

УДК 621.315

НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКИ С ОГРАНИЧИВАЮЩИМ ПОТЕНЦИАЛОМ КРАТЦЕРА

Д.А. БАГДАСАРЯН^{1*}, Э.С. АКОПЯН¹, Д.Б. АЙРАПЕТЯН^{1,2},
А.А. САРКИСЯН^{1,2,3}, Э.М. КАЗАРЯН^{1,2}

¹Российско–Армянский университет, Ереван, Армения

²Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

³Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

*e-mail: david199108@mail.ru

(Поступила в редакцию 05 декабря 2018 г.)

Рассмотрены электронные состояния в цилиндрической квантовой точке с ограничивающим потенциалом Кратцера в аксиальном направлении. Теоретически исследованы нелинейное оптическое выпрямление и генерация второй гармоники для внутризонных переходов в данной системе. Рассчитаны аналитические выражения для спектра энергий, волновых функций, а также матричных элементов внутризонных переходов. Получены зависимости коэффициентов оптического выпрямления и генерации второй гармоники от энергии падающего света. Продемонстрировано немонотонное поведение зависимостей высот пиков коэффициентов оптического выпрямления в зависимости от полуширины и глубины потенциала Кратцера.

1. Введение

Оптические характеристики квантовых точек (КТ) всегда являлись предметом всестороннего изучения, так как результаты этих исследований могут найти непосредственное применение в оптоэлектронике [1]. Безусловным преимуществом КТ является гибкая управляемость энергетического спектра носителей заряда, локализованных в них [2]. Так как спектр частиц в КТ является атомоподобным, то многие явления атомной оптики могут наблюдаться и в КТ. Принципиальное различие заключается в том, что путём изменения геометрических размеров и форм этих структур можно управлять их физическими и, в частности, оптическими характеристиками. При этом КТ характеризуются большими значениями дипольных матричных элементов [3] по сравнению с реальными атомарными системами. Это позволяет рассматривать КТ в качестве перспективных

кандидатов на роль функциональной элементной базы для полупроводниковых приборов нового поколения [1,4]. Ярким примером сказанного является использование КТ в качестве функциональной основы светодиодов [5,6]. В указанных работах показывалось, что линейные оптические переходы могут обеспечить наличие красного, зелёного и синего цветов оптического диапазона в ансамбле из КТ различных геометрических размеров.

Теоретическое описание линейного оптического внутризонного и межзонного поглощений основывается на решении соответствующего уравнения Шредингера для конкретных компонентного состава и геометрии КТ [1]. На сегодняшний день реализованы такие различные геометрии КТ как сферические [7], эллипсоидальные [8,9], цилиндрические [10,11] и так далее. Для сравнительно простых геометрических форм КТ в ряде случаев удаётся дать точное решение одночастичного уравнения Шредингера. Это, в свою очередь, позволяет представить детальное теоретическое описание различных физических параметров КТ, в том числе и при наличии внешних полей (см., например, [11,12]).

Наряду с линейными оптическими характеристиками КТ интенсивно изучены их нелинейные свойства. Известно, что нелинейные оптические эффекты, такие как оптическое поглощение и изменение показателя преломления, потенциально могут применяться при создании многих оптоэлектронных приборов нового поколения (см., например, [13]), поэтому исследование нелинейных оптических свойств КТ продолжает оставаться актуальной задачей.

Одной из первых работ современной физики полупроводниковых наноструктур, посвященных изучению нелинейных оптических свойств КТ, была статья [14], в которой авторы рассматривали нелинейные оптические переходы в КТ. Авторами было показано, что в зависимости от величины уширения нелинейное поглощение и изменение показателя преломления могут оказаться достаточно большими, а эффекты локального поля могут стать настолько значимыми, что обеспечат оптическую бистабильность без внешней обратной связи. Эффекты экситонной оптической нелинейности в полупроводниковых КТ были исследованы в работе [15]. Авторы [16] теоретически исследовали коэффициент генерации второй гармоники в параболических КТ при наличии электрического и магнитного полей, в рамках подхода матрицы плотности и итерационного метода. В работе [17] изучалась генерация третьей гармоники в цилиндрической квантовой точке GaAs/AlAs с параболическим ограничивающим потенциалом при наличии электрического поля. Было показано, что существенная оптическая нелинейность обусловлена большими значениями матричных элементов дипольных переходов, а также резонансными условиями. В работе [18] были

теоретически рассмотрены поляронные эффекты и оптическое выпрямление, а также генерация второй гармоники в цилиндрических КТ при наличии магнитного поля. Нелинейная оптическая восприимчивость второго порядка в цилиндрической КТ, содержащей донорную примесь при наличии однородного магнитного поля, рассмотрена в работах [19,20]. В работе [21] исследуются нелинейные оптические свойства КТ с примесью при наличии квантового шума.

Как известно, ансамбли КТ можно выращивать различными технологическими методами, такими как молекулярно-лучевая эпитаксия, химическое осаждение из газовой фазы, вакуумное напыление и т.д. В работах [22,23] было показано, что путём выращивания ансамбля КТ методом быстрого термического отжига можно контролировать спектр эмиссионного излучения. В основе этого метода лежит процесс диффузии, происходящий между материалами КТ и окружающей средой. Следует отметить, что результатом диффузии компонент КТ и окружающей среды является сглаживание профиля её ограничивающего потенциала [24]. Поэтому возникает необходимость моделирования указанного потенциала с помощью функций, имеющих гладкий профиль с одной стороны, а также содержащих параметры, характеризующие геометрию и компонентный состав с другой. Примечательно, что целый ряд ядерно-физических и молекулярных потенциалов могут быть удачно адаптированы для описания подобных КТ. В различных работах в качестве ограничивающего потенциала КТ рассматривались следующие потенциалы: Вудса-Саксона [25], Морса [26], Хюльтена [27], Винтернитца-Смородинского [28], Пёшля-Теллера [29] и т.д.

Ещё одним замечательным потенциалом, удовлетворяющим вышеуказанным свойствам, является молекулярный потенциал Кратцера [30–32]. Аналитический вид одномерного потенциала Кратцера даётся следующей формулой:

$$V(z) = -2D \left(\frac{\alpha}{z} - \frac{\alpha^2}{2z^2} \right), (z > 0), \quad (1)$$

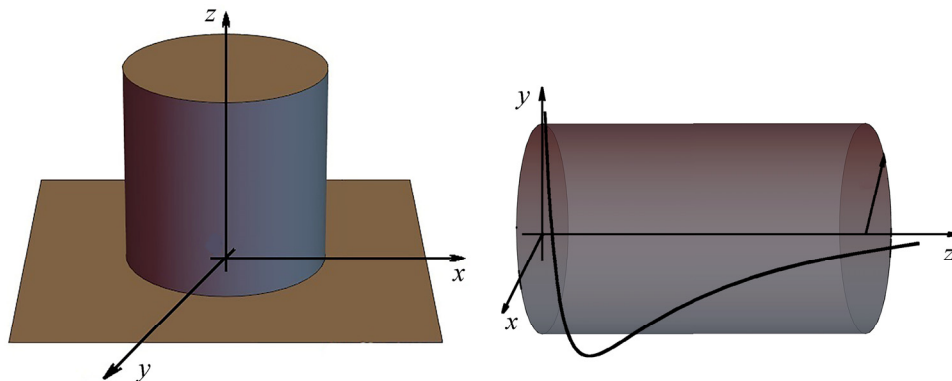


Рис.1. Схематическое изображение цилиндрической КТ.

где параметр D определяет глубину потенциала. Важной особенностью данного потенциала является то, что он резко возрастает на малых расстояниях от начала координат. С другой стороны при $z \rightarrow \infty$ он стремится асимптотически к нулю. Таким образом, такой потенциал удачно описывает локализацию электрона в некоторой замкнутой области. Асимметричный профиль $V(z)$ позволяет максимально приблизить модельный ограничивающий потенциал к реальному. По мере удаления от подложки ограничивающий потенциал убывает, достигнув минимального значения. Нашей целью будет исследование нелинейных оптических свойств вышеуказанной цилиндрической КТ.

Профиль потенциала Кратцера будет иметь вид, представленный на Рис. 1.

2. Теория

2.1. Электронные состояния

Рассмотрим цилиндрическую КТ со следующим потенциалом ограничения:

$$V_{\text{conf}}(\rho, z) = V_{\text{conf}}(\rho) + V_{\text{conf}}(z). \quad (2)$$

Потенциал ограничения в радиальном направлении рассматривается как прямолинейная бесконечно глубокая яма:

$$V_{\text{conf}}(\rho) = \begin{cases} 0, & \rho < R \\ \infty, & \rho \geq R, \end{cases} \quad (3)$$

где R – радиус сечения КТ. Потенциал ограничения в аксиальном направлении имеет вид (1). Полный гамильтониан системы может быть представлен как сумма радиального и аксиального гамильтонианов:

$$\hat{H} = \hat{H}_1(\rho, \varphi) + \hat{H}_2(z), \quad (4)$$

где

$$\hat{H}_1(\rho, \varphi) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) + V_{\text{conf}}(\rho), \quad (5)$$

$$\hat{H}_2(z) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V_{\text{conf}}(z), \quad (6)$$

где μ – эффективная масса электрона. Далее длины измеряются в эффективных радиусах Бора $a_B = \hbar^2 \epsilon / \mu e^2$, а энергия в эффективных постоянных Ридберга $E_R = \hbar^2 / 2\mu a_B^2$, ϵ – диэлектрическая проницаемость материала КТ. Полную волновую функцию системы будем искать в виде:

$$\Psi(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\varphi} f(\rho) \chi(z). \quad (7)$$

В безразмерных величинах радиальное уравнение Шредингера запишется как:

$$\left\{ -\frac{d^2}{d\rho^2} - \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} + \frac{m^2}{\rho^2} + V_{conf}(\rho) \right\} f(\rho) = E_\rho f(\rho), \quad (8)$$

m – азимутальное квантовое число. Общим решением уравнения (8) является линейная комбинация функций Бесселя первого $J_m(k\rho)$ и второго рода $Y_m(k\rho)$:

$$f(\rho) = C_1 J_m(k\rho) + C_2 Y_m(k\rho), \quad (9)$$

где $k = \sqrt{E_\rho}$. Второе решение не удовлетворяет стандартным физическим условиям, поэтому $C_2 = 0$. Таким образом, для радиальной волновой функции имеем:

$$f(\rho) = C J_m(k_{n_\rho} \rho), \quad (10)$$

где n_ρ – радиальное квантовое число, C – нормировочная постоянная. С учётом граничного условия $f(R) = 0$, из аргумента функции Бесселя J_m получим радиальный спектр:

$$E_\rho = \lambda_{n_\rho, m}^2 / R^2, \quad (11)$$

где $\lambda_{n_\rho, m}$ – n_ρ -ый ноль функции Бесселя J_m . Перейдем к рассмотрению аксиального уравнения. В безразмерных величинах уравнение Шредингера в аксиальном направлении запишется в следующем виде:

$$\left(-\frac{d^2}{dz^2} - 2D \left(\frac{\alpha}{z} - \frac{\alpha^2}{2z^2} \right) \right) \chi(z) = E_z \chi(z), \quad (12)$$

Для упрощения задачи введём безразмерные величины:

$$\begin{aligned} \gamma^2 &= \alpha^2 D, \\ \lambda &= \frac{1}{2} + \sqrt{\alpha^2 D + \frac{1}{4}}, \\ \beta &= -\alpha \sqrt{E_z}. \end{aligned} \quad (13)$$

После подстановки волновой функции $\chi(z) = z^\lambda e^{-\beta z} u(z)$ в (12) для $u(z)$ получим следующее уравнение:

$$zu'' + (2\lambda - 2\beta z)u' + (-2\lambda\beta + 2\gamma^2)u = 0, \quad (14)$$

Данное уравнение является уравнением Куммера, решением которого является следующая вырожденная гипергеометрическая функция первого рода ${}_1F_1$, следовательно, для $\chi(z)$ имеем:

$$\chi(z) = z^\lambda e^{-\beta z} {}_1F_1(-n, 2\lambda; 2\beta z). \quad (15)$$

Здесь, для обрывания гипергеометрического ряда ${}_1F_1$ накладывается условие:

$$\lambda - \gamma^2 / \beta = -n. \quad (16)$$

Исходя из данного условия, для спектра энергии получаем следующее выражение:

$$E_n^z = -D^2 \alpha^2 / (n + \lambda)^2. \quad (17)$$

2.2. Нелинейные оптические свойства

Для вычисления нелинейных оптических характеристик изучаемой КТ необходимо определить дипольные матричные элементы μ_{ij} для недиагональных переходов ($i \neq j$), а также среднее смещение электрона в процессе перехода δ_{ij} , определяемые как [33,34]:

$$\mu_{ij} = \left| \langle \chi(z)_i | z | \chi(z)_j \rangle \right|, \quad i, j = 0, 1, 2, 3, \quad i \neq j, \quad (18)$$

$$\delta_{ij} = \left| \langle \chi(z)_j | z | \chi(z)_j \rangle - \langle \chi(z)_i | z | \chi(z)_i \rangle \right|, \quad i, j = 0, 1, 2, 3. \quad (19)$$

С помощью указанных матричных элементов определим коэффициенты оптического выпрямления и генерации второй гармоники рассматриваемой системы. Для этого предположим, что на КТ падает аксиально направленное электромагнитное излучение с электрической компонентой:

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E} e^{i\omega t} + \mathbf{E}^* e^{-i\omega t}. \quad (20)$$

Эволюция одноэлектронного оператора плотности $\hat{\rho}$ записывается в виде:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} \left[\hat{H}_0 - e\hat{z}\mathbf{E}(t), \hat{\rho} \right] - \hat{\Gamma} (\hat{\rho} - \hat{\rho}^{(0)}), \quad (21)$$

где $\hat{H}_0$ – гамильтониан системы без взаимодействия с полем электромагнитной волны $\mathbf{E}(t)$, $[\cdot, \cdot]$ – квантово-механический коммутатор, $\hat{\rho}^{(0)}$ – невозмущенный оператор плотности и $\hat{\Gamma}$ – оператор релаксации, обусловленный электрон-фононным взаимодействием. Предполагается, что $\hat{\Gamma}$ – диагональная матрица, элементы которой обратно пропорциональны времени релаксации τ . Оператор плотности, зависящий от времени может быть определён в рамках итерационного метода [14,15,27]:

$$\hat{\rho}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{\rho}^{(n)}, \quad (22)$$

где

$$\frac{\partial \hat{\rho}_{ij}^{(n+1)}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} \left\{ \left[\hat{H}_0, \hat{\rho}^{(n+1)} \right]_{ij} - i\hbar \Gamma_{ij} \hat{\rho}_{ij}^{(n+1)} \right\} - \frac{1}{i\hbar} \left[e\hat{z} - \hat{\rho}^{(n)} \right]_{ij} \mathbf{E}(t), \quad (23)$$

где i, j – совокупность квантовых чисел электрона.

Поляризация электрона, локализованного в цилиндрической КТ, под действием электромагнитного излучения может быть представлена в виде известного ряда[33]:

$$\begin{aligned} P(t) = \varepsilon_0 \left(\chi^{(1)} E e^{i\omega t} + \chi^{(2)}(0) E^2 + \chi^{(2)}(2\omega) E^2 e^{2i\omega t} \right. \\ \left. + \chi^{(3)}(\omega) E^2 E e^{i\omega t} + \chi^{(3)}(3\omega) E^3 e^{3i\omega t} \right) + \text{с.с.}, \end{aligned} \quad (24)$$

где ε_0 – вакуумная диэлектрическая проницаемость, $\chi^{(1)}$, $\chi^{(2)}(0)$, $\chi^{(2)}(2\omega)$, $\chi^{(3)}(\omega)$, и $\chi^{(3)}(3\omega)$ – линейный коэффициент восприимчивости, оптический коэффициент выпрямления, коэффициент генерации второй гармоники (ГВГ), коэффициент третьего порядка, коэффициент генерации третьей гармоники, соответственно [14]. Мы будем рассматривать два случая: оптическое выпрямление в двухуровневой системе (двух уровней достаточно, чтобы появилась возможность резонанса $(\omega - \omega = 0)$), а также генерацию второй гармоники в системе с тремя уровнями, которые равноудалены друг от друга по энергии, чтобы выполнялся эффект двойного резонанса $(\omega + \omega = 2\omega)$ [35].

Электронная поляризация в направлении z $P^{(n)}(t)$ n -ого порядка даётся следующим выражением:

$$P^{(n)}(t) = \frac{1}{V} \text{Tr}(\rho^{(n)} e z), \quad (25)$$

где V – объём КТ, а Tr – обозначает операцию следа матрицы. Оптический коэффициент выпрямления и коэффициент генерации второй гармоники могут быть получены из уравнений (23) и (24) [36].

Используя выражения (15) для матричных элементов, имеем:

$$\mu_{vv'} = \left| \int_0^\infty z^{2\lambda+1} e^{-(\beta+\beta')z} {}_1F_1(-v, 2\lambda; 2\beta z) {}_1F_1(-v', 2\lambda; 2\beta' z) dz \right|, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \delta_{v',v} &= \left| \int_0^\infty x^{2\lambda+1} e^{-2\beta'x} \left[{}_1F_1(-v', 2\lambda; 2\beta'x) \right]^2 dx \right. \\ &\quad \left. - \int_0^\infty x^{2\lambda+1} e^{-2\beta x} \left[{}_1F_1(-v, 2\lambda; 2\beta x) \right]^2 dx \right| \\ &= \left| \int_0^\infty x^{2(\lambda+1)-1} e^{-2\beta'x} \left[{}_1F_1(-v', 2\lambda; 2\beta'x) \right]^2 dx \right. \\ &\quad \left. - \int_0^\infty x^{2(\lambda+1)-1} e^{-2\beta x} \left[{}_1F_1(-v, 2\lambda; 2\beta x) \right]^2 dx \right|. \end{aligned} \quad (27)$$

Приведенные выше интегралы аналитически вычисляются и имеют следующий вид [37]:

$$\mu_{v,v'} = \left(\frac{4}{k^2 - k'^2} \right)^2 \times \left\{ \left(\lambda(k - k') + kv - k'v' \right)^2 - k' \left(\lambda(k - k') + kv - k'v' \right) \right\} J_{-v, -v'}^{2\lambda} \quad (28)$$

$$+ \left(\frac{8}{k^2 - k'^2} \right) \left\{ (\lambda + v') J_{-v, -v'}^{2\lambda} - v' J_{-v, -v'+1}^{2\lambda} \right\},$$

$$J_{-v, -v'}^{2\lambda} = \Gamma(2\lambda) (\beta + \beta')^{-(v+v'+2\lambda)} (\beta - \beta')^v (\beta' - \beta)^{v'} \times {}_1F_1 \left(-v, -v', 2\lambda; -\frac{4\beta\beta'}{(\beta' - \beta)^2} \right). \quad (29)$$

$$\delta_{v', v} = |\xi_{v', \beta'} - \xi_{v, \beta}|, \quad (30)$$

где

$$\xi_{v, \beta} = \frac{\Gamma(2(\lambda + 1)) v!}{(2\beta)^{2(\lambda + 1)} 2\lambda(2\lambda + 1) \dots (2\lambda + v - 1)} \times \left\{ 1 + \sum_{s=0}^{v-1} \frac{v(v-1) \dots (v-s)(-s-3)(-s-2) \dots (s-2)}{[(s+1)!]^2 2\lambda(2\lambda + 1) \dots (2\lambda + s)} \right\}. \quad (31)$$

а. Оптическое выпрямление

Для двухуровневой системы коэффициент оптического выпрямления даётся в следующей форме [36,38]:

$$\chi_0^{(2)}(0) = \frac{4e^3 \sigma_s}{\varepsilon_0 \hbar^2} \mu_{12}^2 \delta_{12} \frac{\omega_{12}^2 \left(1 + \frac{T_1}{T_2} \right) + \left(\omega^2 + \frac{1}{T_2^2} \right) \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right)}{\left((\omega_{12} - \omega)^2 + \frac{1}{T_2^2} \right) \left((\omega_{12} + \omega)^2 + \frac{1}{T_2^2} \right)}. \quad (32)$$

Здесь, ω_{12} – частота перехода, соответствующая разности энергий первого возбуждённого состояния и основного состояния, σ_s – плотность электронов в КТ, T_1 – продольное время релаксации и T_2 – время поперечной релаксации.

В случае резонанса $\omega \approx \omega_{12}$ выражение (32) может быть значительно упрощено. В частности, максимальное значение $\chi_{0, \max}^{(2)}(0)$ определится по формуле:

$$\chi_{0, \max}^{(2)}(0) = \frac{2e^3 \sigma_s T_1 T_2}{\varepsilon_0 \hbar^2} \mu_{12}^2 \delta_{12}. \quad (33)$$

b. Генерация второй гармоники в трехуровневой системе

Выражение для коэффициента ГВГ в случае двойного резонанса $\omega \approx \omega_{12} \approx \omega_{32}$ запишется в следующем виде [33]:

$$\chi_{SHG}^{(2)}(2\omega) = \frac{e^3 \sigma_s}{\epsilon_0 \hbar^2} \frac{\mu_{12} \mu_{23} \mu_{31}}{(\omega - \omega_{21} - i\Gamma_{21})(2\omega - \omega_{31} - i\Gamma_{31})}. \quad (34)$$

Время жизни для первого Γ_{21} и второго возбужденных Γ_{31} состояний будем считать равными $\Gamma_{21} = \Gamma_{31} = \Gamma$. Положение резонансного пика коэффициента ГВГ при условии двух-фотонного резонанса $\chi_{SHG, \max}^{(2)}(2\omega)$ определяется как:

$$\chi_{SHG, \max}^{(2)}(2\omega) = \frac{e^3 \sigma_s}{\epsilon_0} \frac{\mu_{12} \mu_{23} \mu_{31}}{(\hbar \Gamma)^2}. \quad (35)$$

3. Обсуждение результатов

Перейдем к обсуждению полученных результатов. При расчете всех кривых были использованы следующие параметры: времена релаксации $T_1 = 1$ ps, $T_2 = 0.2$ ps [38], плотность электронов $\sigma_s = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.

Зависимость первых трех энергетических уровней от параметра α , который определяет ширину ямы, с глубиной $D = 30E_R \approx 175$ мЭв представлена на Рис.2. Как видно из Рис.2, все три энергетических уровня монотонно спадают с увеличением ширины ямы, что является следствием ослабления эффекта размерного квантования. При достаточно больших значениях параметра α наблюдается тенденция к эквидистантности уровней энергии. Последнее является необходимым условием для наблюдения ГВГ.

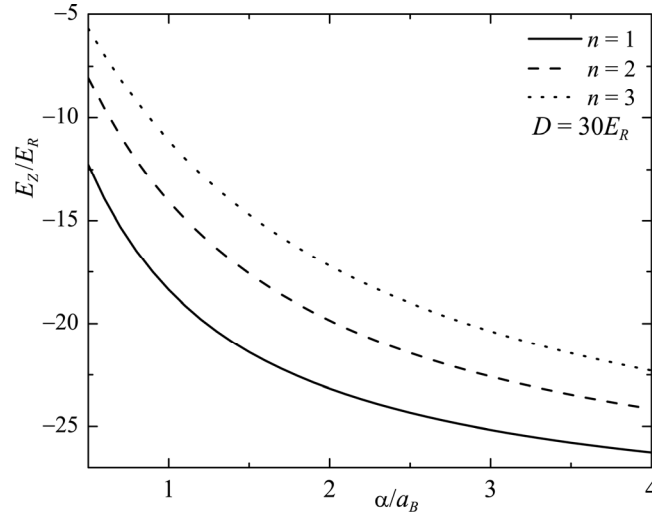


Рис.2. Зависимость первых трех энергетических уровней от ширины ямы.

В соответствии с формулой (34) была определена зависимость ГВГ от энергии падающего фотона при различных значениях параметров α (Рис.3) и D (Рис.4).

Как видно из Рис.3, величина $|\mu_{12}\mu_{23}\mu_{31}|$ растёт с уменьшением α . В тоже время, уменьшение параметра α приводит к нарушению условия двойного резонанса (см. Рис.2). Это связано с большим перекрытием волновых функций в случае меньших ширин потенциала Кратцера. Следовательно, существует оптимальное значение параметра $\alpha \sim 1a_B$, при котором имеем наибольшее пиковое значение коэффициента ГВГ.

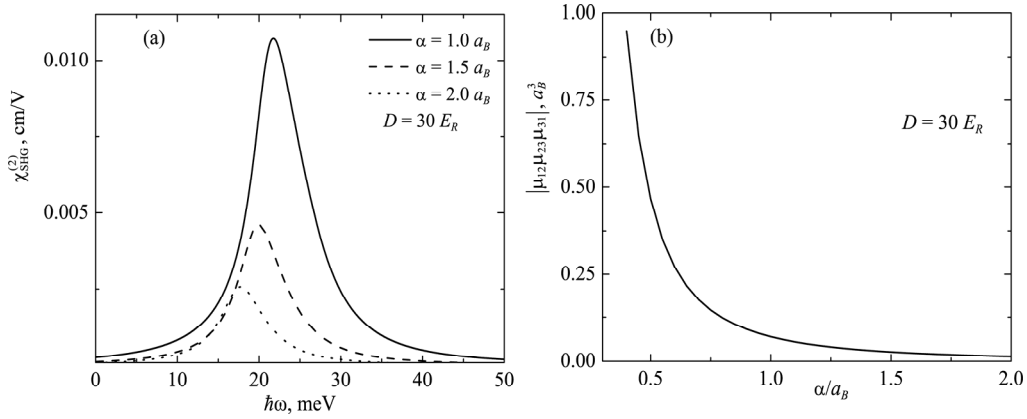


Рис.3. (а) Зависимость коэффициента ГВГ от энергии фотона, (б) зависимость величины $\mu_{12}\mu_{23}\mu_{31}$ от параметра α .

На Рис.4 наблюдается плавное смещение пика зависимости коэффициента ГВГ в область больших энергий с увеличением параметра D . Это связано,

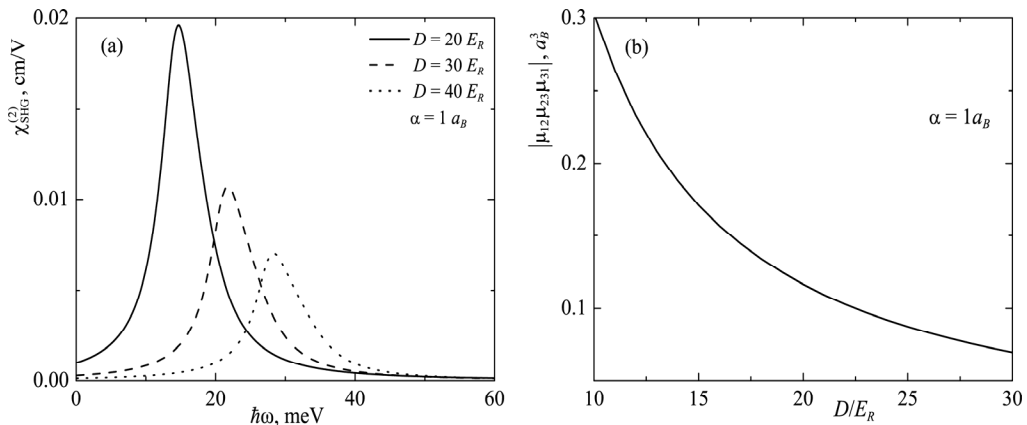


Рис.4. (а) Зависимость коэффициента ГВГ от энергии фотона. (б) зависимость величины $\mu_{12}\mu_{23}\mu_{31}$ от параметра D .

с одной стороны, с усилением эффекта размерного квантования с увеличением глубины ямы, с другой, с ослаблением интегралов перекрытия, так как с увеличением глубины между уровнями увеличивается и расстояние перекрытия волновых функций ослабевает, с чем и связано уменьшение высоты пика ГВГ. Отметим, что в экспериментальной работе [39] рассмотрена ГВГ в КТ ZnS , где поведение кривой ГВГ имело похожий вид.

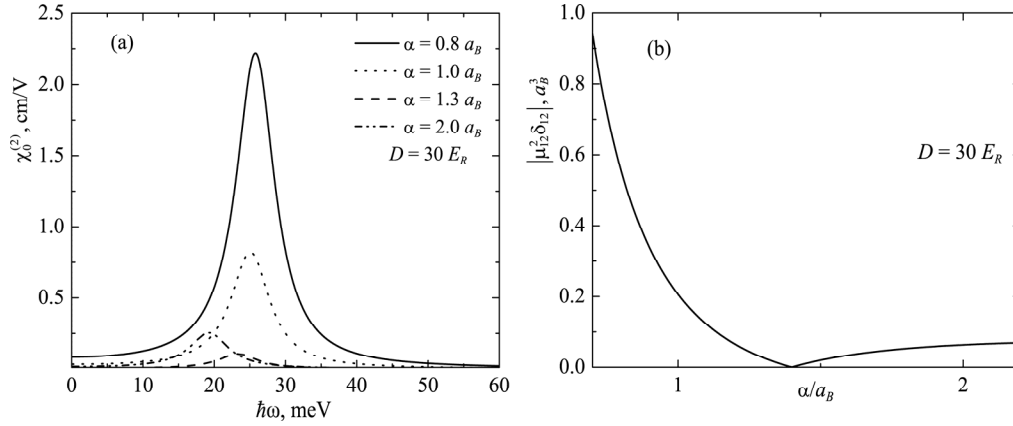


Рис.5. (а) Зависимость коэффициента оптического выпрямления от энергии падающего фотона, (б) зависимость величины $\mu_{12}^2 \delta_{12}$ от параметра α .

На Рис.5 представлена зависимость коэффициента оптического выпрямления от энергии падающего фотона.

Как видно из данного рисунка, кривая зависимости пикового значения коэффициента оптического выпрямления проявляет немонотонный характер: при

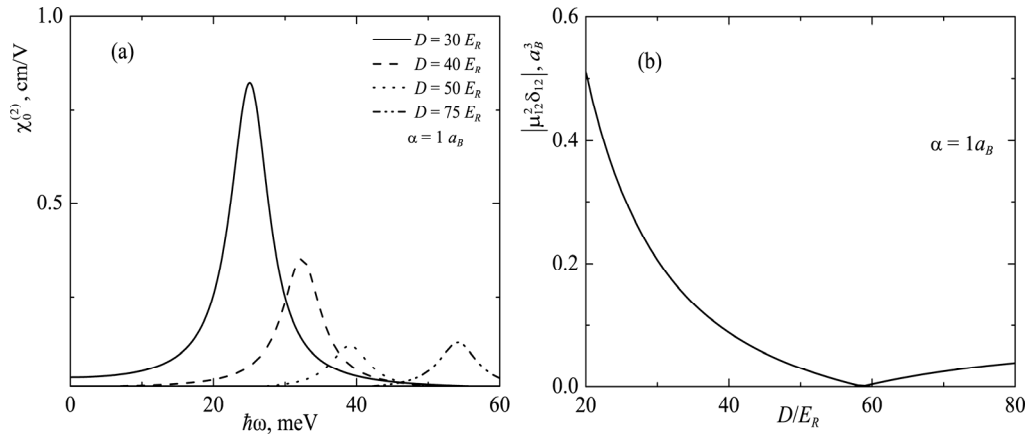


Рис.6. (а) Зависимость коэффициента оптического выпрямления от энергии падающего фотона, (б) зависимость величины $\mu_{12}^2 \delta_{12}$ от параметра D .

увеличении α сначала спадает, доходя до нуля ($\alpha \approx 1.4$), а после растёт, переходя в насыщение (см. Рис.5b).

Как видно из формулы (32), величина $\mu_{12}^2 \delta_{12}$ определяет высоту пика коэффициента оптического выпрямления. Как видно из определения δ_{12} , эта величина является разностью средних значений волновых функций координаты z для основного и первого возбуждённого состояний. Зависимость этой величины от геометрических параметров и глубины ямы имеет немонотонный характер (Рис.5b, Рис.6b).

4. Заключение

В данной работе рассмотрены нелинейные оптические свойства цилиндрической КТ с потенциалом Кратцера. Получены аналитические выражения для спектра энергий волновых функций, а также матричных элементов внутризонных переходов. Найдены значения геометрических параметров рассматриваемой структуры, при которых выполняются условия двойного резонанса. Продемонстрирован немонотонный характер поведения высот пиков коэффициента оптического выпрямления в зависимости от ширины и глубины потенциальной ямы в аксиальном направлении.

ЛИТЕРАТУРА

1. **D. Bimberg, M. Grundmann, N.N. Ledentsov.** Quantum dot heterostructures, John Wiley & Sons, 1999.
2. **E.M. Kazaryan, S.G. Petrosyan.** Physical principles of semiconductor nanoelectronics. RAU, Yerevan, 2005.
3. **R.J. Warburton, C. Schulhauser, D. Haft, C. Schäfflein, K. Karrai, J.M. Garcia, W. Schoenfeld, P.M. Petroff.** Physical Review B, **65**, 113303 (2002).
4. **G. Cao.** Nanostructures and nanomaterials: synthesis, properties and applications, Imperial college press, 2004.
5. **J.M. Caruge, J.E. Halpert, V. Wood, V. Bulović and M.G. Bawendi.** Nature photonics, **2**, 247 (2008).
6. **D.B. Hayrapetyan, E.M. Kazaryan and H.A. Sarkisyan.** Optics Communications, **371**, 138 (2016).
7. **J.L. Zhu, J.J. Xiong and B. L. Gu.** Physical Review B, **41**, 6001 (1990).
8. **G. Cantele, G. Piacente, D. Ninno, G. Iadonisi.** Physical Review B, **66**, 113308 (2002).
9. **D.B. Hayrapetyan.** J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.), **42**, 292 (2007).
10. **M.R.K. Vahdani, G. Rezaei.** Physics Letters A, **374** 637 (2010).
11. **M.S. Atoyan, E.M. Kazaryan, H.A. Sarkisyan.** Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, **22**, 860 (2004).
12. **M.S. Atoyan, E.M. Kazaryan, H.A. Sarkisyan.** Physica E: Low-dimensional Systems and

- Nanostructures, **31**, 83 (2006).
13. **U. Woggon**. Optical properties of semiconductor quantum dots, Springer, 1997.
 14. **S.D.A.B.M. Schmitt-Rink, D.A.B. Miller, D.S. Chemla**. Physical Review B, **35**, 8113 (1987).
 15. **T. Takagahara**. Physical Review B, **36** 9293 (1987).
 16. **B. Li, K.X. Guo, C.J. Zhang, Y.B. Zheng**. Physics Letters A, **367**, 493 (2007).
 17. **S. Shao, K.X. Guo, Z.H. Zhang, N. Li, C. Peng**. Superlattices and Microstructures, **48**, 541 (2010).
 18. **G. Liu, et al**. Superlattices and Microstructures, **53**, 173 (2013).
 19. **A.A. Portacio, B.A. Rodríguez, P. Villamil**. Superlattices and Microstructures, **113**, 550 (2018).
 20. **W. Xie**. Physics Letters A, **372**, 5498 (2008).
 21. **A. Bera, A. Ghosh, M. Ghosh**. Optical Materials, **69**, 352 (2017).
 22. **S. Malik, C. Roberts, R. Murray, M. Pate**. Applied Physics Letters, **71**, 1987 (1997).
 23. **J.M. Garcia, G. Medeiros-Ribeiro, K. Schmidt, T. Ngo, J.L. Feng, A. Lorke, P.M. Petroff**. Applied Physics Letters, **71**, 2014 (1997).
 24. **J.A. Barker, E.P. O'Reilly**. Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, **4**, 231 (1999).
 25. **L. Lu, W. Xie, H. Hassanabadi**. Journal of Luminescence, **131**, 2538 (2011).
 26. **D.B. Hayrapetyan, et al**. Nanotechnology VII. International Society for Optics and Photonics, **9519**, 951919 (2015).
 27. **M.C. Onyeaju, et al**. Few-Body Systems, **57**, 793 (2016).
 28. **P.C. Jasmine, A.J. Peter, C.W. Lee**. Chemical Physics, **452**, 40 (2015).
 29. **D.B. Hayrapetyan, E.M. Kazaryan, H.K. Tevosyan**. J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.), **49**, 119 (2014).
 30. **S. Flügge**. Practical quantum mechanics, Springer Science & Business Media, 2012.
 31. **D.B. Hayrapetyan, S.M. Amirkhanyan, E.M. Kazaryan, H.A. Sarkisyan**. Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, **84**, 367 (2016).
 32. **D.B. Hayrapetyan, E.M. Kazaryan, L.S. Petrosyan, H.A. Sarkisyan**. Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, **66**, 7 (2015).
 33. **E. Rosencher, Ph. Bois**. Physical Review B, **44**, 11315 (1991).
 34. **W. Xie**. Journal of Luminescence, **143**, 27 (2013).
 35. **S. Baskoutas, E. Paspalakis, A.F. Terzis**. Physical Review B, **74**, 153306 (2006).
 36. **D. Ahn, S.L. Chuang**. IEEE Journal of Quantum Electronics, **23**, 2196 (1987).
 37. **L.D. Landau, E.M. Lifshits**. Kvantovaya mekhanika (Quantum Mechanics), Moscow: Nauka, 1989.
 38. **S. Baskoutas, E. Paspalakis, A. F. Terzis**. Journal of Physics: Condensed Matter, **19**(39), 395024 (2007).
 39. **A.K. Kole et al**. Optics Communications, **313**, 231 (2014).

ԿՐԱՏՅԵՐԻ ՍԱՀՄԱՆԱՓԱԿՈՂ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼՈՎ ԳԼԱՆԱԶԵՎ
ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԿԵՏԻ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Դ.Ա. ԲԱԴԴԱՍԱՐՅԱՆ, Է.Ս. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Դ.Բ. ՀԱՅՐԱՊԵՏՅԱՆ,
Հ.Ա. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Է.Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ

Դիտարկվել են էլեկտրոնային վիճակները առանցքային ուղղությամբ Կրատցերի սահմանափակող պոտենցիալով զլանաձև քվանտային կետում: Տեսականորեն ուսումնասիրվել են ներգոտիական անցումների համար ոչ գծային օպտիկական ուղղումը և երկրորդ հարմոնիկի գեներացիան նման կառուցվածքում: Գտնվել են ալիքային ֆունկցիաների էներգիական սպեկտրի վերլուծական հայտարարությունները, ինչպես նաև մատրիցական տարրերը: Որոշվել են օպտիկական ուղղման և երկրորդ հարմոնիկայի գործակիցների կախվածությունները ընկնող լույսի էներգիայից: Ցույց է տրվել ուղղման գործակցի գագաթների բարձրության ոչ մոնոտոն վարքը՝ կախված առանցքային ուղղությամբ Կրատցերի պոտենցիալի կիսալայնությունից և խորությունից:

NONLINEAR OPTICAL PROPERTIES OF CYLINDRICAL QUANTUM DOT WITH KRATZER CONFINING POTENTIAL

D.A. BAGHDASARYAN, E.S. HAKOBYAN, D.B. HAYRAPETYAN,
H.A. SARKISYAN, E.M. KAZARYAN

Electronic states are considered in a cylindrical quantum dot with Kratzer confining potential in axial direction. The nonlinear optical rectification and second harmonic generation for intraband transitions in this system are studied theoretically. Analytical expressions are calculated for the energy spectrum of the wave functions, as well as for the matrix elements. The dependences of the coefficients of optical rectification and the second harmonic on the incident photon energy are obtained. The nonmonotonic behavior of the dependences of the heights of the peaks of the optical rectification coefficients depending on the half width and depth of the Kratzer confining potential in the axial direction is demonstrated.