Известия НАН Армении, Физика, т.54, №3, с.365–377 (2019)

УДК 538.958

ЭФФЕКТ САМОИНДУЦИРОВАННОЙ ПРОЗРАЧНОСТИ В МАССИВЕ СФЕРИЧЕСКИХ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК В УСЛОВИЯХ СИЛЬНОГО РАЗМЕРНОГО КВАНТОВАНИЯ

Г.С. НИКОГОСЯН[1*], В.Ф. МАНУКЯН[1],
С.Л. АРУТЮНЯН[2], Г.Г. НИКОГОСЯН[3]

[1]Ширакский Государственный Университет, Гюмри, Армения
[2]Национальный политехнический университет Армении
(Гюмрийский филиал), Гюмри, Армения
[3]Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

[*]e-mail: hrach1960@mail.ru

(Поступила в редакцию 28 марта 2019 г.)

Рассматривается влияние размерного квантования на ход процесса самоиндуцированной прозрачности в системе шарообразных квантовых точек в рамках простейшей модели межзонного перехода в сферический симметричной яме с бесконечно высокими стенками. Получены выражения, описывающие эволюцию энергии ультракороткого импульса, относительные потери энергии при его становлении в $2\pi -$ импульс по мере распространения в наноразмерной среде, а также выражение поляризации среды неоднородного уширения, вызванное дисперсией радиусов шарообразных квантовых точек. Рассматривается случай, когда распределение по радиусам описывается формулой Лифшица-Слезова

1. Введение

Из совокупности когерентных нестационарных явлений, имеющих место при распространении ультракоротких импульсов оптического диапазона через резонансно -поглощающую среду, особо выделяется, с точки зрения общефизического интереса, а также из-за широкого спектра практических применений, эффект самопрозрачности (СП) [1,2]. Суть явления заключается в возможности формирования, при определенных условиях, стационарного импульса когерентного света с длительностью меньше времен релаксации поляризаций и разности населенностей резонансных уровней среды, и движущегося далее в среде без поглощения и искажения формы (односолитонные решения). Само явление самоиндуцированной прозрачности (СИП) и образования солитонных решений достаточно подробно исследовано и описано в [3,4]. Развитие теории СИП может быть связано с рассмотрением явления в новых резонансно-поглощающих средах, а также с исследованиями взаимодействий многоуровневых резонансных структур с падающим ультракоротким излучением. Определенный интерес вызывает исследование эффекта СП в наноразмерных средах с квазинульмерными структурными единицами. Таковым является, например, массив сферических полупроводниковых микрокристаллов, выращенных в диэлектрической матрице. В полупроводниковой среде времена релаксации определяются электронными столкновениями и процессами рассеяния на фононной подсистеме, приводящих к термализации носителей на уровнях размерного квантования квантовых точек. Однако, благодаря сильному пространственному ограничению и локализации колебательных мод решетки в сферических микрокристаллах, электрон-фононное взаимодействие при соответствующем выборе упругих параметров квантовой точки и окружающей матрицы может быть значительно подавлено. Так что константы затухания в основном будут определяться процессами спонтанного распада уровней. Это дает возможность использовать оптические импульсы наносекундного и пикосекундного диапазонов, содержащие много колебаний электромагнитного поля, когда приемлемо приближение квазигармонических волн, характеризуемых определенной частотой несущей волны. Выбор предложенной среды для исследования явления СП позволяет ограничиться (в соответствии с фиксированностью частоты волны) рассмотрением только двух энергетических состояний, между которыми происходит переход под действием падающего импульса, и анализом влияния размерных эффектов на процесс формирования стационарных $2\pi n-$импульсов ($n=1,2,3\ldots$) в массиве сферических квантовых точек. В рамках рассматриваемой модели среда состоит из «двухуровневых систем» – сферических квантовых точек (КТ), в спектре которых имеются два таких трехмерно-квантованных невырожденных уровня с нулевыми орбитальными моментами (для электрона и дырки), так что частота межзонного перехода между ними $\omega_{cv}=(E_c-E_v)/\hbar$ близка к резонансной с несущей частотой лазерного импульса ω. Вначале пренебрегаем дисперсией радиусов КТ, рассматривая массив полупроводниковых шаров одного и того же радиуса R.

В предположении параболических зон для электронов и дырок с эффективными массами m_e^*, m_h^*, где $m_e^* \ll m_h^*$, в рамках модели эффективной массы и для модели КТ с бесконечно высокими потенциальными стенками рассмотрим случай сильного размерного квантования. Тогда радиус КТ $R \ll r_e, r_h$, где $r_e=\varepsilon\hbar^2/(m_e^* e^2), r_h=\varepsilon\hbar^2/(m_h^* e^2)$ – боровские радиусы электрона и дырки, соответственно, в полупроводниковой среде с диэлектрической проницаемостью ε. Так что в первом приближений можно пренебречь слабым кулоновским взаимодействием $e-h$ пары в КТ и вклад от экситонных состояний [5].

2. Резонансное взаимодействие когерентного импульса с двухуровневыми системами в сферических КТ

Для описания резонансного взаимодействия когерентного импульса со средой с двухуровневыми системами применяется общепринятый полуклассический подход на основе уравнений Максвелла и квантомеханического уравнения для матрицы плотности ρ (уравнения Максвелла–Блоха). Стандартная процедура такого полуклассического подхода приводит к уравнению движения для среднего значения

$$\langle\mu\rangle = \mathbf{e}p = \mathrm{Sp}\left(\hat{\mu}\hat{\rho}\right), \tag{1}$$

высокочастотного дипольного момента КТ

$$\ddot{p} + \omega_{21}^2 p = (2\omega_{21} / \hbar)(\mu_\alpha \cdot \mu_\beta^*) \cdot (\rho_{11} - \rho_{22}) E_\beta^{loc} \tag{2}$$

и уравнению для разности вероятностей населенностей размерно-квантованных уровней E_v и E_c КТ [6] в виде

$$\partial_t\left(\rho_{11} - \rho_{22}\right) = -2E / (\hbar\omega_{21})\dot{p}. \tag{3}$$

Здесь $\mathbf{e}$ – вектор поляризации линейно-поляризованной плоской волны импульса света $\mathbf{E} = \mathbf{e}E\left(z,t\right)$, $\hat{\mu}$ – оператор дипольного момента двухуровневой системы, $\left\{\alpha,\beta\right\} = \left(x,y,z\right), E_\beta^{loc}$ – локальное поле, совпадающее с макроскопическим полем для полупроводниковой среды. Заметим, что для изотропного массива сферических КТ $\left(\mu_\alpha \cdot \mu_\beta^*\right) = \left|\mu_{12}\right|^2 = \left|\mu_{cv}\right|^2$. Уравнения (2) и (3) выведены без учета процессов релаксации, описывающийся введением феноменологических констант затухания для поперечной $T_2^{'}$ и продольной T_1 релаксации, где $T_2^{'} < T_1$. В массиве КТ $T_2^{'}$ определяется диполь–решеточными релаксационными процессами и удовлетворяет критерию когерентности взаимодействия импульса длительностью τ со средой $\tau < T_2^{'}$. Полная макроскопическая поляризация на частоте межзонного перехода между размерно-квантованными уровнями сферической КТ $E_v \to E_c$, где

$$E_c = E_{c0} + E_{l,n}^e\,, E_v = E_{v0} - E_{l,n}^h\,,\ E_{c0} - E_{v0} = E_g\,,\ E_{l,n}^e = \frac{\hbar^2 \mathrm{k}_{l,n}^2}{2m_e^*}\,,\ E_{l,n}^h = \frac{\hbar^2 \mathrm{k}_{l,n}^2}{2m_h^*}\,,$$

определяется суммой вкладов КТ в единице объема среды, каждый из которых имеет одинаковую частоту перехода ω_{cv}:

$$\mathbf{P} = N_v\left\langle\mu_\alpha\right\rangle. \tag{4}$$

где $N_v = N / V$ – концентрация точек, а $\omega_{cv} = (E_c - E_v) / \hbar = (E_g + E_{l,n}^e + E_{l,n}^h) / \hbar$. Здесь величины $\mathrm{k}_{l,n}$ определяются условием $J_{l+1/2}\left(\mathrm{k}_{l,n}R\right) = 0$, т.е. $\mathrm{k}_{l,n} = \varphi_{l,n} / R$, $\varphi_{l,n}$ – корни сферической функции Бесселя $l-$ ого порядка, $n = 1,2,3,\ldots$ – номер корня при данном l в порядке возрастания его величины.

В частном случае $l = l' = 0, n = n' = 1, \omega_{cv} = \frac{E_g}{\hbar} + \frac{\hbar\pi^2}{2\mu^* R^2}$, где $\mu^* = \frac{m_e^* \cdot m_h^*}{m_e^* + m_h^*}$.

Действия процессов релаксации на массив КТ одного размера приводят к однородному уширению линии перехода $E_v \to E_c$.

Проводя суммирование в обеих частях (2) и (3), получим следующие уравнения для макроскопической поляризации и разности населенностей $N_v(\rho_{11} - \rho_{22}) = N_1 - N_2$ размерно-квантованных уровней единицы объема рассматриваемой изотропной модели среды:

$$\begin{cases} \ddot{P} + \omega_{cv}^2 P = 2\hbar^{-1}\omega_{cv} \left|\boldsymbol{\mu}_{cv}\right|^2 (N_1 - N_2) E, \\ \partial_t (N_1 - N_2) = -2\hbar^{-1} \omega^{-1}{}_{cv} \dot{P} E. \end{cases} \tag{5}$$

Электрическое поле стационарного импульса частоты ω, распространяющегося в непоглощающей среде при условий $\tau >> 1/\omega$, представляется в виде

$$E(z,t) = \mathrm{E}(z,t)\cos\left(\omega t - kz + \varphi(z,t)\right), \tag{6}$$

Здесь $\mathrm{E}(z,t)$ и $\varphi(z,t)$ – медленно изменяющиеся амплитуда и фаза, удовлетворяющие условиям медленности

$$\partial_t \mathrm{E} << \omega \mathrm{E}, \quad \partial_t \varphi << \omega, \quad \partial_z \mathrm{E} << k\mathrm{E}, \quad \partial_z \varphi << k. \tag{7}$$

Соответствующее представление для поляризации P с аналогичными критериями медленности имеет вид

$$P(z,t) = P_1(z,t)\cos\left(\omega t - kz + \varphi(z,t)\right) + P_2(z,t)\sin\left(\omega t - kz + \varphi(z,t)\right), \tag{8}$$

где разделены вклады в дисперсию P_1 и в поглощение P_2 среды.

С учетом (5)–(8), система уравнений для медленных амплитуд поля и поляризации, при отсутствии фазовой модуляции $\varphi(z,t) = \mathrm{const}$ имеет вид

$$\begin{cases} \partial_t P_1 = -(\Delta\omega/2) P_2, \\ \partial_t P_2 = (\Delta\omega/2) P_1 + \left|\boldsymbol{\mu}_{cv}\right|^2 \hbar^{-1} N \mathrm{E}, \\ \partial_t N = -(\mathrm{E}/\hbar) P_2, \end{cases} \tag{9}$$

где $\Delta\omega = \omega - \omega_{cv}$ расстройка резонанса, $N = N_1 - N_2$. Эволюция состояния среды в условиях когерентного взаимодействия с импульсом света, описываемая системой (9) в отсутствии релаксации, допускает геометрическую интерпретацию в виде векторного уравнения для прецессирующего псевдодиполя $\mathbf{R}$ [7]

$$\partial_t \mathbf{R} = [\boldsymbol{\Omega}, \mathbf{R}], \tag{10}$$

где

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}\left(P_1 N^{-1}{}_v \left|\boldsymbol{\mu}_{cv}\right|^{-1}, P_2 N^{-1}{}_v \left|\boldsymbol{\mu}_{cv}\right|^{-1}, N N^{-1}{}_v\right), \quad \boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Omega}\left(-\left|\boldsymbol{\mu}_{cv}\right| \mathrm{E}/\hbar, 0, \Delta\omega/2\right).$$

Заметим, что необходимо выявление условий СП для стационарного импульса света (имеющего «площадь» $\theta(z)=\frac{|\mu_{cv}|}{\hbar}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{E}(z,t)\,dt$ – угол полного поворота, в терминах вращающегося псевдодиполя $\mathbf{R}$) по мере распространения в среде с сильным размерным квантованием. Самосогласованная процедура описания когерентного взаимодействия включает также волновое уравнение поля $\mathbf{E}$ с функцией источника в правой части в виде поляризации среды. Известно, что для медленных компонент поля и поляризации [1]:

$$\begin{cases}\partial_z \mathrm{E}+(\eta/c)\partial_t \mathrm{E}=-2\pi c^{-1}\eta^{-1}\omega P_2,\\ (\omega\eta c^{-1}-k)\mathrm{E}=-4\pi c^{-1}\eta^{-1}\omega P_1,\end{cases} \tag{11}$$

где η – нерезонансная часть коэффициента преломления. В условиях точного резонанса $\Delta\omega=0$ эффект СП выражается наличием стационарного решения для системы уравнений когерентного взаимодействия (10) и (11) в виде гиперболического секанса

$$\mathrm{E}=\frac{2\hbar}{|\mu_{cv}|q}\sec h\left[(t-z/v_p)/q\right], \tag{12}$$

$$q^2=\frac{c\eta\hbar\left(v_p^{-1}-\eta c^{-1}\right)}{2\pi\omega|\mu_{cv}|^2 N_v}, \tag{13}$$

v_p – скорость движения $\theta=2\pi$ – импульса в среде $(v_p<c/\eta)$. Нетрудно убедиться, что процесс СП (полный поворот вектора псевдодиполя $\mathbf{R}$) может осуществиться и при $\Delta\omega\neq 0$. В частности, при представлении $P_2(\Delta\omega,z,t)=P_2(0,z,t)\chi(\Delta\omega)$ из решения системы (9) получим выражения для поляризации и разности населенностей среды

$$P_1(\Delta\omega,z,t)=-N_v|\mu_{cv}|\Delta\omega q_1\chi(\Delta\omega)\sin\frac{\psi(t)}{2}, \tag{14}$$

$$P_2(\Delta\omega,z,t)=N_v|\mu_{cv}|\chi(\Delta\omega)\sin\psi(t), \tag{15}$$

$$N=N_v\chi(\Delta\omega)\cos\psi(t),\psi(t)=\frac{|\mu_{cv}|}{\hbar}\int_0^t \mathrm{E}(z,t')\,dt', \tag{16}$$

$\psi(t)$ – угол поворота вектора $\mathbf{R}$ вокруг направления $\mathbf{\Omega}$.

Электрическое поле стационарного импульса с «площадью» $\theta(z,t\to\infty)=2\pi$ в отсутствии релаксации

$$\mathrm{E}=\frac{2\hbar}{|\mu_{cv}|q_1}\sec h\left[\frac{t-z/v_p}{q_1}\right],\quad q_1^2=\frac{\left(v_p^{-1}-\eta c^{-1}\right)c\eta\hbar}{2\pi\omega|\mu_{cv}|^2\chi(\Delta\omega)N_v}. \tag{17}$$

Преобразования системы (9) приводят к соотношению $\partial_t \left[(P_1^2 + P_2^2) / |\boldsymbol{\mu}_{cv}|^2 + N^2 \right] = 0,$ определяющему форму функции $\chi(\Delta\omega)$:

$$\chi(\Delta\omega) = (1 + (q_1\Delta\omega)^2 / 4)^{-1}. \quad (18)$$

Из уравнения (12), характеризующего дисперсию, с учетом (13), (15), (16), получим выражения для коэффициентов преломления и поглощения, соответственно, при $\Delta\omega << \omega$, где роль скорости релаксации играет спектральная ширина лазерного импульса q_1^{-1}:

$$\Pi \approx \eta - 2\pi |\boldsymbol{\mu}_{cv}|^2 N_v (\eta\hbar)^{-1} \Delta\omega (q_1^{-2} + (\Delta\omega)^2 / 4)^{-1}, \quad (19)$$

$$K \approx 4\pi\omega |\boldsymbol{\mu}_{cv}|^2 N_v (c\eta\hbar q_1)^{-1} (q_1^{-2} + (\Delta\omega)^2 / 4)^{-1}. \quad (20)$$

Как следует из (17), спектральная ширина ультракороткого лазерного импульса q_1^{-1} и коэффициент поглощения K определяют скорость передвижения 2π-импульса в среде

$$v_p = c\eta^{-1} \left(1 + Kq_1 c\eta^{-1} / 2 \right)^{-1}. \quad (21)$$

Пороговый характер предварительной эволюции импульса продемонстрируется «теоремой площадей»

$$\frac{d\theta(z)}{dz} = -\frac{K_1}{2} \sin\theta(z), \quad (22)$$

что позволяет проследить за поведением импульса по мере продвижения в среде, т.е. за уменьшением поглощения, задержкой, деформацией и разбиением на солитоны, являющихся проявлениями эффекта СП. Здесь

$$K_1 = 4\pi\omega |\boldsymbol{\mu}_{cv}|^2 N_v / (c\eta\hbar). \quad (23)$$

При $\theta(z=0) = \theta_0 < \pi$ импульсы затухают на расстоянии в несколько обратных K_1, а при $\theta_0 > \pi$ импульсы деформируются согласно (22), переходя в 2π-импульсы со стабильной площадью, движущихся через резонансно – поглощающую среду без потерь энергии (стационарные решения (17) системы (9)–(12)).

3. Энергетический баланс резонансного взаимодействия

Энергетический баланс процесса затухания (при $\theta_0 < \pi$) или установления 2π-импульса (при $\theta_0 > \pi$) определяется законом эволюции энергии импульса

$$W = \frac{\eta c}{8\pi} \int \mathbf{E}^2 (z,t) dt. \quad (24)$$

Преобразуем уравнение (11), определяющее поглощение в среде (умножим обе части на $\eta c/8\pi$ и проинтегрируем по t от $-\infty$ до $+\infty$). С учетом $\lim\limits_{t\to\infty}\partial_t\int_{-\infty}^{t}\mathbf{E}^2dt'=0$ получим уравнение эволюции энергии импульса

$$\frac{dW(z)}{dz}=-\frac{\omega}{2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\mathrm{E}(z,t')P_2dt'=\frac{\hbar\omega N_v\chi(\Delta\omega)}{2}\left(\cos\theta(z)-1\right),\qquad(25)$$

где учтено, что угол поворота вектора псевдодиполя $\psi(t)$ удовлетворяет соотношению

$$\frac{d\psi(t)}{dt}=\frac{|\boldsymbol{\mu}_{cv}|\mathrm{E}}{\hbar},$$

и краевым условиям $\psi(z,t\to-\infty)=0$, $\psi(z,t\to\infty)=\theta(z)$.

Потери энергии импульса при его распространении в среде оцениваются путем интегрирования уравнения (25) с учетом теоремы площадей (22), общее решение которого имеет вид

$$\tan[\theta(z)/2]=\tan[\theta_0/2]\cdot\exp\left[-K_1z/2\right].\qquad(26)$$

Приходим к выводу, что процесс деформации импульса с ростом z в энергетическом представлении аналитически моделируется зависимостью

$$W(z)=W_0+\frac{2\beta}{K_1}\cdot\ln\left[\frac{1+e^{-K_1z}\tan^2(\theta_0/2)}{1+\tan^2(\theta_0/2)}\right],\qquad(27)$$

где W_0 – первоначальная энергия импульса $\beta=\hbar\omega N_v\chi(\Delta\omega)/2$, а относительные потери энергии импульса при его становлении в стационарный 2π-импульс следуют из (27):

$$\frac{W_0(z=0)-W(z\to\infty)}{W_0}=\frac{2\beta}{K_1W_0}\ln\left(1+\tan^2\frac{\theta_0}{2}\right)=\frac{c\eta\hbar^2\chi(\Delta\omega)}{4\pi|\boldsymbol{\mu}_{cv}|^2W_0}\ln\left(1+tg^2\frac{\theta_0}{2}\right).\qquad(28)$$

Здесь $|\boldsymbol{\mu}_{cv}|^2$ – квадрат модуля матричного элемента дипольного момента, взятого на волновых функциях $\psi^{e,h}{}_{n,l,m}(r,\theta,\varphi)$ электрона и дырки в сферически - симметричной яме КТ с бесконечно высокими стенками [5]. В частности, для невырожденного перехода $\psi^{h}{}_{n',l',m'}\to\psi^{e}{}_{n,l,m}$, где $n=n'=1$, $l=l'=0$, $m=m'=0$,

$$\boldsymbol{\mu}_{cv}=e\int\limits_V\psi^{e*}\mathbf{r}\psi^h d^3\mathbf{r}=e\sum_Z\psi^{e*}\psi^h\Omega_0\mathbf{p}_{cv}$$

$$=\frac{e\mathbf{p}_{cv}}{2\pi R}\int\limits_0^R\sin^2\left(\frac{\pi n}{R}r\right)dr\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\Upsilon_{l',m'}\cdot\Upsilon_{l,m}d\Omega=\frac{e\mathbf{p}_{cv}}{4\pi}.$$

Здесь $\mathbf{p}_{cv}=\dfrac{1}{\Omega_0}\int_{\Omega_0}u^*_{c0}\mathbf{r}u_{v0}d^3\mathbf{r}$ дипольный момент на блоховских функциях в точке минимума зоны $\mathbf{k}=0$. $\psi^{e,h}$ выражаются через сферические функции Бесселя, удовлетворяющие краевому условию на границе непроницаемой сферы радиуса R, и через шаровые функции $\Upsilon_{l,m}(\theta,\varphi)$. Интегрирование по объему КТ $V=Z\Omega_0$ аппроксимируется как сумма интегралов по объемам кристаллических ячеек Ω_0 полупроводниковой среды материала КТ.

4. Влияния размерных эффектов

Из (28) видно, что относительные потери энергии импульса зависят от формы функции $\chi(\Delta\omega)$ и величины расстройки резонанса $\Delta\omega=\omega-\omega_{cv}$, которая предопределяет также зависимость показателя преломления (20) от длительности импульса q_1. Так что подбором размеров R структурных единиц наносреды можно обеспечить условия фокусировки ($\Delta\omega<0$ если $R<R_0=\pi\hbar^{1/2}(2\mu^*)^{-1/2}(\omega-E_g/\hbar)^{-1/2}$), или дефокусировки ($\Delta\omega>0$, если $R>R_0$) лазерного пучка в зависимости от знака $\Delta\omega$ при фиксированном ω. Размерные эффекты сказываются также на пороге наблюдаемости эффекта СП W_0. Действительно, при соответствующем изменении R, обеспечивающий рост $\Delta\omega$ (в случае фиксированного ω), порог наблюдаемости эффекта СП будет понижаться. Кроме того, варьированием R, приводящим к соответствующим изменениям $\Delta\omega$ и $\chi(\Delta\omega)$, можно повлиять и на ход процесса затухания энергии при установлении 2π -импульса. Создавая возможные условия для слабого затухания, с использованием размерных эффектов путем подбора R (уменьшение коэффициента $2\beta/K_1$ в (27) при росте расстройки), можно обеспечить слабое затухание импульса с $2\pi<\theta_0<3\pi$, площадь которого падает по мере распространения в среде согласно теореме площадей (22). Это приводит к контролируемому уменьшению длительности импульса и одновременному росту его амплитуды. Так что подбором наноструктурных поглощающих сред можно эффективно осуществить формирование ультракоротких импульсов, исследовать задержки распространения импульсов в таких средах в зависимости от начальной площади импульса θ_0 и размеров квазинульмерных структурных единиц среды. В частности, для эффективного сужения импульса когерентного света можно использовать многослойную структуру из чередующихся слоев с квазинульмерными образованиями с монотонным ходом изменения размеров структурных единиц от слоя к слою. Набор таких слоев может обеспечить нарастающий процесс укорачивания импульса, и из многослойной структуры будет выходить импульс с полем в максимуме, превышающим начальное значение. Использование наноструктурных сред дает возможность повлиять на эволюцию коротких импульсов также путем подбора концентрации квазинульмерных образований. Варьированием значений N_v можно контролировать поведение импульса, описываемое теоремой площадей

(22), где $K_1 \sim N_v$, а также его поглощением. Действительно, из выражения (21) видно, что варьированием значений концентрации сферических микрокристаллов и расстройки $\Delta\omega$ можно повлиять на скорость распространения коротких когерентных импульсов в резонансных поглощающих средах

$$v_p = \left(\frac{\eta}{c} + \frac{2\pi\omega \left|\mu_{cv}\right|^2 \cdot N_v}{\eta c\hbar \left(q_1^{-2} + \left(\Delta\omega\right)^2 / 4 \right)} \right)^{-1}. \tag{29}$$

В частности, при росте N_v и уменьшении расстройки $\Delta\omega$ путем соответствующего изменения радиусов R можно вызвать задержку когерентного импульса.

5. Макроскопическая поляризация с учетом дисперсии радиусов сферических КТ

Учтем дисперсию радиусов сферических полупроводниковых микрокристаллов (КТ) в диэлектрической матрице. Технология изготовления подобных систем (например, конденсация в стеклянных матрицах) может приводить к почти непрерывному изменению радиусов шарообразных КТ, которое может описываться, например, нормированной функцией распределения по радиусам [5]

$$\begin{cases} P(u) = \dfrac{3^4 e u^2 \exp\left[-3(3-2u)^{-1}\right]}{2^{5/3}\left(u+3\right)^{2/3}\left(3/2-u\right)^{11/3}}, \quad u < 3/2 \\ P(u) = 0, \quad u > 3/2 \end{cases}, \tag{30}$$

для которого $\int_0^{3/2} P(u)\,du = 1$. Согласно (30), вероятность найти шарообразный КТ с радиусом R в интервале dR есть $P\left(R/\bar{R}\right)\cdot d\left(R/\bar{R}\right)$, где $\bar{R}$ – средний размер шара.

Дисперсия радиусов сферических КТ приводит к тому, что частоты резонансных переходов ω_{cv} также распределены с некоторой вероятностью $g(v)$, где $v = \omega_{cv}/\bar{\omega}_{cv}$, а $\bar{\omega}_{cv}$ – среднее значение частоты перехода $v \to c$ (близкое к несущей частоте падающего импульса $\bar{\omega}_{cv} \sim \omega$). Очевидно, что

$$P\left(R/\bar{R}\right) d\left(R/\bar{R}\right) = g\left(\omega_{cv}/\bar{\omega}_{cv}\right) d\left(\omega_{cv}/\bar{\omega}_{cv}\right),$$

где

$$d\omega_{cv} = -\hbar\pi^2(\mu^*)^{-1}R^{-3}dR, \bar{R} = \hbar^{1/2}\pi[2\mu^*(\bar{\omega}_{cv} - E_g/\hbar)]^{-1/2}.$$

Отсюда следует, что

$$g\left(\omega_{cv}/\omega\right) = \left(1 - E_g/\hbar\omega\right)^{1/2}\left(\omega_{cv}/\omega - E_g/\hbar\omega\right)^{-3/2} P(u)/2.$$

В распределении $g(v) = g\left(\omega_{cv}/\omega\right)$ сместим начало координат по частоте в точку ω. Для этой цели введем новую переменную $\Delta\omega = \omega - \omega_{cv}$, так что $\omega_{cv} / \omega = 1 - \Delta\omega / \omega$. Тогда распределение по частоте перехода дается функцией вероятности

$$G(\Delta\omega) = g\left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega}\right) = \frac{\hbar\omega\left(\hbar\omega - E_g\right)^{1/2}}{2\left(\hbar\omega - \hbar\Delta\omega - E_g\right)^{3/2}} P(u),$$

где

$$u = \left(\frac{\hbar\omega - E_g}{\hbar\omega - \hbar\Delta\omega - E_g}\right)^{1/2}.$$

Макроскопическая поляризация с учетом (8) представляется в виде

$$\begin{aligned}
\mathbf{P} &= \mathbf{e}\int G(\Delta\omega) P(\Delta\omega, z, t)\, d(\Delta\omega) \\
&= \mathbf{e}\int_{\Delta\omega_{\min}}^{\Delta\omega_{\max}} P_1 G(\Delta\omega)\, d(\Delta\omega) \cos\left(\omega t - kz + \varphi(z,t)\right) \qquad (31) \\
&+ \mathbf{e}\int_{\Delta\omega_{\min}}^{\Delta\omega_{\max}} P_2 G(\Delta\omega)\, d(\Delta\omega) \sin\left(\omega t - kz + \varphi(z,t)\right),
\end{aligned}$$

где $\Delta\omega$ – переменная интегрирования. Распределение $G(\Delta\omega)$ приводит к неоднородному уширению линии перехода. Здесь P_1 и P_2 описывают поведение поляризации среды при прохождении «2π-импульса» и даются выражениями (14) и (15). Согласно распределению (30), радиусы шарообразных КТ размещены в интервале $0 \le R \le 3\overline{R}/2$. Однако учет модификации электронного спектра предъявляет весьма жесткие требования к размерам КТ вследствие эффектов размерного квантования. Критический размер $D_{\min}$ КТ зависит от величины разрыва c-зоны в соответствующем гетеропереходе, используемом для получения КТ. В частности, для прямозонных квантовых ям в системе $GaAs - Al_{0.4}Ga_{0.6}As$ характерный диаметр сферической КТ не должен быть меньше 40 Å, в противном случае при конечных температурах тепловой выброс носителей из КТ может привести к их опустошению [8]. Так что в рассматриваемой модели дисперсия радиусов КТ осуществляется в интервале $R_{\min} \le R \le 3\overline{R}/2$, где $R_{\min} \approx 2$ нм.

Для соответствующих частот переходов имеем

$$\omega_{cv}^{\min} \le \omega_{cv} \le \omega_{cv}^{\max},$$

где

$$\omega_{cv}^{\min} = \frac{E_g}{\hbar} + \frac{2\hbar\pi^2}{9\mu^* \overline{R}^2}, \omega_{cv}^{\max} = \frac{E_g}{\hbar} + \frac{\hbar\pi^2}{2\mu^* R_{\min}^2}.$$

Вводя в качестве переменного $\Delta\omega$, приходим к неравенству

$$\Delta\omega_{\min} \le \Delta\omega \le \Delta\omega_{\max},$$

где

$$\Delta\omega_{\min} = \omega - \frac{E_g}{\hbar} - \frac{\hbar\pi^2}{2\mu^* R_{\min}^2}, \Delta\omega_{\max} = \frac{5}{9}\left(\omega - \frac{E_g}{\hbar}\right).$$

Следует учесть, что превышение энергии кванта падающего излучения $\hbar\omega$ над энергией перехода не должно превосходить энергию оптического фонона: $\hbar\omega - \left(\frac{E_g}{\hbar} + \frac{\hbar\pi^2}{2\mu^* R_{\min}^2}\right) \le \hbar\omega_{opt} \sim 40$ мэВ с целью подавления соответствующих процессов релаксации. С учетом (14), (15) и (31) зависимость поляризации среды от поля падающего излучения представляется нелинейным выражением

$$\mathbf{P} = \frac{N_v \left|\boldsymbol{\mu}_{cv}\right|^2 q_1^2}{2\hbar}\left[-I_1 \cdot \mathbf{E} + \frac{2}{q_1} I_2 \cdot \mathbf{E}^{'}\left(1 - \frac{\left|\boldsymbol{\mu}_{cv}\right|^2 q_1^2}{4\hbar^2}\mathrm{E}^2(z,t)\right)^{1/2}\right], \tag{32}$$

где $\mathrm{E}(z,t) = \frac{2\hbar}{\left|\boldsymbol{\mu}_{cv}\right| q_1}\sin\frac{\psi(t)}{2}$ – стационарное решение (17), а интегралы от $\Delta\omega$ имеют вид

$$I_1 = \int\limits_{\Delta\omega_{\min}}^{\Delta\omega_{\max}} \Delta\omega\left(1 + (q_1\Delta\omega)^2/4\right)^{-1} G(\Delta\omega)\, d(\Delta\omega),$$

$$I_2 = \int\limits_{\Delta\omega_{\min}}^{\Delta\omega_{\max}} \left(1 + (q_1\Delta\omega)^2/4\right)^{-1} G(\Delta\omega)\, d(\Delta\omega).$$

Здесь первое слагаемое в правой части в квадратных скобках приблизительно синфазно с полем $\mathbf{E}$, а второе слагаемое, где $\mathbf{E}^{'} = \mathbf{e}\mathrm{E}(z,t)\sin\left(\omega t - kz + \varphi(z,t)\right)$, сдвинуто по фазе относительно $\mathbf{E}$ приблизительно на $\pi/2$. В выражении (32) второй член в скобках описывает вклад в поглощение излучения средой в случае слабых импульсов (ниже порога нелинейного пропускания). Очевидно, что самоиндуцированная прозрачность интенсивных ультракоротких импульсов, проходящие через среду без ослабления, наступает при интенсивностях

$$\mathrm{E}^2(z,t) \sim 4\hbar^2 \left|\boldsymbol{\mu}_{cv}\right|^{-2} q_1^{-2}.$$

Так что трудности реализации эффекта СП можно обойти при использовании больших дипольных моментов перехода $\left|\boldsymbol{\mu}_{cv}\right|$ и времен релаксации (позволяющие повысить значения q_1). С учетом малости коэффициента $\left|\boldsymbol{\mu}_{cv}\right|^2 q_1^2 \hbar^{-2}/4$ поляризацию среды можно представить в следующем приближенном виде

$$\mathbf{P} = \frac{N_v \left|\boldsymbol{\mu}_{cv}\right|^2 q_1^2}{2\hbar}\left(-I_1\mathbf{E} + \frac{2}{q_1} I_2 \mathbf{E}'\right) - \frac{N_v \left|\boldsymbol{\mu}_{cv}\right|^4 q_1^3}{8\hbar^3} I_2 \mathrm{E}^2(z,t)\mathbf{E}'. \tag{33}$$

$G(\Delta\omega)$ преобразуется к виду $G(\Delta\omega) = \hbar\omega u^3 (\hbar\omega - E_g)^{-1} P(u)/2.$

Переходя к интегрированию по u в пределах $R_{\min}\hbar^{-1}\pi^{-1}\left[2\mu^*\left(\hbar\omega - E_g\right)\right]^{1/2}$ $\leq u \leq 3/2$ и при значениях $q_1 \sim 10^{-12}$ сек, $E_g = 1.424$ эВ, $\hbar\omega \sim 3{,}7$ эВ, получим

$$I_1 = 2^{1/3}3^4 e\frac{\omega\left(\hbar\omega - E_g\right)}{\hbar q_1^2}J_1,\ I_2 = 2^{1/3}3^4 e\frac{\omega}{q_1^2}J_2\,,$$

где $J_1 = 3.23\times10^{-32}$ сек^2, $J_2 = 5.7\times10^{-29}$ сек^2. Численные оценки интегралов J_1 и J_2 свидетельствуют об увеличении полной скорости затухания поляризации вследствие неоднородного уширения из-за дисперсии радиусов КТ. Очевидно, что фактор затухания обусловлен интерференцией всех индуцированных диполей в квантовых точках с частотами, распределенными в пределах интервала частот неоднородного уширения. Затухание из-за неоднородного уширения истолковывается как процесс расфазировки, который подавляет макроскопическую удельную поляризацию. В течение времени неоднородного затухания $T_2^* < T_2'$ индуцированные падающим излучением диполи в КТ различных размеров расфазируются друг относительно друга и могут создавать лишь весьма малую макроскопическую поляризацию.

6. Заключение

Теоретическое рассмотрение эффекта самоиндуцированной прозрачности в системе размерно-квантованных уровней сферических наноразмерных квантовых точек показывает влияние размерных эффектов на ход процессов резонансного и квазирезонансного взаимодействий ультракоротких импульсов со средой. Рассмотрение проведено и в случае однородных по размерам квантовых точек в диэлектрической матрице, а также с учетом дисперсии их радиусов, приводящей к неоднородному уширению. Обсуждается энергетический баланс в ходе процесса распространения импульса излучения в наносреде. Выводится и анализируется выражение для макроскопической поляризации среды с учетом факторов затухания из-за расфазировки излучающих диполей.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Комитета по науке МОН РА в рамках научного проекта №18SH-1C005.

ЛИТЕРАТУРА

1. **И.А. Полуэктов, Ю.М. Попов, В.С. Ройтберг,** УФН, **114**(9), 97 (1974).
2. **Г.Т. Адамашвили**, Письма в ЖТФ, **37**, 17 (2011).
3. **А.И. Маймистов**, Квантовая электроника, **40**, 9 (2010).
4. **Л. Аллен, Дж. Эберли**, Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М., «Мир», (1978), 222 с.
5. **Ал.Л. Эфрос, А.Л. Эфрос**, ФТП, **16**, 1209 (1982).

6. **Р. Пантел, Г. Путхоф**, Основы квантовой электроники. М., «Мир», (1972), 382 с.
7. **Г.С. Никогосян, Г.Г. Никогосян**, Ученые записки ШГУ, **1**, вып Б, 172 (2017).
8. **Н.Н. Леденцов, В.М. Устинов, В.А. Щукин, П.С.Копьев, Ж.И. Алферов, Д. Бимберг**, ФТП, **32(**4), 385 (1998).

ԻՆՔՆԱՄԱԿԱԾՎԱԾ ԹԱՓԱՆՑԵԼԻՈՒԹՅԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹԸ ԳՆԴԱՁԵՎ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԿԵՏԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՒՄ, ՈՒԺԵՂ ՉԱՓԱՅԻՆ ՔՎԱՆՏԱՑՄԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ

Հ.Ս. ՆԻԿՈՂՈՍՅԱՆ, Վ.Ֆ. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ,
Ս.Լ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Գ.Հ. ՆԻԿՈՂՈՍՅԱՆ

Դիտարկվում է չափային քվանտացման ներգործությունը ինքնամակածված թափանցելիության երևույթի ընթացքի վրա գնդաձև քվանտային կետերի համակարգում, անվերջ բարձր պատերով գնդաձև համաչափ քվանտային հորում, միջգոտիական անցման պարզագույն մոդելի շրջանակում: Ստացված են նանոչափական միջավայրում տարածման և 2π-իմպուլսի վերաձևավորման ընթացքում գերկարճ իմպուլսի էներգիայի էվոլյուցիայի, էներգիայի հարաբերական կորստի արտահայտությունները, ինչպես նաև միջավայրի բևեռացման վեկտորի արտահայտությունը, հաշվի առնելով քվանտային կետերի շառավիղների դիսպերսիայից բխող անհամասեռ ընդլայնումը: Դիտարկվում է այն դեպքը, երբ ըստ շառավիղների բաշխումը նկարագրվում է Լիֆշից–Սլեզովի բանաձևով:

EFFECT OF SELF-INDUCED TRANSPARENCY IN A MASSIVE OF SPHERICAL QUANTUM DOTS UNDER THE CONDITIONS OF STRONG DIMENSIONAL QUANTIZATION

H.S. NIKOGHOSYAN, V.F. MANUKYAN,
S.L. HARUTYUNYAN, G.H. NIKOGHOSYAN

The influence of dimensional quantization at the expense of the self-induced transparency in the system of spherical quantum dots in the frames of the interband model with the spherical symmetrical wall is considered. Expressions, describing the evolution of the energy ultraviolet pulses are obtained. The relative energy losses when it becomes a 2π-pulse as it propagates in a nanoscale medium is considered, and also the polarization of the medium non-homogeneous broadening, coming from the radius dispersion of spherical quantum dots is obtained. The case when the radial distribution is described by the Lifshitz-Slezov formula is considered.