

УДК 535.564

РЕЗОНАНСНОЕ ВРАЩЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ В ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ

М.А. ДАВТЯН^{1*}, Ж.С. ГЕВОРКЯН^{2,3}

¹Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

²Национальная научная лаборатория им. А.И. Алиханяна, Ереван, Армения

³Институт радиофизики и электроники НАН Армении, Аштарак, Армения

*e-mail: mher.davtyan@gmail.com

(Поступила в редакцию 23 апреля 2019 г.)

Теоретически исследовано вращение поляризации ТЕ-волн в одномерных разбавленных фотонных кристаллах. Выявлен резонансный характер поляризационного вращения. Показано, что на резонансных частотах угол поворота принимает только дискретные значения. Результаты теории сравниваются с экспериментом.

1. Введение

Фотонный кристалл представляет собой систему с периодической диэлектрической проницаемостью. Он обладает многими интересными свойствами, связанными как с прохождением, так и с изменением поляризации [1] падающих электромагнитных волн. Изменение поляризации электромагнитной волны при распространении в среде с неоднородной диэлектрической проницаемостью известно давно [2–5]. Принято считать, что в приближении геометрической оптики, когда длина волны намного меньше, чем характерный масштаб неоднородности, изменение угла поляризации незначительно [6]. Однако в противоположном пределе вращение поляризации является значительным. В предыдущей работе [7] исследовалось вращение поляризации ТН-волн. Здесь мы рассмотрим случай ТЕ-волны и ситуацию, когда основной вклад в центральную дифрагированную волну дают моды поперечного движения фотона с отрицательной энергией. Этот случай соответствует условиям недавно проведенного эксперимента [7].

Рассмотрим диэлектрическую среду с двумерной неоднородностью диэлектрической проницаемости (см. Рис.1). Неоднородность среды в плоскости xOy будет учитываться через пространственно зависимую двумерную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon(x, y)$.

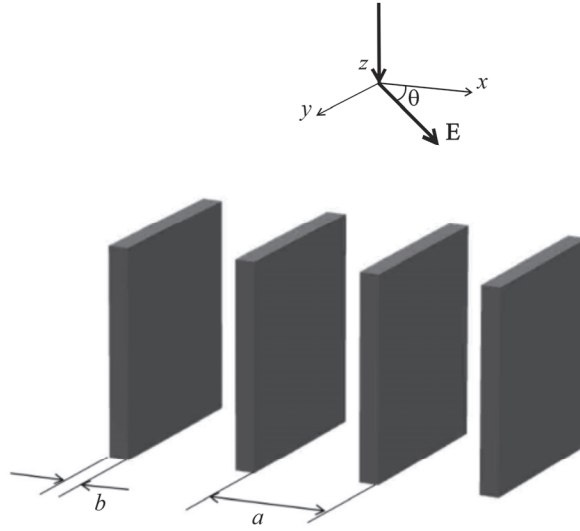


Рис.1. Геометрия задачи.

Предположим, что плоская волна входит в среду из полупространства $z < 0$ (при нормальном падении). Используя уравнения Максвелла, можно получить волновое уравнение для $\mathbf{E}$.

$$\nabla^2 \mathbf{E}(x, y, z) + k_0^2 \varepsilon(x, y) \mathbf{E}(x, y, z) - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}(x, y, z)) = 0, \quad (1)$$

где $k_0 = \omega / c$ – волновое число, соответствующее угловой частоте ω падающего фотона. Как увидим ниже, последний член уравнения (1) вызывает вращение вектора $\mathbf{E}$ в плоскости xOy . Ищем решение волнового уравнения для падающей в направлении z волны как произведение быстро и медленно меняющихся функций $\tilde{E}(x, y, z)$

$$\mathbf{E}(x, y, z) = e^{ik_0 z} \tilde{\mathbf{E}}(x, y, z). \quad (2)$$

Подставляя уравнение (2) в уравнение (1) и пренебрегая второй производной $\tilde{E}$ по z , получаем

$$i \frac{d\tilde{\mathbf{E}}}{dx} = \hat{\mathbf{H}}(x, y) \tilde{\mathbf{E}},$$

где $\tilde{\mathbf{E}} \equiv (\tilde{E}_x \quad \tilde{E}_y)^T$, $\hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{H}}_0 + \hat{\mathbf{V}}_{so}$. Игнорирование второй производной $\tilde{E}$ по z оправдано тем, что в разбавленной системе с малой долей диэлектрика свет в основном распространяется в положительном направлении z , без обратного рассеяния. Явное выражение $\hat{\mathbf{H}}_0$

$$\hat{\mathbf{H}}_0 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2k_0} \nabla_t^2 + \frac{k_0}{2} (1 - \varepsilon(x, y)) & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2k_0} \nabla_t^2 + \frac{k_0}{2} (1 - \varepsilon(x, y)) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $\nabla_t^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ а член расщепления дается выражением

$$\hat{V}_{so} = \frac{1}{2k_0} \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2}{\partial y^2} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Таким образом, проблема распространения электромагнитных волн в разбавленной диэлектрической среде с периодической неоднородностью сводится к квантовому движению частицы с массой k_0 в двумерном периодическом потенциальном поле $0.5k_0(1 - \varepsilon(x, y))$, где пространственная координата z играет роль времени. Следовательно, вычисление спектра гамильтониана $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}_{so}$ может обеспечить возможность для анализа поляризационных эффектов в разбавленном фотонном кристалле. Для этого представим решение уравнения (3) через собственные функции Гамильтониана H

$$\tilde{E}(x, y, z) = \sum_n c_n e^{-iE_n z} e_n(x, y) \quad (6)$$

и

$$\hat{H}e_n(x, y) = E_n e_n(x, y). \quad (7)$$

Наконец, подстановка уравнения (6) в уравнение (2) дает решение уравнения Максвелла

$$E(x, y, z) = e^{ik_0 z} \sum_n c_n e^{-iE_n z} e_n(x, y), \quad (8)$$

которая может служить основой для качественного анализа спектральных свойств разбавленных систем.

2. Спектр фотонного кристалла

Рассматривая проблему без взаимодействия $\hat{V}_{so} \equiv 0$ в работе [8], было показано, что основные изменения в прошедшей центральной дифрагированной волне связаны с состояниями в центре первой зоны Бриллюэна с квазиимпульсом $q = 0$. Более того, мы изучаем случай, когда основной вклад в центральную дифрагированную волну дают моды с отрицательной энергией трансверсального движения фотона $E_n < k_0$. Для симметричной модели Кронига-Пенни в одномерном случае диэлектрическая проницаемость имеет вид

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } 0 < x < a - b \\ \varepsilon & \text{if } a - b < x < a. \end{cases} \quad (9)$$

Используя периодичность $u(x)$ и ее производных, волновая функция состояния Блоха $u(x) \equiv u_{q=0}(x)$ может быть представлена в виде, справедливом для уровней

энергии $E_0 \equiv E(q=0) < 0$, которые должны удовлетворять дисперсионному соотношению (12):

$$\begin{aligned} u_1(x) &= \frac{A}{\cosh(\beta(a-b)/2)} \cosh \beta \left(x - \frac{a-b}{2} \right), \quad 0 < x < a-b, \\ u_2(x) &= \frac{A}{\cos(\alpha b/2)} \cos \alpha \left(x + \frac{b}{2} \right), \quad 0 < x < a-b, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\beta = \sqrt{2k_0|E_0|}$, $\alpha = \sqrt{2k_0(V_d - |E_0|)}$, $V_d = k_0(\epsilon - 1)/2$. A можно найти из условия нормализации $\int_0^a dx u_{q=0}^2(x) = 1$. Волновая функция состояния Блоха $u(x, y)$ удовлетворяет уравнению Шредингера

$$\left[-\frac{1}{2k_0} \nabla_t^2 + V(x) \right] u(x) = E_0 u(x), \quad (11)$$

а энергия $E_0 = E(q=0) < 0$ (для состояния $q=0$) определяется из аналогичного одномерного дисперсионного соотношения Кронига-Пенни

$$1 = \cos \alpha b \cosh \beta(a-b) - \frac{\alpha^2 - \beta^2}{2\alpha\beta} \sin \alpha b \sinh \beta(a-b). \quad (12)$$

3. Вращение поляризации в одномерном случае

В одномерном случае спин-орбитальное взаимодействие имеет вид

$$\hat{V}_{soid} = \frac{1}{2k_0} \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Взаимодействие $\hat{V}_{soid}$ расщепляет E_0 на два энергетических уровня. Чтобы найти расщепление энергии в приближении среднего поля, подставим вместо оператора $\hat{V}_{soid}$ его математическое ожидание v и диагонализирем 2×2 матричный гамильтониан

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} E_0 + v & 0 \\ 0 & E_0 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где

$$v = \frac{1}{2k_0} \int_0^a dx u(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x). \quad (15)$$

Легко найти собственные значения и соответствующие собственные функции матричного уравнения (14)

$$\begin{aligned} e_1 &= c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad E_1 = E_0 + v, \\ e_2 &= c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad E_2 = E_0, \end{aligned} \quad (16)$$

где c_1, c_2 произвольные постоянные. Далее можно вычислить угол поворота вектора поляризации при распространении волны через среду. Для электрического поля центральной дифрагированной волны, используя уравнения (8) и (16), получим

$$\begin{pmatrix} E_x(x, z) \\ E_y(x, z) \end{pmatrix} = \left[e^{i(k_0 - E_1)z} \mathbf{e}_1 + e^{i(k_0 - E_2)z} \mathbf{e}_2 \right] u(x). \quad (17)$$

Вводя обозначение $c = c_2 / c_1$, при $z = L$ из уравнения (17) можно записать

$$\tan \theta(L) = \frac{E_y(z=L)}{E_x(z=L)} = ce^{-ivL}. \quad (18)$$

Начальный угол поляризации θ_0 при $L = 0$ равен

$$\tan \theta_0 = \frac{c_2}{c_1} = c. \quad (19)$$

Применяя формулу (19) и вычисля действительную часть угла поворота θ , из уравнения (18) получаем

$$\operatorname{Re}[\theta(L)] = \frac{1}{2} \operatorname{arccot} \frac{\cot 2\theta_0}{|\cos v_{ld} L|}, \quad (20)$$

где v_{ld} параметр расщепления, который вычисляется путем подстановки уравнения (10) в уравнение (15)

$$v_{ld} = \frac{A^2}{2k_0} \left(\frac{\beta^2}{\cosh^2(\beta(a-b)/2)} \left(\frac{\sinh \beta(a-b)}{2\beta} + \frac{a-b}{2} \right) - \frac{\alpha^2 \left(\frac{b}{2} + \frac{\sin(\alpha b)}{2\alpha} \right)}{\cos^2(\alpha b/2)} \right), \quad (21)$$

где

$$A^2 = \left[\frac{1}{\cosh^2(\beta(a-b)/2)} \left(\frac{\sinh \beta(a-b)}{2\beta} + \frac{a-b}{2} \right) + \frac{\left(\frac{b}{2} + \frac{\sin(\alpha b)}{2\alpha} \right)}{\cos^2(\alpha b/2)} \right]^{-1}. \quad (22)$$

На Рис. 2 представлена зависимость модуля параметра расщепления v_{ld} от волнового числа k .

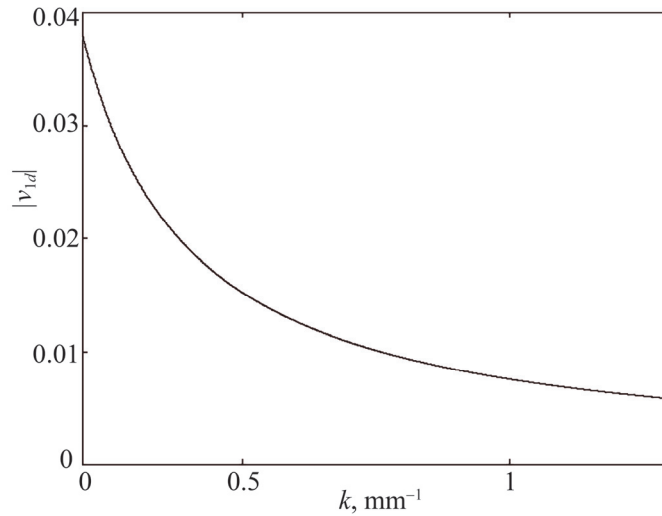


Рис.2. Зависимость параметра расщепления от волнового числа при $a = 10$ мм, $b = 0.5$ мм, $\varepsilon = 10$.

4. Резонансные волновые числа

Из уравнения (20) мы видим, что при

$$v_{ld}L = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n = 0, \pm 1, \dots, \quad (23)$$

происходит резкое изменение поляризации. В этом случае $\text{Re}\theta(L) = 0$, если $0 < \theta < \pi/4$, и $\text{Re}\theta(L) = \pi/2$, если $\pi/4 < \theta < \pi/2$. Таким образом, для резонансных частот $\cos v_{ld}(k_0)L = 0$ в зависимости от начального угла поляризации, $\text{Re}\theta(L)$ принимает только два значения – 0 и $\pi/2$. Для нахождения теоретических резонансных частот из уравнения (21), вычислено $v_{ld}(k_0)$ для разных длин волн и обнаружено, что первая резонансная частота появляется при $k_0 \sim 0.47 \text{ mm}^{-1}$, что очень близко к резонансной частоте, обнаруженной экспериментально в работе [7]. Итак, теоретические результаты для резонансной поляризации соответствуют экспериментальным наблюдениям.

ЛИТЕРАТУРА

1. **J.D. Joannopoulos, S.G. Johnson, J.N. Winn, R.D. Meade.** Princeton University Press, 2008.
2. **R. Horodecki et al.** Rev. Mod. Phys., **81**, 865 (2009).
3. **V.V. Vladimirskii.** Dokl. Akad. Nauk SSSR, **21**, 222 (1941).
4. **Y.A. Kravtsov, Y.I. Orlov.** Geometrical Optics of Inhomogeneous Media, Moscow, Nauka, 1980.
5. **S.I. Vinitski, et al.** Usp. Fiz. Nauk, **160**(6), 1 (1990).

6. **K.Y. Bliokh, Y.P. Stepanovskii.** JETP, **97**, 479 (2003).
7. **Z. Gevorkian, A. Hakhoumian, V. Gasparyan, E. Cuevas.** Scientific Reports, **7(1)**, 16593 (2017).
8. **Z. Gevorkian, V. Gasparian, E. Cuevas.** EPL, **113**, 64003 (2016).

ԲԵՎԵՌԱՑՄԱՆ ՌԵԶՈՆԱՆՍԱՅԻՆ ՊՏՈՒՅՏԸ ՖՈՏՈՆԱՅԻՆ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ
Մ.Ա. ԴԱՎԹՅԱՆ, Ժ.Ս. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Տեսականորեն հետազոտվել է TE-ալիքների բևեռացման պտույտը միաչափ նոսր ֆոտոնային բյուրեղներում: Բացահայտվել է բևեռացման պտույտի ռեզոնանսային բնույթը: Ցույց է տրվել որ ռեզոնանսային հաճախությունների դեպքում պտտման անկյունը ընդունում է միայն դիսկրետ արժեքներ: Տեսական արդյունքները համեմատվել են փորձի հետ:

RESONANCE POLARIZATION ROTATION IN PHOTONIC CRYSTALS

M.A. DAVTYAN, Z.S. GEVORKIAN

Rotation of polarization of TE waves in one dimensional dilute photonic crystal is theoretically investigated. Resonance character of polarization rotation is revealed. It is shown that rotation angle at resonant frequencies acquires only discrete values. Results of theory are compared with the experiment.