Известия НАН Армении, Физика, т.54, №2, с.172–184 (2019)

УДК 530.001

СПЕКТР ИЗЛУЧЕНИЯ СГУСТКА ПОЗИТРОНОВ, КАНАЛИРОВАННЫХ В ПЛОТНО УПАКОВАННЫХ НАНОТРУБКАХ

К.Л. ГЕВОРГЯН[1,2*], Л.А. ГЕВОРГЯН[2]

[1]Ереванский государственный университет, Ереван, Армения
[2]Национальная научная лаборатория им. А.И. Алиханяна, Ереван, Армения

[*]e-mail: koryun.gevorgyan@ysumail.am

(Поступила в редакцию 5 декабря 2018 г.)

Решена задача об излучении релятивистского сгустка позитронов, каналированных в плотно упакованных нанотрубках. Для усредненного поля нанотрубки использован модельный параболический потенциал. Каналированные позитроны осциллируют с одинаковой частотой, но с разными амплитудами, равными расстоянию от точки входа позитрона в нанотрубку до ее оси. Поляризация среды нанотрубки приводит к появлению нижнего порога энергии сгустка для образования излучения. Границы частотного интервала излучения зависят также от амплитуды осциллирующего позитрона. Впервые получено аналитическое выражение для спектра суммарного излучения в дипольном приближении. Под нулевым углом генерируются как жесткие (гамма), так и мягкие (рентгеновские) фотоны. Направленные пучки фотонов имеют важное практическое применение.

1. Введение

В 1947 г. В.Л. Гинзбургом предложено использовать релятивистский сгусток электронов для генерации микрорадиоволнового излучения, образованного при прохождении сгустка через внешнее периодическое поле, создаваемое магнитами (ондулятор) [1]. Мотц и др. провели эксперимент по обнаружению ондуляторного излучения в области радиоволн [2]. В миллиметровом диапазоне генерировалось излучение с большой интенсивностью из-за когерентных эффектов. Проявленный большой интерес к изучению ондуляторного излучения был стимулирован появлением работы Годвина [3] и Корхмазяна [4], где предлагалось генерировать ультрафиолетовое и более жесткое излучение при помощи ускорителей. В работе [5] предложено использовать оптическое ондуляторное излучение, генерируемое в прозрачной среде для регистрации частиц высоких энергий. В работе [6] выявлено, что приведенная в указанных работах интерпретация оптического излучения связана с раздельным рассмотрением гармоник. С помощью суммирования излучений всех гармоник показано, что оптическое ондуляторное излучение генерируется под углом излучения Вавилова-Черенкова, а его интенсивность пренебрежимо мала. Поэтому оптическое излучение, образованное в ондуляторе со средой, не применимо для создания детектора заряженных частиц высоких энергий.

Практический интерес представляет исследование жесткого ондуляторного излучения в диспергирующей среде [7–9]. Излучение на данной гармонике в ограниченном интервале частот возникает, когда энергия заряженной частицы больше порогового значения, которое уменьшается обратно пропорционально номеру гармоник. На граничных частотах фотоны излучаются под нулевым углом. Из-за сложного эффекта Доплера при определенном условии частотный спектр излучения сужается [8]. Сужается также и угловой спектр вокруг нулевого угла. Эффект сужения спектра имеет место и при излучении каналированных частиц в кристалле [10].

Явление каналирования было объяснено Линдхардом [11] в 1965 г. заменой потенциалов отдельных атомов кристалла потенциалом, усредненным по продольным координатам плоскостей кристалла. Кумахов предсказал интенсивное жесткое излучение при каналировании [12]. В канале атомных плоскостей с гармоническим потенциалом позитрон осциллирует с частотой, зависящей также от его энергии. Если плоскости кристалла имеют синусоидальную форму, максимальный угол деформации которых меньше угла Линдхарда (условие существования кристаллического ондулятора (КО)), то явление каналирования сохраняется и позитрон в среднем совершает колебание с пространственным периодом деформации. При этом образуется также ондуляторное излучение [13]. Излучение, образованное в КО, исследовалось в [14] без учета поляризации среды и в работах [15,16] – с учетом поляризации. При учете поляризации среды появляется порог на степень изогнутости кристалла. Работа [17] посвящена изучению спонтанного и стимулированного излучений, как в кристаллическом, так и в нанотрубном ондуляторах. После открытия нанотрубок [18] была исследована траектория движения каналированного в нанотрубке позитрона вне зависимости от его угла падения [19].

В данной работе исследуются характеристики суммарного излучения сгустка позитронов, каналированных в нанотрубках. Такая задача была ранее решена в работах [20–23] для плоскостного каналирования позитронов сгустка в кристаллах. В отличие от кристалла, где колебания каналированных позитронов происходят в плоскостях перпендикулярных плоскостям решетки, колебания каналированных позитронов в нанотрубках реализуются в плоскостях, содержащих точки попадания в канал и оси нанотрубок. В случае кристалла распределение по амплитудам равномерно, а в случае нанотрубки – прямо пропорционально расстоянию от точки попадания в канал до оси нанотрубки.

2. Траектория позитрона, каналированного в потенциальной яме нанотрубки

В работе [19] рассчитаны траектории каналированных позитронов. Показано, что с расчетным потенциалом нанотрубки хорошо согласуется потенциал вида $U_s = U_0 s^6$, где $U_0 -$ глубина потенциальной ямы в энергетических единицах, $s = r / R\left(0 \le s \le 1\right)$, $r -$ начальное расстояние позитрона от оси нанотрубки, $R -$ радиус нанотрубки.

В нанотрубке позитрон с начальными координатами (s, ψ) осциллирует с амплитудой s в плоскости, содержащей ось нанотрубки и единичный радиус-вектор $\mathbf{e}_\psi$ $\left(0 \le \psi \le 2\pi\right)$. Частота колебаний позитрона при использовании потенциала вида $U_0 s^6$ зависит от амплитуды s, что с одной стороны усложняет расчет спектральной интенсивности излучения, а с другой стороны теряется монохроматичность направленного излучения, образованного позитронным сгустком. Выбор потенциала вида $U_0 s^6$ обусловлен тем, что данный потенциал согласуется с расчетным потенциалом [19] также для малых значений s. Однако заметим, что при этом как число каналированных позитронов, так и интенсивность их излучения $\left(\sim s^2\right)$ являются малыми величинами. Поскольку нас интересует суммарный спектр интенсивности излучения всех каналированных позитронов сгустка, то вкладом позитронов с малыми s в суммарный спектр можно пренебречь. В отдаленных областях от оси нанотрубки усредненное поле хорошо описывается расчетным потенциалом.

Таким образом, при нахождении спектрального распределения интенсивности излучения сгустка каналированных позитронов будем использовать гармонический потенциал

$$U\left(s\right) = U_0 s^2 . \tag{1}$$

В такой потенциальной яме нанотрубки позитроны осциллируют с одинаковой частотой

$$\Omega_{ch} = \frac{\Omega_0}{\sqrt{\gamma}}, \quad \Omega_0 = \frac{c\sqrt{2\nu}}{R}, \quad \nu = \frac{U_0}{mc^2}, \tag{2}$$

где γ – релятивистский Лоренц фактор, c – скорость света в вакууме, m – масса позитрона, $\Omega_0 = 2\pi c / l_0$ и $l_0 = 2\pi R / \sqrt{2\nu}$ – собственная частота и пространственный период нанотрубки.

Траектория позитрона с начальными координатами (s, ψ) имеет следующий вид

$$\mathbf{s}\left(s, \psi, z\right) = s\cos\left(k_{ch} z\right)\mathbf{e}_\psi + \frac{z}{R}\mathbf{e}_z, \quad k_{ch} = \frac{\Omega_{ch}}{\beta_z c}, \tag{3}$$

где β_z – средняя продольная скорость в единицах c.

Поскольку при излучении энергетические потери позитрона ничтожно малы, то с большой точностью можно считать скорость позитрона β постоянной величиной:

$$\beta^2 = \beta_z{}^2(z) + \beta_\psi{}^2(z). \tag{4}$$

Позитрон в нанотрубке совершает как поперечные, так и продольные колебания:

$$\boldsymbol{\beta}(s,\psi) = \beta_\psi(z)\ \mathbf{e}_\psi + \beta_z(z)\mathbf{e}_z, \tag{5}$$

где поперечная компонента скорости изменяется по синусоидальному закону

$$\beta_\psi(z) = \beta_\psi(s)\sin k_{ch} z, \quad \beta_\psi(s) = s\sqrt{\frac{2\nu}{\gamma}}. \tag{6}$$

Если определить среднюю продольную скорость позитрона в нанотрубке как $\beta_z = \sqrt{\beta_z{}^2(z)}$, то с учетом выражений (4) и (6) имеем

$$\beta_z{}^2(s) = \beta^2 - \beta_\psi{}^2(s)/2. \tag{7}$$

Для среднего значения продольного Лоренц фактора γ_z, используя выражения $\beta^2 = 1-\gamma^{-2}$ и $\beta_z{}^2(s) = 1-\gamma_z{}^{-2}(s)$, имеем

$$\gamma_z(s) = \frac{\gamma}{Q(s)}, \quad Q(s) = 1+\mu s^2, \quad \mu = \nu\gamma = \frac{q^2}{2}, \tag{8}$$

где $q = \sqrt{2\nu\gamma}$ – параметр осцилляции каналированного в нанотрубке позитрона с максимальной амплитудой.

3. Поле излучения каналированного позитрона

Поле излучения позитрона с начальными координатами (s,ψ), образованное при каналировании в нанотрубке длиной L, представляется следующим интегралом по траектории (с точностью до постоянного множителя) [24]:

$$\mathbf{E}_{(s,\psi)}(\omega,\vartheta,\varphi) = \int_{-L/2}^{L/2} \left[\mathbf{n}\times\boldsymbol{\beta}(s,\psi)\right] \exp\left[i\left[\frac{\omega}{V_z}z - \mathbf{k}(\vartheta,\varphi)\mathbf{r}(s,\psi)\right]\right] dz,$$

$$\mathbf{r}(s,\psi) = R\mathbf{s}(s,\psi) = Rs\cos(k_{ch}z)\mathbf{e}_\psi + z\mathbf{e}_z, \ \mathbf{k} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon(\omega)}\mathbf{n}, \tag{9}$$

$$\mathbf{n} = \sin\vartheta \mathbf{e}_\varphi + \cos\vartheta \mathbf{e}_z,$$

где $\mathbf{n}$ – единичный вектор волнового вектора $\mathbf{k}(\vartheta,\varphi)$ с базисными векторами $\mathbf{e}_\varphi$, $\mathbf{e}_z$ в поперечном и продольном направлениях; ϑ – полярный, а φ – азимутальный углы излучения, $\varepsilon(\omega)$ – диэлектрическая проницаемость среды нанотрубки.

Используя формулу Эйлера для выражения $\sin k_{ch} z$, а также, учитывая выражения (5) и (6), векторное произведение под интегралом (9) можно представить в виде

$$\left[\mathbf{n}\times\boldsymbol{\beta}(s,\psi)\right]=\beta_z\sin\vartheta\left[\mathbf{e}_\varphi\times\mathbf{e}_z\right]$$
$$+\frac{i}{2}\beta_\psi\left[\left[\sin\vartheta\left[\mathbf{e}_\varphi\times\mathbf{e}_\psi\right]+\cos\vartheta\left[\mathbf{e}_z\times\mathbf{e}_\psi\right]\right]\left(e^{ik_{ch}z}-e^{-ik_{ch}z}\right).\tag{10}$$

Экспонента под интегралом в (9) с учетом $R/c=\sqrt{2\nu}/\Omega_0$, $\mathbf{e}_\varphi\mathbf{e}_\psi=\cos(\varphi-\psi)$ и $\mathbf{e}_\varphi\mathbf{e}_z=\mathbf{e}_\psi\mathbf{e}_z=0$ преобразуется и имеет следующий вид:

$$\exp\left[\left(i\frac{\omega}{V_z}\left(1-\beta_z\sqrt{\varepsilon}\right)\cos\vartheta\right)z\right]\exp\left[i\alpha(s)\cos(\varphi-\psi)\cos(k_{ch}z)\right],$$
$$\alpha(s)=\frac{\omega}{\Omega_0}\sqrt{2\nu}s\sqrt{\varepsilon}\sin\vartheta.\tag{11}$$

Известно, что релятивистские частицы излучают под малыми углами, поэтому можно применять дипольное приближение независимо от значения параметра осцилляций. В этом приближении основной вклад в излучение дает первая гармоника $(p=1)$. Разлагая функцию Бесселя первого порядка в ряд по малому параметру $\alpha(s)$ и оставляя первый член разложения, можно получить выражение для поля излучения. Однако в данной работе использован другой способ для вычисления поля излучения. Разлагая вторую экспоненту в выражении (11) в ряд по малому параметру $\alpha(s)$ и оставляя первые два члена разложения, получаем

$$1-\frac{\alpha(s)}{2}\cos(\varphi-\psi)\left(e^{ik_{ch}z}+e^{-ik_{ch}z}\right),\tag{12}$$

где использована формула Эйлера для выражения $\cos k_{ch}z$. В подынтегральном выражении (9) с учетом (10), (11) и (12) необходимо оставить только те слагаемые, в которых аргумент экспоненты равен

$$i\frac{\omega}{V_z}\left(1-\beta_z\sqrt{\varepsilon}-\frac{\Omega_{ch}}{\omega}\right)z\ .\tag{13}$$

Данное выражение может принимать нулевое значение в жесткой области частот $(\varepsilon<1)$, что следует из закона сохранения энергии-импульса. Если в нанотрубке позитрон совершает многократные осцилляции, выражения с подобными аргументами не обращаются в нуль в отличие от остальных слагаемых в (9). С учетом вышесказанного получаем следующее выражение

$$\mathbf{E}_{(s,\psi)}=\frac{i}{2}\left(\beta_\psi(s)\cos\vartheta\left[\mathbf{e}_\psi\times\mathbf{e}_z\right]-\beta_z\sqrt{\varepsilon}\alpha(s)\sin\vartheta\cos(\varphi-\psi)\left[\mathbf{e}_\varphi\times\mathbf{e}_z\right]\right)J(\omega),$$
$$J(\omega)=\int\limits_{-L/2}^{L/2}\exp\left[i\frac{\omega}{V_z}\left(1-\beta_z\sqrt{\varepsilon}\cos\vartheta-\frac{\Omega_{ch}}{\omega}\right)z\right]dz.\tag{14}$$

Диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon(\omega)$ имеет следующую зависимость от частоты ω, намного превышающую плазменную частоту среды ω_p $(\omega\gg\omega_p)$:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2 / \omega^2 . \tag{15}$$

Если число колебаний позитрона n в нанотрубке большая величина

$$n = \frac{L}{l_{ch}} = \frac{L}{l_0\sqrt{\gamma}} = \frac{n_0}{\sqrt{\gamma}} \gg 1, \quad n_0 = \frac{L}{l_0}, \quad l_0 = \frac{2\pi R}{\sqrt{2\nu}}, \tag{16}$$

то поле излучения отлично от нуля, когда аргумент экспоненты мал. Поэтому в аргументе экспоненты (14) правомерно использовать следующие представления

$$\beta_z = 1 - \frac{Q(s)}{2\gamma^2}, \quad \sqrt{\varepsilon} = 1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2}, \quad \cos\vartheta = 1 - \frac{\vartheta^2}{2}, \tag{17}$$

а в выражении перед интегралом с большой точностью можно считать

$$\beta_z \approx 1, \ \sqrt{\varepsilon} \approx 1, \ \cos\vartheta \approx 1, \ \sin\vartheta \approx \vartheta.$$

Тогда для поля излучения каналированного в нанотрубке позитрона имеем

$$\mathbf{E}_{(s,\psi)}(\omega,\vartheta,\varphi) = \\ i\frac{sl_0}{2}\sqrt{\frac{2\nu}{\gamma}}\left([\mathbf{e}_\psi \times \mathbf{e}_z] - \frac{\omega}{\Omega_{ch}}\vartheta^2\cos(\varphi-\psi)[\mathbf{e}_\varphi \times \mathbf{e}_z]\right)\frac{\sin n_0 Y}{Y}, \tag{18}$$

$$Y = \frac{\pi}{2}\frac{\omega}{\Omega_0}\left(\vartheta^2 + \gamma^{-2}Q(s) + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{2\Omega_0}{\omega\sqrt{\gamma}}\right).$$

4. Спектральное распределение числа излученных фотонов

Частотно-угловое распределение интенсивности излучения осциллятора задается формулой [24]

$$\frac{d^2W}{d\omega dO} = \frac{e^2\omega^2}{4\pi^2c^3}|\mathbf{E}|^2, \quad |\mathbf{E}|^2 = \mathbf{E}\cdot\mathbf{E}^*, \tag{19}$$

где $dO = \sin\vartheta d\vartheta d\varphi \approx (d\vartheta^2 d\varphi)/2$ – телесный угол излучения, e – заряд электрона, $\mathbf{E}^*$ – комплексно-сопряженная величина $\mathbf{E}$. При расчете $|\mathbf{E}|^2$ воспользуемся следующими выражениями для скалярного произведения единичных векторов

$$[\mathbf{e}_\psi \times \mathbf{e}_z]\cdot[\mathbf{e}_\varphi \times \mathbf{e}_z] = \cos(\varphi-\psi), \quad |[\mathbf{e}_\psi \times \mathbf{e}_z]|^2 = |[\mathbf{e}_\varphi \times \mathbf{e}_z]|^2 = 1, \tag{20}$$

Частотно-угловое распределение числа излученных фотонов получается при делении формулы (19) на энергию излученного фотона $\hbar\omega$, где $\hbar = h/2\pi$, h – постоянная Планка. При этом удобно перейти к безразмерной частоте $x = \omega/(\Omega_0\gamma^{3/2})$ и углу $u = \vartheta\gamma$ (в единицах $1/\gamma$). Тогда имеем

$$\frac{d^3N_{ph}(s,\psi)}{dxdu^2d\varphi}=\frac{\alpha\nu x}{4}s^2\left[\left(1-xu^2\right)^2\cos^2(\varphi-\psi)+sin^2(\varphi-\psi)\right]\frac{\sin^2 n_0Y}{Y^2},$$

$$Y=\frac{\pi x}{2\sqrt{\gamma}}\left[u^2-\varphi_s(x)\right],$$

$$\varphi_s(x)=\frac{2}{x}-Q(s)-\frac{r}{x^2}=\varphi_0(x)-\mu s^2,\ \varphi_0(x)=\frac{2}{x}-1-\frac{r}{x^2}, \tag{21}$$

$$r=\frac{\gamma_0}{\gamma}\ ,\quad \gamma_0=\gamma_p{}^2=\left(\frac{l_0}{\lambda_p}\right)^2.$$

Здесь $\alpha=e^2/\hbar c=1/137-$ постоянная тонкой структуры, λ_p- плазменная длина волны среды нанотрубки. Если $n_0\gg 1$, то с точностью до малых порядка $1/n_0$ можно воспользоваться известным пределом для δ – функции Дирака

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sin^2 n_0Y}{Y^2}=\pi n_0\delta(Y),\qquad \delta(Y)=\frac{2\sqrt{\gamma}}{\pi x}\delta\left(u^2-\varphi_s(x)\right). \tag{22}$$

Тогда вместо (21) имеем следующее распределение

$$\frac{d^3N_{ph}(s)}{dxdu^2d\varphi}=K_0s^2\left[1+\left[\left(1-xu^2\right)^2-1\right]\cos^2(\varphi-\psi)\right]\delta\left(u^2-\varphi_s(x)\right), \tag{23}$$

$$K_0=\frac{\alpha n_0\nu\sqrt{\gamma}}{2}.$$

После интегрирования выражения (23) по du^2 и $d\varphi$ получаем частотное распределение числа фотонов в зависимости от радиальной координаты s и энергии сгустка γ

$$\frac{dN_{ph}(s)}{dx}=Ks^2F_s(x),\ F_s(x)=1+\left[\left(1+\mu s^2\right)x-1+\frac{r}{x}\right]^2,$$

$$K=\pi K_0=\frac{\pi\alpha n_0\nu\sqrt{\gamma}}{2}. \tag{24}$$

Излучение образуется в интервале частот

$$x_-(s)=\frac{1-\sqrt{1-\left(1+\mu s^2\right)r)}}{1+\mu s^2}\le x\le\frac{1+\sqrt{1-\left(1+\mu s^2\right)r)}}{1+\mu s^2}=x_+(s), \tag{25}$$

что является решением неравенства $\varphi_s(x)\ge 0$.

Из выражения (25) следует, что излучение имеет энергетический порог, зависящий от s

$$\gamma_{th}(s)=\gamma_0\left(1+\mu s^2\right),\qquad \mu=\nu\gamma. \tag{26}$$

При энергиях $\gamma\ge\gamma_{th}(s)$ граничные частоты в (25) действительны. Когда позитрон движется параллельно оси нанотрубки $\left(s=0,\ \gamma_{th}(0)=\gamma_0\right)$, излучение не образуется.

Отметим также, что частотное распределение получено в дипольном приближении, когда параметр осцилляций позитрона с амплитудой колебаний s меньше единицы ($q(s)=q\cdot s<1$, где $q=\sqrt{2\nu\gamma}$). Следовательно, формула (24) применима для следующих энергий:

$$\gamma_0<\gamma_{th}(s)\le\gamma\le 1/\left(2\nu s^2\right),\quad s\ne 0. \tag{27}$$

5. Особенности частотного распределения числа фотонов в зависимости от энергии позитрона

Анализ показывает, что при энергиях $\gamma_{th}(s)<\gamma\le 4\gamma_{th}(s)$ и $\gamma>4\gamma_{th}(s)$ частотные распределения существенно отличаются. В первом случае функция $F_s(x)$ принимает свое минимальное значение на частоте $x_{\min}$

$$F_s\left(x_{\min}(s)\right)=1+\left(2\sqrt{r\left(1+\mu s^2\right)}-1\right)^2,\quad x_{\min}(s)=\sqrt{\frac{r}{1+\mu s^2}}. \tag{28}$$

Значения исследуемой функции удовлетворяют неравенству

$$F_s\left(x_-(s)\right)=F_s\left(x_+(s)\right)=2>F_s\left(x_{\min}(s)\right). \tag{29}$$

Во втором случае $\left(\gamma>4\gamma_{th}(s)\right)$ точка минимума превращается в точку локального максимума и появляются две точки минимума

$$x_{\min}^{(1,2)}(s)=\frac{1-\sqrt{1-4r\left(1+\mu s^2\right)}}{2\left(1+\mu s^2\right)}\ . \tag{30}$$

В этих точках $F_s=1$. Заметим, что интенсивность излучения пропорциональна s^2. Отметим, что при энергиях $\gamma_0=\gamma_{th}(0)<\gamma_{th}(1)=\gamma_1$ на частоте x из частотной области (23) излучение каналированного позитрона имеет место, если амплитуда колебаний $s\le s(x)=\sqrt{\varphi_0(x)/\mu}$. С увеличением γ увеличивается также $s(x)$ и при $\gamma=\gamma_1$ излучение образуется только на частоте $x=r=1/(1+s)$ и $s(r)=1$. При этом, чем меньше s, тем шире частотная область излучения. При $s\ll 1$ имеем

$$1-\sqrt{\mu}<x<1+\sqrt{\mu}\ . \tag{31}$$

6. Спектр излучения сгустком позитронов

Рассмотрим сгусток, состоящий из N_b позитронов, который движется параллельно осям плотно упакованных нанотрубок. Тогда примерно $0.9N_b$ позитронов попадают в канал и каналируются внутри нанотрубки [19]. Вероятность попадания позитронов в кольцо нанотрубки с площадью $2\pi s ds$ равна $2sds$, поскольку площадь нанотрубки равна π.

Чтобы определить частотное распределение суммарного излучения сгустка позитронов удобно распределение единичного позитрона представить в виде

$$\frac{dN_{ph}(s)}{dx} = KN_{ch}s^2F_s(x), \quad F_s(x) = 1 + f_0(x) + 2\mu f_1(x)s^2 + \mu^2x^2s^4,$$
$$f_0(x) = \left(x - 1 + \frac{r}{x}\right)^2, \quad f_1(x) = x^2 - x + r, \tag{32}$$

где N_{ch} – число позитронов сгустка, каналированных в нанотрубках. Тогда необходимо распределение (32) умножить на вероятность $2sds$ и проинтегрировать по переменной s в интервале $[0; s(x)]$. Если в излучение на частоте x вносят вклад все позитроны сгустка, то верхний предел интегрирования $s(x) = 1$.

Заметим, что в области энергий $\gamma \in (\gamma_1; \gamma_m)$, где $\gamma_m = 1/(2\nu)$, распределение (32) применимо для всех значений s. При этом интервал излучаемых частот разбивается на три части:

$$\left[x_-(0); x_-(1)\right]; \left[x_-(1); x_+(1)\right]; \left[x_+(1); x_+(0)\right]. \tag{33}$$

В первой и третьей частях в излучение на частоте x вносят вклад только позитроны сгустка с $s \le s(x)$, а во второй – все позитроны сгустка.

Граничные частоты второго интервала $x_\mp(1)$, совпадающие при $\gamma = \gamma_1$, расходятся друг от друга при увеличении γ до значения $\gamma_c = \sqrt{\gamma_0\gamma_m}$. Ширина интервала достигает своего максимального значения $2 - \sqrt{2\mu_0}$ при $\gamma = \gamma_c$. Отметим, что граничная частота $x_-(1)$ с увеличением энергии γ $\left(\gamma \le \gamma_c / \sqrt{2}\right)$ постепенно уменьшается, а частота $x_+(1)$ увеличивается.

При энергиях $\gamma_c / \sqrt{2} < \gamma \le \gamma_c$ уширение интервала происходит за счет более быстрого уменьшения граничной частоты $x_-(1)$. Ширина третьего интервала увеличивается по закону $2\mu / (1 + \mu)$.

В результате получаем следующее спектральное распределение числа фотонов, излученных сгустком позитронов, каналированных в нанотрубках:

$$\frac{dN_{tot}}{dx} = KN_bF(x), \quad K = \frac{\pi\alpha\nu n_0\sqrt{\gamma}}{2},$$
$$F(x) = \left(1 + f_0(x)\right)\frac{s^4(x)}{2} + 2\mu f_1(x)\frac{s^6(x)}{3} + \mu^2x^2\frac{s^8(x)}{4}, \tag{34}$$

где

$$
s(x)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{1}{\mu}\left(\dfrac{2}{x}-1-\dfrac{r}{x^2}\right)}, & x\in\left[x_-(0);x_-(1)\right]\cup\left[x_+(1);x_+(0)\right],\\ \qquad 1\ , & x\in\left[x_-(1);x_+(1)\right],\end{cases}
$$

$$
x_-(1)=\frac{1-\sqrt{1-r-\mu_0}}{1+\mu},\quad x_+(1)=\frac{1+\sqrt{1-r-\mu_0}}{1+\mu}\ , \tag{35}
$$

$$
x_-(0)=1-\sqrt{1-r)}\ ,\qquad x_+(0)=1+\sqrt{1-r)}.
$$

На рис.1 представлены спектры суммарного числа фотонов, излученных

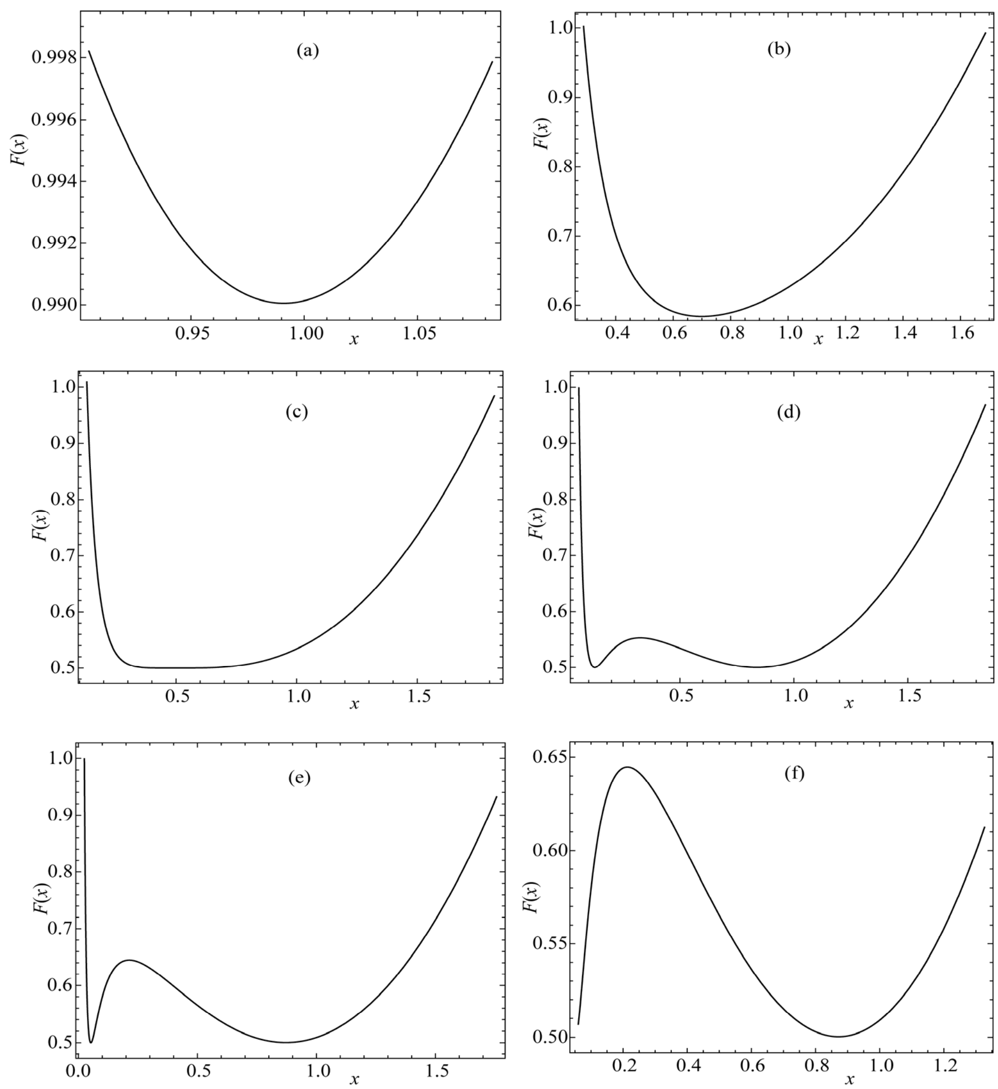

Рис.1. Суммарный спектр числа фотонов, излученных позитронным сгустком для разных значений энергий, приведенных в таблице.

позитронным сгустком, в частотном интервале $x \in \left[x_-(1); x_+(1)\right]$. Для построения графика функции $F(x)$

$$F(x) = \left(1 + f_0(x)\right)\frac{1}{2} + 2\mu f_1(x)\frac{1}{3} + \mu^2 x^2 \frac{1}{4}, \quad x = \frac{\omega}{\Omega_0 \cdot \gamma^{3/2}},$$
$$f_0(x) = \left(x - 1 + \frac{r}{x}\right)^2, \quad f_1(x) = x^2 - x + r\ . \tag{36}$$

в случаях различных значений энергии сгустка позитронов используем следующие значения параметров нанотрубки [19]: радиус нанотрубки $R = 7$ Å, глубина потенциальной ямы $U_0 = 32$ эВ ($\nu = 6.26 \cdot 10^{-5}$), собственный пространственный период $l_0 = 3.93 \cdot 10^{-5}$ см, плазменная длина волны среды нанотрубки $\lambda_p = 4 \cdot 10^{-6}$ см ($\hbar\omega_p = 31$ эВ). Тогда для нижнего и верхнего пороговых значений энергии имеем $E_0 = 49.3$ МэВ ($\gamma_0 = 96.48$), $E_1 = 49.63$ МэВ ($\gamma_1 \approx 97$).

Параметр $\mu_0 = \nu\gamma_0 = 6.04 \times 10^{-3}$, $E_m = 4.08$ ГэВ ($\gamma_м = 8 \times 10^3$), $E_c = \sqrt{E_0 E_m} = 448.5$ МэВ ($\gamma_c \approx 877.7$). Значения параметров r, μ, $x_-(0)$, $x_-(1)$, $x_+(1)$, $x_+(0)$ для разных значений энергий сгустка приведены в таблице.

	E, ГэВ	γ	r	$r + \mu_0$	μ	$x_-(0)$	$x_-(1)$	$x_+(1)$	$x_+(0)$
a	0.05	97.85	0.986	0.992	0.006125	0.882	0.905	1.083	1.11183
b	0.1	195.7	0.493	0.499	0.01225	0.288	0.288	1.687	1.712
c	0.202	395.4	0.244	0.25	0.02475	0.1305	0.13	1.82	1.8695
d	0.4486	877.83	0.11	0.116	0.055	0.0566	0.0567	1.84	1.944
e	1	1957	0.0493	0.0553	0.1225	0.025	0.025	1.7568	1.975
f	4.08	7987	0.012	0.018	0.5	0.00602	0.0603	1.327	1.994

7. Заключение

Задача об излучении сгустка позитронов, каналированных в системе из плотно упакованных нанотрубок, решена в дипольном приближении. При этом параметр осцилляций позитронов в нанотрубках предполагается меньше единицы.

Если позитроны моноэнергетического сгустка попадают в каналы нанотрубок в направлении вдоль их кристаллографических осей, то в случае гармонического потенциала поля нанотрубок позитроны осциллируют с амплитудами, равными их радиальной координате при входе в канал нанотрубки. Из-за диспергирующей среды нанотрубки появляется нижний энергетический порог излучения. Чем больше амплитуда колебаний позитрона, тем больше как энергетический порог, так и параметр осцилляций. Заметим, что с увеличением энергии сгустка параметр осцилляции линейно возрастает. Поэтому дипольное приближение применимо при энергиях, меньших верхнего энергетического порога. При этом в спектре излучения доминирующей является первая гармоника излучения.

Получено аналитическое выражение для частотного распределения числа излученных фотонов на всем диапазоне частот. Показано, что зависимость суммарного излучения от энергии сгустка существенна. Рассчитаны спектры излучения для различных значений энергий сгустка в диапазонах частот, где в излучение вносят вклад почти все каналированные позитроны. Вне этих областей частот спектральные распределения являются убывающими функциями до нулевого значения. Фотоны с граничными как мягкими, так и жесткими частотами излучаются под или вблизи нулевого угла. Пучки таких фотонов имеют важное практическое применение. Следует отметить, что в области этих частот дипольное приближение применимо и при больших энергиях сгустка.

ЛИТЕРАТУРА

1. **В.Л. Гинзбург.** Известия АН СССР, Сер. Физика, **11**, 165 (1947).
2. **Г. Мотц.** Миллиметровые и субмиллиметровые волны. М. ИЛ., 1959, Применение излучения быстрых электронных пучков, 195-209 (1959).
3. **R.P. Godwin.** Springer Tracts in Modern Physics, **51**, 1 (1969).
4. **Н.А. Корхмазян**. Изв. АН Арм. ССР, Физика, **5,** 287; **5** 418 (1970).
5. **В.Л. Гинзбург.** Письма ЖЭТФ, **16**, 501 (1972).
6. **Л.А. Геворгян, Н.А. Корхмазян**. ЖЭТФ, **76**, 1226 (1979).
7. **Л.А. Геворгян, Н.А. Корхмазян**. Научное сообщение ЕФИ, **66**, 273 (1977).
8. **L.A. Gevorgian, N.A. Korkhmazian**. Phys. Lett. A, **75**, 453 (1979).
9. **Л.А. Геворгян, Н.А. Корхмазян**. Авторское свидетельство No 784729, 1970.
10. **В. А.Базылев, Н.К. Жеваго**. Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях, М., Наука, 1987.
11. **J. Lindhard**, Physics Uspekhi, **99**, 249 (1969).
12. **M.A. Kumakhov**. Phys. Lett. A, **57**, 17 (1976).
13. **V.V. Kaplin, S.V. Plotnikov, S.A. Vorobiev**. Zh. Tekh. Fiz., **50**, 1079 (1980).
14. **A.V. Korol, A.V. Soloviev, W. Greiner**. Int. J. Mod. Phys., **8**, 49 (1999).
15. **L.A. Gevorgian, R.O. Avakian, K.A. Ispirian, R.A. Ispirian**. JETP Letters, **68**, 467 (1998).
16. **L.A. Gevorgian, R.O. Avakian, K.A. Ispirian, A.H. Shamamian**. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B, **227**, 104 (2005).
17. **R.O. Avakian, L.A. Gevorgian, K.A. Ispiryan, R.K. Ispiryan**. Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz., **68**, 437, (1998); Nucl. Instr. Meth. B, **173**, 112 (2001).
18. **S. Ijima**. Nature, **354**, 56 (1991).
19. **L. A. Gevorgian, K. A. Ispiryan, R. K. Ispiryan**. Nuclear Instruments and Methods in

Physics Research Section B, **145**, 155 (1998).
20. **L. Gevorgian, L. Hovsepyan**. Proc. SPIE, **6634**, 663408 (2007).
21. **L.A. Gevorgian**. Intensive quasi-monochromatic, directed X-ray radiation of planar channeled positron bunch, In book "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena-Channeling 2008", World Scientific, 370-377 (2010).
22. **Л.А. Геворгян, Л.А. Овсепян**. Изв. НАН Армении, Физика, **42**, 131 (2007).
23. **Л.А. Овсепян**. Изв. НАН Армении, Физика, **42**, 138 (2007).
24. **J.D. Jackson**. Classical Electrodynamics, New York, Wiley, 3rd ed., 1999.

ԽԻՏ ԴԱՐՍՎԱԾ ՆԱՆՈԽՈՂՈՎԱԿՆԵՐՈՒՄ ՈՒՂՂՈՐԴՎԱԾ ՊՈԶԻՏՐՈՆՆԵՐԻ ԹԱՆՁՐՈՒԿԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՍՊԵԿՏՐԸ

Կ.Լ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Լ.Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Լուծվել է ռելյատիվիստիկ թանձրուկի՝ խիտ դարսված նանոխողովակներում ուղղորդված պոզիտրոնների ճառագայթման խնդիրը: Նանոխողովակում միջինացված դաշտի համար օգտագործվել է մոդելային պարաբոլիկ պոտենցիալ: ՈՒղղորդված պոզիտրոնները տատանվում են նույն հաճախությամբ, սակայն տարբեր լայնույթով՝ նանոխողովակի առանցքից պոզիտրոնի մուտքի հեռավորությանը հավասար: Բևեռացված միջավայրում ճառագայթման ձևավորման համար գոյանում է էներգիայի ներքին շեմ: Ճառագայթման հաճախային տիրույթի սահմանները կախված են պոզիտրոնի տատանման լայնույթից: Առաջին անգամ ստացվել են թանձրուկի ճառագայթման սպեկտրի համար անալիտիկ առնչություն դիպոլային մոտավորությամբ: Զրո անկյան տակ ճառագայթվում է ինչպես կոշտ (գամմա), այնպես էլ փափուկ (ռենտգենյան) ֆոտոններ: Ֆոտոնների ուղղված փնջերը ունեն կարևոր գործնական կիռարություն:

SPECTRUM OF RADIATION OF A BUNCH OF POSITRONS CHANNELED IN DENSELY PACKED NANOTUBES

K.L. GEVORGYAN, L.A. GEVORGIAN

The problem of the radiation of a relativistic bunch of positrons channeled in densely packed nanotubes was solved. A model parabolic potential was used for the average nanotube field. The channeled positrons oscillate with the same frequency, but with different amplitudes equal to the distance from the point of entry of the positron in the nanotube to its axis. The polarization of the nanotube environment leads to the appearance of a lower energy threshold for the formation of radiation. The boundaries of the frequency interval of radiation also depend on the amplitude of the oscillating positron. For the first time an analytical expression for the spectrum of the total radiation is obtained in the dipole approximation. At a zero angle, both hard (gamma) and soft (X-ray) photons are generated. Directed photon beams have important practical applications.