

УДК 537.86

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ МНОЖЕСТВЕННЫХ ЦЕЛЕЙ ПО ПРИНЯТОМУ СИГНАЛУ OFDM РАДАРА

Г.А. МКРТЧЯН

Институт радиофизики и электроники НАН Армении, Аштарак, Армения

e-mail: goromkrtchyan@gmail.com

(Поступила в редакцию 28 декабря 2018 г.)

Предложен алгоритм, устанавливающий однозначное соответствие между элементами множества расстояний $\{R\} = (r_0, r_1, \dots, r_{L-1})$ и множества скоростей $\{V\} = (v_0, v_1, \dots, v_{L-1})$, полученных в OFDM радаре отдельно двумя ортогональными 1D быстрыми дискретными преобразованиями Фурье (БПФ). Метод основан на генерации всех возможных комбинаций между элементами $\{R\}$ и $\{V\}$ множеств, построении модели канальной импульсной характеристики $[\hat{H}_m]_{n,k}$ для каждой комбинации и сравнении с экспериментально полученной формой $[\tilde{H}]_{n,k}$ для определения наиболее правдоподобной комбинации расстояний и скоростей. Установлено, что наилучшим критерием правдоподобия является минимизация нормы межматричной дистанции $d_\infty(\hat{H}, \tilde{H}) = \max_{1 \leq n \leq N} \max_{1 \leq k \leq K} |\hat{h}_{n,k} - \tilde{h}_{n,k}|$.

1. Введение

Технология сигналообразования, основанная на мультиплексировании с ортогональным частотным разделением (OFDM), является доминирующей в современных беспроводных коммуникационных сетях, а также в цифровом аудио- и телевидении. Основными преимуществами OFDM являются: устойчивость к многолучевому распространению, гибкость и адаптивность формирования сигналов, особенно с широким и компактным спектром [1–3]. Исходя из схожести коммуникационных и радарных задач, как то – передача и прием сигналов OFDM технологии, привлекли внимание как потенциальные радарные сигналы. По сравнению с традиционными радарными сигналами OFDM сигналы имеют ряд существенных преимуществ, заключающихся в возможности передачи информации [4,5], одновременного определения дальности и радиальной скорости целей [6,7], устойчивости к флуктуации эффективной поверхности целей [8,9] и возможности их идентификации. Специально для радарных применений были развиты различные методы формообразования и обработки OFDM сигналов, позволяющие

эффективное детектирование и определение параметров целей [10–13]. Однако, эти методы требуют больших вычислительных ресурсов, особенно при условии детектирования, сопровождения и идентификации множественных целей, что и препятствует широкому приложению (использованию) OFDM сигналов в радарных задачах. В настоящей работе предложен относительно простой алгоритм для радарного отображения множественных целей с применением OFDM сигналов.

2. Алгоритм формирования гипотетичных матриц рассеяния

В качестве зондирующего сигнала радара рассмотрим фрейм из k OFDM символов, состоящих из N ортогональных на временном интервале T поднесущих частот f_n , модулированных символами a_{nk} каждая. Условием ортогональности поднесущих является

$$\Delta f = f_n - f_{n-1} = 1/T. \quad (1)$$

Не нарушая общности дальнейших преобразований примем, что все поднесущие несут одинаковую парциальную мощность и имеют прямоугольную волновую форму на длительности T . В соответствии с этим временную функцию зондирующего сигнала OFDM на несущей частоте можно представить в виде

$$S_{Tx}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{K-1} a_{n,k} \text{rect}(t - kT, T) e^{j2\pi n \Delta f t} e^{j2\pi f_0 t}. \quad (2)$$

Принятый радарный сигнал представляет собой суперпозицию отраженных от L целей зондирующих сигналов. В качестве характеристик i -ой цели примем расстояние до места приема r_i , радиальную скорость v_i и затухание на отражение и распространение ρ_i . Тогда, если принять, что $\tau_i = 2r_i/c$ время запаздывания и $f_{d,i} = (2v_i/c)f_0$ – доплеровский сдвиг частоты, то временную функцию принятого сигнала представим в виде

$$S_{Rx}(t) = \sum_{i=1}^L \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{K-1} \rho_i a_{n,k} \text{rect}(t - kT - \tau_i, T) e^{j2\pi n \Delta f (t - \tau_i)} e^{-j2\pi f_0 \tau_i} + n(t). \quad (3)$$

После выборки с частотой $f_s = N/T$ получим дискретную форму

$$S_{Rx}(p, k) = \sum_{i=0}^{L-1} \rho_i e^{-j2\pi f_0 \tau_i} \sum_{n=0}^{N-1} a_{n,k} e^{j2\pi n p / N} e^{-j2\pi f_{d,i} k T} e^{-j2\pi n \Delta f \tau_i}. \quad (4)$$

Следуя матричным преобразованиям, развитым в [14] принятые модулирующие символы представимы как

$$[D]_{n,k} = \sum_{i=0}^{L-1} \rho_i a_{n,k} e^{-j2\pi f_0 \tau_i} e^{-j2\pi f_{d,i} k T} e^{-j2\pi n \Delta f \tau_i}. \quad (5)$$

Поскольку на месте приема радарного сигнала мы знаем точное значение моду-

лирующих символов $a_{n,k}$ посланного зондирующего сигнала, то мы можем получить матрицу рассеяния $[H_{n,k}]$ для среды, содержащей L целей, путем поэлементного деления матрицы принятых символов $[\tilde{D}]_{n,k}$ и матрицы посланных символов $[A]_{n,k}$, в виде

$$[\tilde{H}]_{(n,k)} = \frac{[\tilde{D}]_{n,k}}{[A]_{n,k}} = \sum_{i=0}^{L-1} \rho_i e^{-j2\pi f_0 \tau_i} e^{-j2\pi f_{d,i} k T} e^{-j2\pi n \Delta f \tau_i}. \quad (6)$$

Как видим, матрица рассеяния полностью определяется набором задержек $(\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_{L-1})$ и соответствующим набором доплеровских сдвигов частоты $f_{d_0}, f_{d_1}, \dots, f_{d_{L-1}}$ или, что то же, набором расстояний $\{R\} = (r_0, r_1, \dots, r_{L-1})$ и скоростей $\{V\} = (v_0, v_1, \dots, v_{L-1})$. Эти наборы можно однозначно определить, применив к $[\tilde{H}]_{n,k}$ двумерное (2D) БПФ [13,14]

$$Y(u, l) = \sum_{n=0}^{K-1} \sum_{m=0}^{N-1} \tilde{H}(n, k) e^{-j2\pi k u / K} e^{-j2\pi n l / N}, \quad (7)$$

где $u = 0, 1, \dots, K-1$ и $l = 0, 1, \dots, N-1$ обобщенные координаты скоростей и расстояний, соответственно. Хотя метод 2D БПФ определяет и ставит однозначное соответствие между множествами $\{R\}$ и $\{V\}$, он трудно реализуем в условиях быстрого сканирования большого объема пространства и требования высокого разрешения по дальности и скоростям, так как при этих условиях резко увеличиваются объемы требуемых вычислительных ресурсов и их стоимость.

В то же время существуют простые и экономичные методы определения $\{R\}$ и $\{V\}$ множеств – по-отдельности применяя к $[\tilde{H}]_{n,k}$ 1D БПФ по столбцам, что определяет $\{R\}$, и строкам – для определения $\{V\}$ [15,16].

К сожалению, при множественных целях теряется однозначное соответствие между расстоянием r_i и скоростью v_i i -ой цели.

Для установления однозначного соответствия между $\{R\}$ и $\{V\}$, полученных простым 1D БПФ процессингом, мы предлагаем следующий алгоритм. Создадим все возможные неповторяющиеся комбинации соответствия между $\{R\}$ и $\{V\}$, обозначив эти пары индексом $m - \{R\}_m \{V\}_m$. Соответственно с этим, из (6) можем сформировать гипотетические матрицы рассеяния $[\hat{H}_m]_{n,k}$ и провести их сравнение с экспериментально полученной матрицей рассеяния $[\tilde{H}]_{n,k}$ с целью установления комбинации $\{R\}_m \{V\}_m$, наиболее соответствующей измеренным данным зондирования OFDM сигналом.

3. Критерии проверки гипотез и результаты

Для реализации предложенного алгоритма проверки гипотез $\{R\}_m \{V\}_m$ необходимо установить критерий схожести гипотетических матриц рассеяния $[\hat{H}_m]_{n,k}$ с матрицей реализации $[\tilde{H}]_{n,k}$.

Для оценки схожести двух произвольных матриц $A(a_{i,j})$ и $B(b_{i,j})$ необходимо определить норму измерения дистанции между матрицами. Существуют различные нормы [17]:

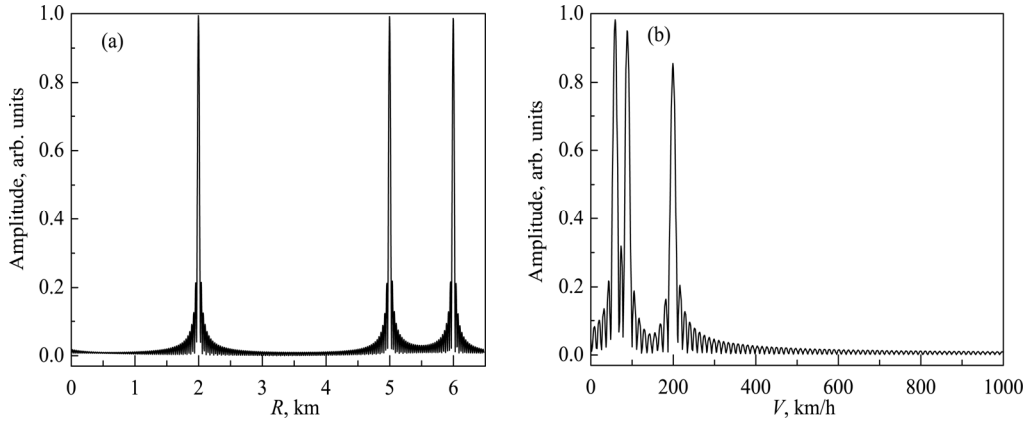


Рис.1. SNR – бесконечно большое, (а) БПФ по столбцам матричного представления входного OFDM сигнала. (б) БПФ по строкам матричного представления входного OFDM сигнала, который представлен в матричной форме.

Табл.1. Результаты сравнения матриц и однозначное решение скорости и дальности объектов, SNR – бесконечно большое

$d_{\text{Frobenius}}(\hat{H}, \tilde{H})$			$d_{\infty}(\hat{H}, \tilde{H})$		$d_2(\hat{H}, \tilde{H})$		$d_1(\hat{H}, \tilde{H})$	
527.663			29.0561		24.5578		28692.4	
428.272			29.0335		30.595		22170.1	
428.324			28.7342		1.93089		22294.6	
527.696			29.0609		30.761		28673.8	
2.26×10⁻¹⁴			2.51×10⁻¹⁵		7.19×10⁻¹⁵		6.7×10⁻¹³	
435.906			29.0456		12.2416		14426	
V , km/h					Target	R , km		V , km/h
200	90	60			1	2	200	
R , km					2	6	90	
6	5	2			3	5	60	

$$d_1(A, B) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |a_{i,j} - b_{i,j}|, \quad (8)$$

$$d_2(A, B) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (a_{i,j} - b_{i,j})^2}, \quad (9)$$

$$d_\infty(A, B) = \max_{1 \leq i \leq n} \max_{1 \leq j \leq n} |a_{i,j} - b_{i,j}|, \quad (10)$$

$$d_{\text{Frobenius}}(A, B) = \sqrt{\text{trace}\left((A - B)^* (A - B)'\right)}. \quad (11)$$

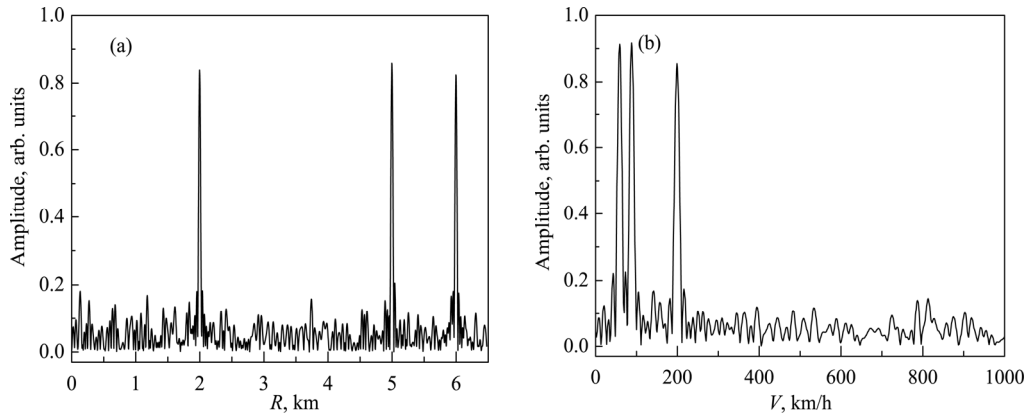


Рис.2. SNR – 10.2 дБ, (а) БПФ по столбцам матричного представления входного OFDM сигнала. (б) БПФ по строкам матричного представления входного OFDM сигнала, который представлен в матричной форме.

Табл.2. Результаты сравнения матриц и однозначное решение скорости и дальности объектов, SNR – 10.2 дБ.

$d_{\text{Frobenius}}(\hat{H}, \tilde{H})$			$d_{\infty}(\hat{H}, \tilde{H})$			$d_2(\hat{H}, \tilde{H})$			$d_1(\hat{H}, \tilde{H})$		
567.998			30.3763			220.87			55607.3		
480.577			29.8301			213.335			50754.6		
485.113			30.3483			217.749			51718.2		
571.712			30.7539			214.192			55812		
225.062			9.51598			215.173			37668.5		
483.573			30.7936			219.185			46646.4		
$V, \text{ km/h}$						Target		$R, \text{ km}$		$V, \text{ km/h}$	
200		89		60		1		2		200	
$R, \text{ km}$						2		6		89	
6		5		2		3		5		60	

Для выбора нормы, наиболее соответствующей нашей задаче, на платформе LabVIEW была создана полная модель OFDM радара X -диапазона с $L = 3$ целями T_1 , T_2 и T_3 на расстояниях $\{R\} = (2 \text{ км}, 5 \text{ км}, 6 \text{ км})$, движущихся со скоростями $\{V\} = (200 \text{ км/ч}, 60 \text{ км/ч}, 90 \text{ км/ч})$. Измерения проводились при различных значениях отношения сигнал/шум (SNR).

Вначале в приемной части модели радара методом 1D БПФ устанавливались спектрограммы по дальности и по скорости, из которых, с помощью порогового устройства, выделялись соответствующие пиковые значения. Затем строились гипотезы $[\hat{H}_m]_{n,k}$ матрицы рассеяния для различных комбинаций

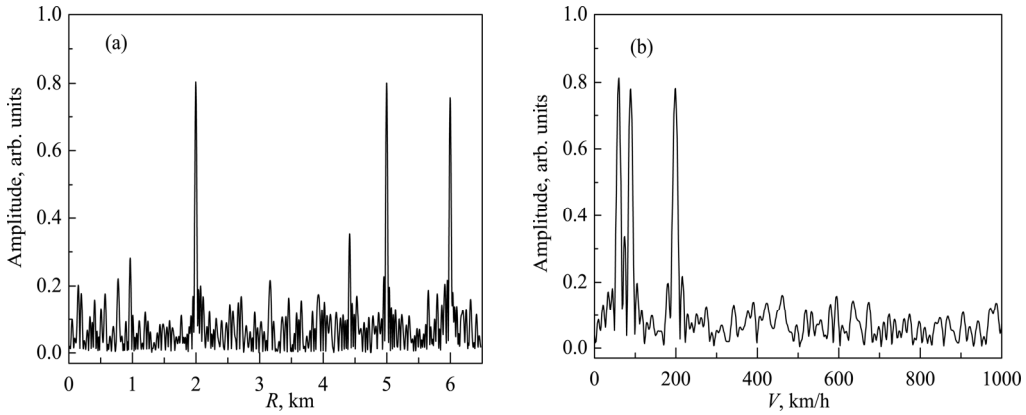


Рис.3. SNR – 6 дБ, (а) БПФ по столбцам матричного представления входного OFDM сигнала. (б) БПФ по строкам матричного представления входного OFDM сигнала, который представлен в матричной форме.

Табл.3. Результаты сравнения матриц и однозначное решение скорости и дальности объектов, SNR – 6 дБ.

$d_{\text{Frobenius}}(\hat{H}, \tilde{H})$		$d_{\infty}(\hat{H}, \tilde{H})$		$d_2(\hat{H}, \tilde{H})$		$d_1(\hat{H}, \tilde{H})$					
674.428		33.1004		431.041		89482.2					
672.862		33.1204		428.392		89920.4					
688.548		31.3851		425.086		90410.5					
671.133		32.3765		425.435		89326.9					
612.48		28.764		426.816		83852					
594.511		32.4292		429.821		82326.4					
$V, \text{ km/h}$				Target		$R, \text{ km}$		$V, \text{ km/h}$			
201		89		61		1		2		201	
$R, \text{ km}$				2		5.999		89			
5.999		5.004		2000		3		5.004		61	

$\{R\}_m, \{V\}_m$. В случае трех целей количество неповторяющихся комбинаций равно шести. После этого гипотезы сравнивались с симулированной (истинной) матрицей рассеяния по вышеприведенным нормам с выделением комбинации, вырабатывающей минимальное расстояние по каждой норме. Результаты измерений приведены на рис.1–3 и на табл.1–3.

Выделенные жирным шрифтом цифры в таблицах показывают правильные решения гипотез. Как видно из приведенных результатов, при очень больших отношениях сигнал/шум все критерии сравнения матриц показывают правильные решения. При снижении отношения сигнал/шум число критериев сравнения матриц, дающих правильный результат, уменьшаются, а при отношении сигнал/шум, равном 6 и менее, дает правильный результат для критерия $d_\infty(\hat{H}, \tilde{H}) = \max_{1 \leq n \leq N} \max_{1 \leq k \leq K} |\hat{h}_{n,k} - \tilde{h}_{n,k}|$. То есть, при использовании алгоритма предпочтительно использовать этот критерий.

4. Заключение

Предложен и разработан алгоритм, устанавливающий однозначное соответствие между элементами множества расстояний $\{R\} = (r_0, r_1, \dots, r_{L-1})$ и множества скоростей $\{V\} = (v_0, v_1, \dots, v_{L-1})$, полученных в OFDM радаре отдельно двумя ортогональными 1D быстрыми дискретными преобразованиями Фурье (БПФ). Работоспособность метода подтверждена соответствующими симуляциями на базе LabVIEW. Предложенный алгоритм требует меньше вычислительных ресурсов, чем альтернативный метод 2D БПФ.

Автор выражает благодарность А. А. Ахумяну за содействие в выполнении данной работы и А. А. Мнацаканян за редактирование статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. **H. Rohling**. OFDM, Signals and Communication Technology, Springer Berlin Heidelberg, (2011).
2. **P. Chen, P. Wang, J. Sun**. Signals and Communication Technology, IEEE, **3**, (2011).
3. **J. Zhang, Q. Zhao**. 2010 International Conference on Communications, Circuits and Systems, IEEE, **102**(6), 19, (2010).
4. **C. Sturm, W. Wiesbeck**. Proc. IEEE, **99**(7), 1236, (2011).
5. **M. Braun, C. Sturm, A. Niethammer, F.K. Jondral**. 2009 IEEE 20th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 3020, (2009).
6. **M. Braun**. OFDM Radar Algorithms in Mobile Communication Networks, dissertation, (2014).
7. **Y. Xia, Z. Song, Z. Lu, Q. Fu**. Chinese J. Aeronaut, **29**(2), 492, (2016).
8. **N. Levanon**. Record of the IEEE 2000 International Radar Conference, 683, (2000).

9. **N. Levanon.** IEEE Proc. – Radar, Sonar Navig, **147**(6), 276 (2000).
10. **S. Sen, A. Nehorai.** IEEE Trans. Signal Process, **59**(1), 78, (2011).
11. **S. Sen.** IEEE Sens. J., **14**(10), 3548, (2014).
12. **Y. Liu, G. Liao, J. Xu, Z. Yang, Y. Zhang.** IEEE Commun. Lett., **21**(10), 2174, (2017).
13. **W.-Q. Wang.** Def. Sci. J., **62**(6), 427 (2012).
14. **R.F. Tigrek, W.J.A. de Heij, P. van Genderen.** IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., **48**(1), 130 (2012).
15. **C. Sturm, E. Pancera, T. Zwick, W. Wiesbeck.** 2009 IEEE Radar Conference, 1, (2009).
16. **C. Sturm, M. Braun, T. Zwick, W. Wiesbeck.** 7th Eur. Radar Conf. (September), 73, (2010).
17. **M. Dahleh, M.A. Dahleh, G. Verghese.** Lectures on Dynamic Systems and Control, Department of Electrical Engineering and Computer Science Massachusetts Institute of Technology, (2017).

DETERMINATION OF THE SCATTERING MATRIX OF MULTIPLE TARGET BY THE RECEIVED OFDM RADAR SIGNAL

G.A. MKRTCHYAN

An algorithm is proposed that establishes one-to-one correspondence between the elements of the set of distances $\{R\} = (r_0, r_1, \dots, r_{L-1})$ and the set of velocities $\{V\} = (v_0, v_1, \dots, v_{L-1})$, obtained in the OFDM radar separately by two orthogonal 1D fast discrete Fourier transforms (FFT). The method is based on the generation of all possible combinations between the elements of $\{R\}$ and $\{V\}$ sets, building a model of the channel impulse response $\left[\hat{H}_m \right]_{n,k}$ for each combination and comparing with the experimentally obtained $\left[\tilde{H} \right]_{n,k}$ to determine the most likely combination of distances and velocities. It was established that the best likelihood criterion is the minimization of the norm of the intermatrix distance $d_\infty(\hat{H}, \tilde{H}) = \max_{1 \leq n \leq N} \max_{1 \leq k \leq K} \left| \hat{h}_{n,k} - \tilde{h}_{n,k} \right|$.