(i)} \mathbf{H}^{(i)}, \quad (i=1,2). \quad (1.1.2)$$

Характеристики возмущенного состояния определяются из уравнений и граничных условий теории магнитоупругости ферромагнитного тела [1–4]. Принимая возмущения малыми, путем линеаризации в работе [5] получены линейные уравнения и поверхностные условия, описывающие поведение малых возмущений в непроводящей магнитоактивной упругой среде. Здесь на основе сформулированных в [5] линейных краевых задач исследуется существование и характер распространения малых возмущений в случае антиплоской задачи. Тогда получаются следующие уравнения и поверхностные условия, описывающие поведение возмущений в рассматриваемой слоистой среде [4]:

Уравнения в области полупространства ($x_2 > 0$) имеют вид

$$\bar{G}^{(2)} \Delta u_3^{(2)} + \tau \Delta \varphi^{(2)} = \rho_2 \frac{\partial^2 u_3^{(2)}}{\partial t^2}, \quad (1.2)$$

$$\tau \Delta u_3^{(2)} - \mu_0 \mu_r^{(2)} \Delta \varphi^{(2)} = 0,$$

уравнения в области слоя ($-h < x_2 < 0$)

$$G^{(1)} \Delta u_3^{(1)} = \rho_1 \frac{\partial^2 u_3^{(1)}}{\partial t^2}, \quad (1.3)$$

$$\Delta \varphi^{(1)} = 0,$$

уравнение в области вакуума ($x_2 < -h$)

$$\Delta \varphi^{(e)} = 0; \quad (1.4)$$

условия на поверхности раздела ($x_2 = 0$)

$$\begin{aligned}
G^{(1)} \frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial x_2} - \bar{G}^{(2)} \frac{\partial u_3^{(2)}}{\partial x_2} &= \tau \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial x_2}, \\
u_3^{(1)} &= u_3^{(2)}, \\
\tau \frac{\partial u_3^{(2)}}{\partial x_2} &= \mu_0 \left[\mu_r^{(2)} \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial x_2} - \mu_r^{(1)} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x_2} \right], \\
\varphi^{(1)} &= \varphi^{(2)},
\end{aligned} \tag{1.5}$$

условия на свободной поверхности слоя ($x_2 = -h$)

$$\begin{aligned}
\mu_r^{(1)} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x_2} &= \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial x_2}, \\
\varphi^{(1)} &= \varphi^{(e)}, \\
\frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial x_2} &= 0.
\end{aligned} \tag{1.6}$$

В (1.1)–(1.6) $u_3^{(1)}$ ($u_3^{(2)}$) – перемещение частиц по направлению оси x_3 в слое (полупространстве); $\varphi^{(1)}$, $\varphi^{(2)}$ и $\varphi^{(e)}$ – потенциалы магнитного поля в областях слоя, полупространства и вакуума; $G^{(i)}$ – модуль сдвига, $\mu_r^{(i)}$ – относительная магнитная проницаемость, ρ_i – плотность рассматриваемых материалов ($i=1,2$),

$$\begin{aligned}
\bar{G}^{(2)} &= G^{(2)} - \mu_0 \chi^{(2)} [M_0^{(2)}]^2 \left(\frac{e_1 - e_2}{2} \right)^2, \\
\tau &= \mu_0 \chi^{(2)} M_0^{(2)} \frac{e_1 - e_2}{2}, \\
M_0^{(i)} &= \chi^{(i)} H_0, \quad \chi^{(i)} = \mu_r^{(i)} - 1,
\end{aligned} \tag{1.7}$$

e_1 и e_2 – коэффициенты магнитострикции материала полупространства. В приведенных уравнениях, условиях и формулах, имея в виду, что у основных магнитострикционных материалов $30 < \chi < 10^4$, $|e_i| < 10^2$, $G^{(i)} \approx 10^{11}$ Н/м², $B_0 \leq B_s \sim 3$ Тесла (B_s – индукция насыщения), принято, что $\chi |e_i| \gg 1$ и $|e_i| B_0^2 (\mu_0 G^{(i)})^{-1} \ll 1$.

Кроме условий (1.5) и (1.6) должны удовлетворяться также условия затухания возмущений на бесконечности.

3. Условия существования поверхностных волн. Скорости их распространения.

Можно убедиться, что следующие функции являются решениями уравнений (1.2)–(1.4):

$$\begin{aligned}
u_3^{(2)} &= A e^{-\alpha x_2} e^{i(kx_1 - \omega t)} \quad \text{при } x_2 > 0, \\
\varphi^{(2)} &= \left(\frac{\tau A}{\mu_0 \mu_r^{(2)}} e^{-\alpha x_2} + \varphi_0 e^{-kx_2} \right) e^{i(kx_1 - \omega t)} \quad \text{при } x_2 > 0, \\
\varphi^{(1)} &= (A_1 e^{-kx_2} + A_2 e^{kx_2}) e^{i(kx_1 - \omega t)}, \\
u_3^{(1)} &= e^{i(kx_1 - \omega t)} \left\{ \begin{array}{ll} B_1 e^{\alpha_1 x_2} + B_2 e^{-\alpha_1 x_2} & \text{если } v < v_c, \\ C_1 \cos \alpha_2 x_2 + C_2 \sin \alpha_2 x_2 & \text{если } v > v_c, \end{array} \right\} \quad \text{при } -h < x_2 < 0 \\
\varphi^{(e)} &= A^{(e)} e^{kx_2} e^{i(kx_1 - \omega t)} \quad \text{при } x_2 < -h,
\end{aligned} \tag{2.1}$$

где $A, A_i, B_i, C_i, \varphi_0$ и $A^{(e)}$ – произвольные постоянные,

$$\begin{aligned}
v &= \frac{\omega}{k}, \quad v_c^2 = \frac{G^{(1)}}{\rho_1}, \quad \alpha = k \left(1 - \frac{v^2}{v_s^2} \right)^{1/2}, \\
v_s &= \left(\frac{\bar{G}^{(2)}}{\rho_2} \right)^{1/2} (1 + r^2)^{1/2}, \quad v_n^2 = \frac{G^{(2)}}{\rho_2}, \quad r^2 = \frac{\tau^2}{\mu_0 \mu_r^{(2)} \bar{G}^{(2)}}, \\
\alpha_1 &= k \left(1 - \frac{v^2}{v_c^2} \right)^{1/2}, \quad \alpha_2 = k \left(\frac{v^2}{v_c^2} - 1 \right)^{1/2}.
\end{aligned} \tag{2.2}$$

В (2.2) v – фазовая скорость рассматриваемой магнитоакустической волны, k – волновое число, ω – частота колебаний, α – показатель затухания упругого смещения; v_c и v_n – соответственно, скорости объемных чисто упругих сдвиговых волн в слое и полупространстве, v_s – скорость объемных магнитоупругих сдвиговых волн в магнитоэластичной среде.

Решение (2.1) соответствует магнитоакустической волне, затухающей внутри полупространства, если $v < v_s$, т.е. скорость этой волны должна удовлетворять необходимому условию

$$\begin{aligned}
v &< \sqrt{\frac{\bar{G}^{(2)}}{\rho_2}} \sqrt{1 + r^2} = v_n (1 - \delta) < v_n, \\
\delta &= \mu_0 \chi^{(2)} (M_0^{(2)})^2 \left(\frac{e_1 - e_2}{2} \right)^2 / \mu_r^{(2)} G^{(2)} < 1
\end{aligned} \tag{2.3}$$

фиксирующему, что в рассматриваемом случае невозможно возбудить магнитоакустические волны с фазовой скоростью больше скорости объемных сдвиговых волн в подложке.

Удовлетворяя поверхностным условиям (1.5) и (1.6), для определения произвольных постоянных получаем однородную систему линейных алгебраических уравнений.

Из условий на плоскости раздела ($x_2 = 0$) имеем следующие уравнения:

$$\begin{aligned}
G^{(1)} \left\{ \begin{array}{ll} \alpha_1 (B_1 - B_2) & \text{при } v < v_c, \\ \alpha_2 C_2 & \text{при } v > v_c, \end{array} \right\} = - \left[\bar{G}^{(2)} + \frac{\tau^2}{\mu_0 \mu_r^{(2)}} \right] \alpha A - k \tau \Phi_0, \\
\left\{ \begin{array}{ll} B_1 + B_2 & \text{при } v < v_c, \\ C_1 & \text{при } v > v_c, \end{array} \right\} = A, \\
\mu_r^{(2)} \Phi_0 = \mu_r^{(1)} (A_1 - A_2), \\
A_1 + A_2 = \frac{\tau A}{\mu_0 \mu_r^{(2)}} + \Phi_0.
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Условия на свободной поверхности слоя ($x_2 = -h$) приводят к следующим уравнениям:

$$\begin{aligned}
\left\{ \begin{array}{ll} \alpha_1 (B_1 e^{-h\alpha_1} - B_2 e^{h\alpha_1}) & \text{при } v < v_c, \\ \alpha_2 (C_1 \sin \alpha_2 h + C_2 \cos \alpha_2 h) & \text{при } v > v_c, \end{array} \right\} = 0, \\
A_1 e^{kh} + A_2 e^{-kh} = A^{(e)} e^{-kh}, \\
\mu_r^{(1)} [-A_1 e^{kh} + A_2 e^{-kh}] = A^{(e)} e^{-kh}.
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Из условия совместности однородной линейной системы (2.4)–(2.5), в зависимости от соотношений между v и v_c ($v > v_c$ и $v < v_c$) получим следующие характеристические уравнения для определения скорости распространения поверхностной магнитоакустической волны:

уравнение в случае $v > v_c$

$$\tan \alpha_2 h - \frac{\bar{G}^{(2)}}{\alpha_2 G^{(1)}} [(1 + r^2) \alpha - R] = 0, \tag{2.6}$$

уравнение в случае $v < v_c$

$$\text{th } \alpha_1 h + \frac{\bar{G}^{(2)}}{\alpha_1 G^{(1)}} [(1 + r^2) \alpha - R] = 0, \tag{2.7}$$

где

$$\begin{aligned}
R = k \frac{\mu_r^{(1)} \delta_1}{\mu_r^{(1)} \delta_1 + \mu_r^{(2)} \delta_2} r^2, \\
\delta_1 = \mu_r^{(1)} \text{sh}kh + \text{ch}kh, \quad \delta_2 = \mu_r^{(1)} \text{ch}kh + \text{sh}kh.
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Уравнения типа (2.6) и (2.7) получены также в работе [6], где рассматривается задача Лява с неферромагнитным слоем ($\mu_r^{(1)} = 1$). В этой работе, следуя [2], принято, что в уравнениях состояния индуцированное намагничивание \mathbf{m} приближенно можно заменить выражением $\chi \mathbf{h}$.

Из необходимого условия (2.3) существования рассматриваемой волны и

уравнения (2.6) следует, что магнитоакустические волны с фазовой скоростью v , удовлетворяющей условию $v_c < v < v_n$, могут существовать независимо от магнитных свойств среды и наличия внешнего магнитного поля. Заметим, что скорость волны Лява в чисто упругом случае также удовлетворяет указанному условию, а наличие магнитного поля при магнитоотрицательной среде влияет только на величину скорости волны, изменяющуюся в отмеченном интервале.

Вернемся к случаю $v < v_c$ т.е. к вопросу о возможности существования магнитоакустических поверхностных волн, скорость распространения которых меньше скорости чисто упругих объемных поперечных волн в слое (такая возможность в отсутствие магнитного поля исключается). Ответ будет положительным, если уравнение (2.7) имеет действительный корень. Для этого необходимо, чтобы имело место следующее условие:

$$(1 + r^2)\alpha - R < 0. \quad (2.9)$$

В силу (2.2) и (2.8) неравенство (2.9) представляется в виде

$$v^2 > v_0^2, \quad v_0^2 = (1 - l^2)(1 - \delta)v_n^2 < v_n^2, \quad (2.10)$$

где

$$l^2 = \frac{r^2}{1 + r^2} \frac{1}{1 + \frac{\mu_r^{(2)} \delta_1}{\mu_r^{(1)} \delta_2}} < 1, \quad (2.11)$$

$$\delta = \mu_0 \frac{\chi^{(2)}}{\mu_r^{(2)}} \frac{[M_0^{(2)}]^2}{G^{(2)}} \left(\frac{e_1 - e_2}{2} \right)^2 < 1.$$

Таким образом, если среда обладает магнитоотрицательным свойством и $v \in (v_0, v_n)$, то уравнение (2.7) может иметь положительный корень, а это значит, что в рассматриваемой магнитоактивной среде можно возбудить поверхностные магнитоакустические волны, скорость распространения которых меньше скорости поперечных объемных волн в материале слоя (сказанное утверждается также численным решением уравнения (2.7)). Из (2.7) следует также, что фазовая скорость рассматриваемых волн зависит от частоты колебаний и поэтому для этих волн имеет место дисперсия.

4. Заключение

На основе линейных краевых задач математической физики, сформулированных в [4] и описывающих характер распространения малых возмущений в магнитоактивных деформируемых средах, исследованы вопросы существования и распространения поверхностных магнитоакустических волн в двухслойном магнитоотрицательном полупространстве, взаимодействующем с магнитным

полем, перпендикулярным к плоскости распространения. Среда состоит из магнитомягкого ферромагнитного слоя, лежащего на магнестрикционном полупространстве (подложка). Показано, что благодаря взаимодействию магнитного поля с рассматриваемой средой в ней будет распространяться новый тип поверхностных магнитоакустических волн, обусловленных исключительно магнестрикционным свойством среды. Установлено, что фазовая скорость новой поверхностной волны меньше скорости объемных поперечных волн как в материале слоя, так и в материале подложки. Показано также, что для этих волн имеет место дисперсия.

ЛИТЕРАТУРА

1. **W.F. Brown.** Magnetoelastic interaction. Springer-Verlag, New York, 1966.
2. **Y.H. Pao, C.S. Yen.** J. Eng. Sci, **11**(4), 415 (1973).
3. **Ж. Можен.** Механика электромагнитных сплошных сред. Москва, Мир, 1991.
4. **G.Y. Baghdasaryan, Z.N. Danoyan.** Magnetoelastic waves. Springer, 2018.
5. **Г.Е. Багдасарян.** Мат. методы и физ-мех. поля, **41**(3), 70 (1998).
6. **Г.Е. Багдасарян, З.Н. Даноян, Л.А. Саноян.** Волны Лява в магнестрикционных средах. Изв. АН Арм. ССР, Механика, **5**, 3 (1989).

SURFACE MAGNETOACOUSTIC WAVES IN MAGNETOSTRICTIVE MEDIA

G.E. BAGHDASARYAN

It is known that in absence of external magnetic field it is always possible to excite a surface Love wave in a two-layered medium, whose speed is less than the speed of transverse bulk waves in the substrate and greater than the speed of these bulk waves in the layer. This paper is devoted to the issues of existence and propagation of surface magnetoacoustic waves in layered magnetostrictive half-spaces. It is shown that besides the noted pure elastic waves, the new type of surface magnetoacoustic wave exists, which existence is exclusively conditioned by magnetostrictive properties of medium. It is established that the speed of this new wave can be less than the speed of transverse bulk waves in the layer. It is also established that the new wave propagates with dispersion.