

УДК 535.14

РЕАЛИЗАЦИЯ КВАНТОВЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ В СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРАХ С КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ГАУССОВСКИХ ИМПУЛЬСОВ

Г.С. КАРАЯН, А.Г. ЧИБУХЧЯН*

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

*e-mail: agchibukhchyan@gmail.com

(Поступила в редакцию 20 апреля 2017 г.)

Рассмотрена и установлена возможность реализации квантовых унарных и бинарных логических операций в системе с когерентно-коррелированными ячейками Керра с учетом диссипации. Исследованы временные характеристики системы для реализации квантовых логических операций.

1. Введение

В последнее время широко исследуются возможности создания квантовых компьютеров и квантовых алгоритмов высокоэффективной обработки информации. Для выполнения квантовых алгоритмов нужно реализовать квантовые цепочки как унитарные обратимые логические операции над кубитами. Однако явление диссипации приводит к отклонению от унитарности и нарушению когерентности корреляции кубитов. До недавнего времени широко исследовались фотонные системы для реализации кубитов [1, 2], так как фотоны легко управляемы. Однако фотоны не локализуются, поэтому используются резонаторы, вызывающие в системе явления дефазировки и диссипации.

В работах [3, 4] рассмотрены кубиты на основе квантомеханических осцилляторов, когерентно-связанных с световым полем в резонаторе. Подавление декогерентности и диссипации возможно в режиме сильного взаимодействия между светом и осциллятором, когда квантовое состояние световой моды переходит в механический осциллятор. Сильная связь между оптической модой и микроосциллятором была экспериментально реализована [3] при комнатной температуре фазовой модуляцией. В ряде работ [5, 6] теоретически исследованы возможности получения фоковских и суперпозиционных состояний в системах с кубической нелинейностью под воздействием внешнего поля.

В настоящей работе исследованы возможности реализации квантовых ал-

горитмов на основе нелинейных диссипативных систем под воздействием управляющего поля при наличии фазового сдвига между гауссовскими импульсами для получения добавочного управляющего параметра. Рассмотрены однобитовые NOT, Адамар и двухбитовый CNOT операции. Для однобитовых операций в качестве математической модели использовался осциллятор с кубической нелинейностью, а для двухбитовых – связанные нелинейные осцилляторы.

2. Теория

Для представления алгебры булевой логики достаточны одна унарная и одна бинарная операции, которые и нужно физически выполнять. Для алгебры квантовой логики, например, для $SU(2)$, этого недостаточно, так как в силу квантовой суперпозиции любые отличные друг от друга унитарные матрицы 2×2 описывают разные физические эволюции состояния системы в гильбертовом пространстве [7–10].

Многоместные операции выполняются условной динамикой замкнутой квантовой комбинированной системы. Приведем лишь матричные представления основных бинарных операций: управляемый фазовый элемент S , управляемые элементы C_{σ_z} , C_N (управляемый N) и обмена S_W [9, 10]:

$$S \equiv \begin{pmatrix} \sigma_0 & 0 \\ 0 & s_\varphi \end{pmatrix}, \quad C_{\sigma_z} \equiv \begin{pmatrix} \sigma_0 & 0 \\ 0 & \sigma_z \end{pmatrix}, \quad C_N \equiv \begin{pmatrix} \sigma_0 & 0 \\ 0 & N \end{pmatrix}, \quad S_W \equiv \begin{pmatrix} n & a^+ \\ a & 1-n \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Когерентно коррелированные две ячейки Керра в нелинейном резонаторе с учетом диссипации на зеркалах позволяют выполнить все вышеуказанные операции, а также выраженные ими алгоритмы [10]. Для этого достаточно найти необходимую для выполнения этих операций временную зависимость гамильтониана, иными словами необходимо найти соответствующие для данного оператора управляющие сигналы.

Для того чтобы получить временную зависимость функции для выполнения операции Адамара и отрицания NOT рассмотрим один ангармонический осциллятор Керра. Гамильтониан для такой системы в приближении вращающейся волны, как и в работе [11], задаем соотношением

$$H = \Delta a^+ a + \chi (a^+)^2 a^2 + f(t) (\Omega a^+ + \Omega^* a). \quad (2)$$

В отличие от работы [11], в выражении последовательности импульсов внешнего поля $f(t)$ учтем также сдвиг фазы $e^{i\varphi}$, то есть

$$f(t) = \sum e^{-(t-t_0-n\tau)^2/T^2} e^{i\varphi(n-1)}. \quad (3)$$

Здесь $\Delta = \omega_0 - \omega$ – расстройка резонанса от собственной частоты осциллятора,

Ω – константа связи, пропорциональная амплитуде внешнего поля, суммирование производится по числу импульсов n , χ – коэффициент нелинейности, τ – расстояние между двумя последовательными импульсами, ϕ – сдвиг фазы между ними, T – длительность импульса и n – число импульсов.

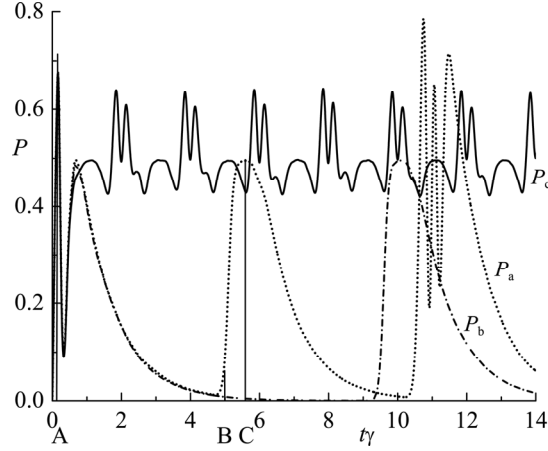


Рис.1. Вероятности нахождения одного фотона P_a , P_b и P_c при параметрах: $\tau_a = 5.5\gamma^{-1}$, $\tau_b = 10\gamma^{-1}$, $\tau_c = 1\gamma^{-1}$, $T_a = T_b = T_c = 0.4\gamma^{-1}$. Точки А, В и С соответствуют $t_{N_1}^+$, $t_{N_1}^-$ и t_{N_1} .

Матрица плотности такой системы подчиняется уравнению Неймана в форме Линдблада

$$\frac{d\rho}{dt} = -[H, \rho] + \sum_{i=1,2} \left(L_i \rho L_i^\dagger - \frac{1}{2} L_i^\dagger L_i \rho - \frac{1}{2} \rho L_i^\dagger L_i \right), \quad (4)$$

где $L_1 = \sqrt{(N+1)\gamma}a$ и $L_2 = \sqrt{N\gamma}a^+$ – операторы Линдблада, γ – коэффициент диссипации и N – число фотонов в термостате. Рис.1 соответствует численным расчетам эволюции вероятности нахождения одного фотона при параметрах: $\phi = \pi/2$, $\chi = 15\gamma^{-1}$, $\tau = 5.5\gamma^{-1}$, $T = 0.4\gamma^{-1}$, $\Omega = 6\gamma^{-1}$, $\Delta = 0$. Численные расчеты вероятности n -фотонного фоковского состояния $P(n) = \langle n | \rho | n \rangle$ (в нашем случае $n=1$) исследованы для Гамильтониана (2) с импульсами (3). Так как оператор Адамара переводит базисные состояния Фока в их равновероятную суперпозицию, то она может быть выполнена при

$$t_{H_k} = 5.57 + 11\gamma k, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (5)$$

при которой вероятность нахождения фотона равна $1/2$, что необходимо для выполнения операции Адамара.

Оператор NOT преобразует состояние 0 в состояние 1 и обратно ($t_{N_k}^+$ и $t_{N_k}^-$ в формуле (6)), то есть выполняются переходы $|n\rangle \leftrightarrow |n-1\rangle$. Это достигается в точках А и В на рис.1:

$$t_{N_k}^{\pm} = (0.75 + 55\gamma k)n_{\pm} + (3.75\gamma + 11k)(1 - n_{\pm}) \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad n_{+} = 1, \quad n_{-} = 0. \quad (6)$$

Рис.1 представляет поведение системы при разных периодах импульса. Как показывают численные расчеты (рис.2), при малых длительностях вероятность одного фотона уменьшается, т. к. при малых длительностях импульса, система не успевает подстроить свою конфигурацию и максимальные значения вероятности соответственно смещаются во времени. При длительных импульсах система реагирует как при монохроматическом внешнем воздействии. Аналогичным образом находим времена t_{C_k} для выполнения контролируемого отрицания:

$$C_N = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & N \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Гамильтониан, описывающий систему двух связанных ангармонических осцилляторов Керра в приближении вращающейся волны, имеет вид

$$H = \Delta_1 a_1^+ a_1 + \Delta_2 a_2^+ a_2 + \chi_1 (a_1^+)^2 a_1^2 + \chi_2 (a_2^+)^2 a_2^2 + g(a_2^+ a_1 + a_1^+ a_2) + f(t)(\Omega a^+ + \Omega^* a), \quad (8)$$

где g – константа связи Джейнса–Каммингса, которую мы считаем вещественной без существенной потери общности, $\chi_{1,2}$ – сила нелинейности в каждом осцилляторе, $\Delta_1 = \omega_{01} - \omega$ и $\Delta_2 = \omega_{02} - \omega$ – расстройки между средней частотой возбуждающего поля и частотой каждого осциллятора. На основе выражений (7) и учитывая приведенные результаты для операции CNOT в работе [12], получим

$$t_{C_k} = 2\pi k(\Delta_1 - \Delta_2)/g^2, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (9)$$

где $\lambda = g^2/2(1/|\Delta_1| + 1/|\Delta_2|)$ и $\Delta_1 > |\Delta_2|$.

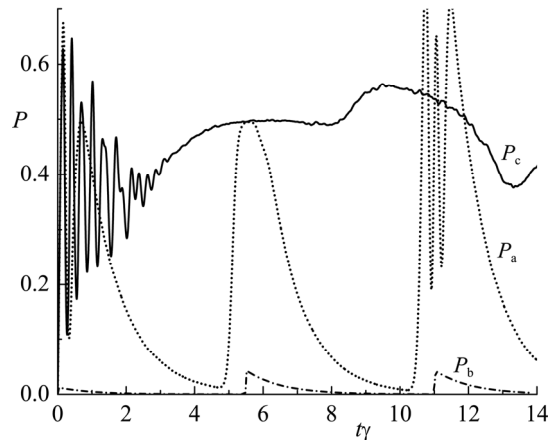


Рис.2. Вероятности нахождения одного фотона P_a , P_b и P_c при параметрах: $T_a = 0.4\gamma^{-1}$, $T_b = 0.01\gamma^{-1}$, $T_c = 2.5\gamma^{-1}$, $\tau_a = \tau_b = \tau_c = 5.5\gamma^{-1}$.

Соотношения (5), (6) и (9) полностью обеспечивают выполнение квантовых алгоритмов для сред с кубической нелинейностью с учетом эффекта диссипации.

3. Заключение

Когерентно-коррелированная комбинированная система двух нелинейных осцилляторов Керра имеет несколько каналов управления эволюцией системы, достаточных для выполнения унарных и бинарных квантовых операций. Численными методами найдены временные характеристики управляющих сигналов для операторов отрицания, Адамара и контролируемого отрицания.

ЛИТЕРАТУРА

1. **D. Loss, D.P. DiVincenzo.** Phys. Rev. A, **56**, 120 (1998).
2. **M. Veldhorst, C.H. Yang, J.C.C. Hwang, W. Huang, J.P. Dehollain, J.T. Muhonen, S. Simmons, A. Laucht, F.E. Hudson, K.M. Itoh, A. Morello, A. S. Dzurak.** Nature, **526**, 410 (2015).
3. **E. Verhagen, S. Deleglise, S. Weis, A. Schliesser, T.J. Kippenberg.** Nature, **482**, 63 (2012).
4. **R.W. Simmonds, K.M. Lang, D.A. Hite, S. Nam, D.P. Pappas, J.M. Martinis.** Phys. Rev. Lett, **93**, 077003 (2004).
5. **T.C.H. Liew, V. Savona.** Phys. Rev. A, **85**, 050301(R) (2012).
6. **T.C.H. Liew, V. Savona.** New J. Physics, **15**, 025015 (2013).
7. **R. Feynman.** Inter. J. Theor. Phys., **21**, 467 (1936).
8. **R. Feynman.** Foundation Phys., **16**, 507 (1986).
9. **M.A. Nielsen, I.L. Chuang.** Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge University Press, 2000, 2001.
10. **H.S. Karayan.** Quantum Mechanics and Physical Calculations, 2nd International Symposium on the Modern Physics of Compact Stars and Relativistic Gravity, Jour. Physics: Confer. Series, **496**, 201 (2014).
11. **G.H. Hovsepyan, A.R. Shahinyan, G.Yu. Kryuchkyan.** Phys. Rev. A, **90**, 013839 (2014).
12. **T. Liu, C.P. Yang, Y. Z., C.S. Yu, W. N. Zhang.** Circuit QED: Cross-Kerr-Effect Induced by a Superconducting Qutrit without Classical Pulses, arXiv:1611.06749v1 (2016).

REALIZATION OF QUANTUM LOGIC OPERATIONS IN BOUNDED OSCILLATORS WITH THIRD ORDER NONLINEARITY BY GAUSSIAN PULSES

H.S. KARAYAN, A.G. CHIBUKHCHYAN

Possibility of realization of the quantum logic unary and binary operations in the system with coherently correlated Kerr cells taking account the dissipation was considered and determined. The time characteristics of the system were found for the realization of quantum operations.