

УДК 535.14

КОРРЕЛЯЦИЯ ФЛУКТУАЦИЙ КВАДРАТУРНЫХ АМПЛИТУД В ПРОЦЕССЕ ВНУТРИРЕЗОНАТОРНОЙ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ

М.С. ГЕВОРКЯН

Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак, Армения

e-mail: gmenua@gmail.com

(Поступила в редакцию 28 декабря 2017 г.)

Для процесса внутрирезонаторной генерации второй гармоники исследована динамика корреляции флуктуаций квадратурных амплитуд фундаментальной моды и моды второй гармоники в зависимости от коэффициента нелинейной связи между модами. Показано, что в этой системе в зависимости от коэффициента нелинейной связи можно получить запутанные состояния поля по переменным квадратурных амплитуд. Показано также, что в зависимости от значения коэффициента нелинейной связи запутанность состояний мод поля по одной квадратурной амплитуде может исчезнуть, а по другой квадратурной амплитуде состояния мод поля могут оставаться запутанными.

1. Введение

Квантовая теория неустойчивого поведения процесса внутрирезонаторной генерации второй гармоники достаточно хорошо исследована. В работах [1,2] в положительном Р-представлении получены уравнения Ланжевена для стохастических амплитуд поля и для процесса внутрирезонаторной генерации второй гармоники. В полуклассическом представлении найдена точка бифуркации системы и показано, что выше этой точки полуклассические значения числа фотонов взаимодействующих мод переходят в режим автоколебаний. Исследованы функции распределения фаз фундаментальной моды и моды второй гармоники выше точки бифуркации системы в положительном Р-представлении. Показано, что функции распределения имеют двухкомпонентную структуру. В работе [2] исследованы также функции совместного распределения числа фотонов и фаз, а также функции совместного распределения фаз взаимодействующих мод. Показано, что при переходе системы из устойчивой области в неустойчивую картина фазового согласования мод резко меняется (см. также работу [3]). В неустойчивой области взаимодействия функция совместного распределения фаз вместо пика в точке, определяющей классическое согласование фаз, имеет яму, которая

показывает, что в этой области взаимодействия вероятность реализации классического согласования фаз равна нулю. В работе [4] исследованы функции распределения числа фотонов фундаментальной моды и моды второй гармоники выше точки бифуркации оптической системы в положительном Р-представлении, а также совместное распределение числа фотонов этих мод. Показано, что при переходе системы из устойчивой области в неустойчивую вышеуказанные функции из однокомпонентной структуры переходят в двухкомпонентную. В работе [5] с помощью метода «Монте Карло волновая функция» [6] исследована динамика функции Вигнера, квантовой энтропии и числа фотонов взаимодействующих мод при развитии системы из начальных вакуумных состояний фундаментальной моды и моды второй гармоники. Показано, что при развитии моды в начале локализуются в сжатых состояниях поля, после чего сжатые состояния разрушаются и моды локализуются в неустойчивых состояниях, а также, что стационарное состояние системы сильно зависит от классического поля возмущения. В случае развития взаимодействующих мод системы из начальных когерентных состояний функции Вигнера состояний мод и средние значения квадратурных амплитуд полей могут иметь осцилляции, которые исчезают при переходе системы в устойчивую область.

В настоящей работе методом «Монте Карло волновая функция» исследуется корреляция флуктуаций квадратурных амплитуд фундаментальной моды и моды второй гармоники в случае развития из начальных вакуумных состояний обеих мод системы. Показывается, что в неустойчивой области поведения системы возможно запутывание состояний взаимодействующих мод системы. Аналогичные исследования проведены в работе [7]. В настоящей работе для процесса внутрирезонаторной генерации третьей субгармоники исследуется динамика корреляции флуктуаций числа фотонов взаимодействующих мод и показывается, что в этой системе можно получить запутанные состояния мод поля по переменным числа фотонов.

2. Основные уравнения

Рассматривается модель генерации второй гармоники внутри двухмодового резонатора. Нелинейная среда помещена внутрь резонатора, который настроен на частоты ω_1 фундаментальной моды и ω_2 моды второй гармоники, где $\omega_2 = 2\omega_1$. Фундаментальная мода резонансно возмущается внешним классическим полем. Уравнение матрицы плотности этой оптической системы можно представить в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = (i\hbar)^{-1} [H_{\text{sys}}, \rho] + L(\rho), \quad (1)$$

где

$$H_{\text{sys}} = \frac{i\hbar\chi}{2}(a_1^{+2}a_2 - a_1^2a_2^+) + i\hbar E(a_1^+ - a_1), \quad (2)$$

$$L(\rho) = \sum_{i=1}^2 \frac{\gamma_i}{2} (2a_i \rho a_i^+ - \rho a_i^+ a_i - a_i^+ a_i \rho). \quad (3)$$

Здесь a_i и a_i^+ ($i=1, 2$) – операторы уничтожения и рождения фотонов фундаментальной моды и моды второй гармоники, соответственно, χ – коэффициент связи между модами, пропорциональный нелинейной восприимчивости $\chi^{(2)}$ среды, E – классическая амплитуда возмущающего поля на частоте ω_1 и γ_i ($i=1, 2$) – коэффициенты затухания взаимодействующих мод через зеркала резонатора. В выражении (2) фаза возмущающего поля для простоты опущена.

Исследуем динамику нормированной корреляционной функции флуктуаций квадратурных амплитуд фундаментальной моды и моды второй гармоники:

$$g(t) = \frac{\langle ((x_1(t) - \langle x_1(t) \rangle) + (x_2(t) - \langle x_2(t) \rangle))^2 \rangle}{(\langle x_1(t)^2 \rangle - \langle x_1(t) \rangle^2) + (\langle x_2(t)^2 \rangle - \langle x_2(t) \rangle^2)}. \quad (4)$$

Здесь $x_i = (a_i + a_i^+) / 2$, где $i=1, 2$ – квадратурные амплитуды фундаментальной моды и моды второй гармоники, соответственно. Формулу (4) можно представить в виде

$$g(t) = 1 + \frac{2(\langle x_1(t)x_2(t) \rangle - \langle x_1(t) \rangle \langle x_2(t) \rangle)}{\langle x_1(t)^2 \rangle - \langle x_1(t) \rangle^2 + \langle x_2(t)^2 \rangle - \langle x_2(t) \rangle^2}. \quad (5)$$

При отсутствии корреляции между флуктуациями квадратурных амплитуд взаимодействующих мод значение корреляционной функции (5) стремится к единице.

Исследуем также динамику нормированной корреляционной функции флуктуаций $y_i = (a_i - a_i^+) / 2i$ квадратурных амплитуд взаимодействующих мод поля. Формулы для вычисления этой величины аналогичны формулам (4) и (5).

Для исследования квантовых свойств оптической системы вычисляем также квантовую энтропию $S_i = -\text{Tr} \rho \ln \rho$ и числа фотонов $n_i = a_i^+ a_i$ мод поля.

Уравнение (1) для матрицы плотности оптической системы решаем численным методом «Монте-Карло волновая функция» [6]. В этом методе матрица плотности системы представляется как математическое ожидание матриц плотности квантовых траекторий: каждая из этих матриц траекторий представляет чистое состояние и его можно найти с помощью некоторого алгоритма вычислений. Алгоритм этого метода для вычисления одной квантовой траектории для процесса внутрирезонаторной генерации второй гармоники приведен в работе [5].

Динамику системы исследуем в случае одинакового значения коэффициентов затухания мод в резонаторе ($\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$) в безразмерном времени $\tau = \gamma t$ и в безразмерных параметрах системы $\varepsilon = E / \gamma$, $k = \chi / \gamma$. Все вычисления выполнены в случае эволюции системы из начального вакуумного состояния фундаментальной моды и моды второй гармоники. Для получения динамики каждой корреляционной функции флуктуаций квадратурных амплитуд и функции Вигнера стационарного состояния фундаментальной моды и моды второй гармоники использованы 1000 независимых квантовых траекторий оптической системы. Вычисления выполнены для значения параметра $\varepsilon = 1.5$.

3. Запутанные состояния поля

Рассмотрим динамику корреляционной функции флуктуаций квадратурных амплитуд. На рис.1а представлена динамика корреляционных функций флуктуаций x квадратурных амплитуд, а рис.1б представляет динамику корреляционной функции флуктуаций y квадратурных амплитуд фундаментальной моды и моды второй гармоники. Эти функции приведены в области очень слабой связи между модами $k = 0.03$. В начале развития системы при $\tau = 0$ обе взаимодействующие моды находятся в вакуумном состоянии и корреляция флуктуаций квадратурных амплитуд отсутствует. Корреляционная функция равна единице. После некоторого времени развития система переходит в стационарное состояние. В стационарном пределе корреляционная функция флуктуаций x квадратурных амплитуд чуть меньше единицы, а корреляционная функция флуктуаций y квадратурных амплитуд чуть больше единицы. Обе корреляционные функции в стационарном пределе очень близки к единице, вследствие чего в системе не возникают запутанные состояния мод поля по переменным квадратурных амплитуд. Средние значения числа фотонов взаимодействующих мод в стационарном

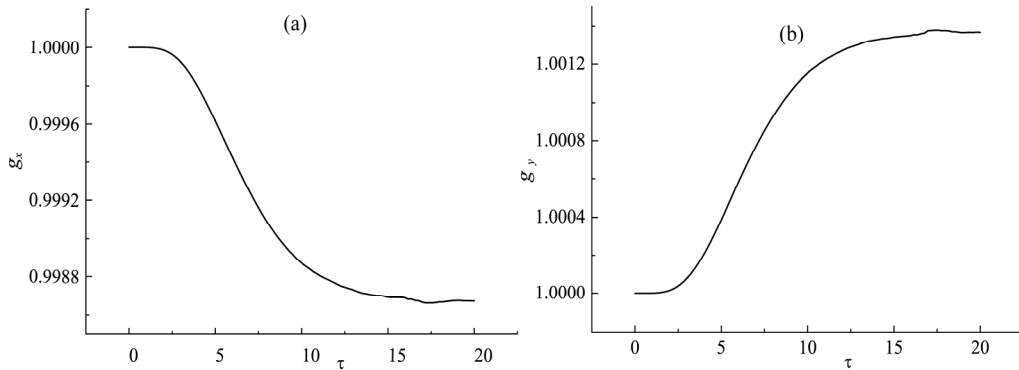


Рис.1. Динамика корреляционной функции флуктуаций (а) x квадратурных амплитуд и (б) y квадратурных амплитуд взаимодействующих мод в случае очень слабой связи между модами $k = 0.03$.

пределе соответственно равны $n_1 \approx 9$ и $n_2 \approx 0.07$, а квантовые энтропии этих мод приблизительно равны и очень близки к нулю: $S_1 \approx 0.0006$ и $S_2 \approx 0.0004$. Обе моды находятся в чистом состоянии и поэтому в этом случае в системе ни по какой переменной не возникают запутанные состояния мод поля.

На рис.2а и 2б представлены корреляционные функции g_x и g_y флуктуаций квадратурных амплитуд x и y взаимодействующих мод системы для значения коэффициента нелинейной связи между модами $k = 0.3$. В этом случае в стационарном пределе корреляционная функция g_x меньше единицы, а корреляционная функция g_y , наоборот, больше единицы. В стационарном пределе в системе возникают запутанные состояния мод поля по обоим переменным. В отличие от предыдущего случая, числа фотонов фундаментальной моды и моды второй гармоники стационарного состояния системы одного порядка: $n_1 \approx 3.5$ и $n_2 \approx 1$, а квантовые энтропии мод поля не нулевые и приблизительно равны: $S_1 \approx 0.16$ и $S_2 \approx 0.2$.

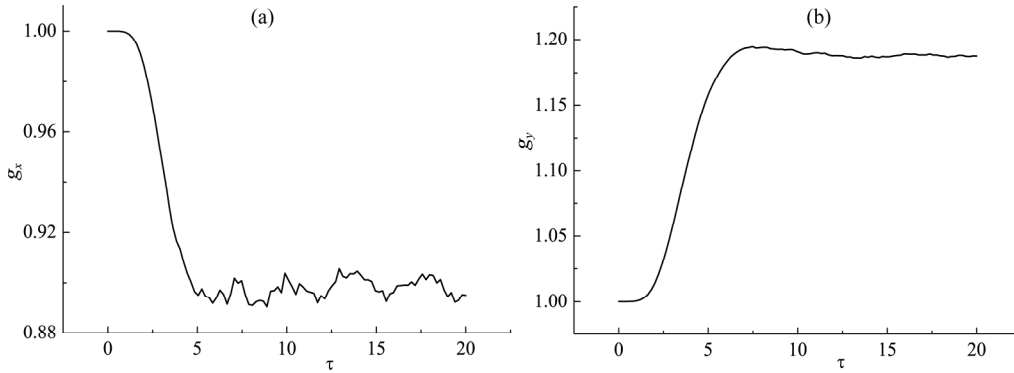


Рис.2. Динамика корреляционной функции флуктуаций (а) x квадратурных амплитуд и (б) y квадратурных амплитуд взаимодействующих мод для значения параметра системы $k = 0.3$.

При дальнейшем увеличении коэффициента нелинейной связи между модами в стационарном пределе корреляция флуктуаций x квадратурных амплитуд взаимодействующих мод поля уменьшается, а корреляция флуктуаций y квадратурных амплитуд, наоборот, увеличивается. На рис.3а и 3б для значения коэффициента нелинейной связи $k = 0.8$ представлены динамика корреляционных функций g_x и g_y , соответственно. Стационарное значение корреляционной функции g_x , приблизительно равное единице, показывает, что в этой области взаимодействия отсутствует корреляция между флуктуациями x квадратурных амплитуд. Последнее свидетельствует, что исчезла запутанность состояний мод поля по этой переменной. В этой области взаимодействия в стационарном пре-

деле корреляционная функция g_y остается больше единицы, вследствие чего состояния мод поля остаются запутанными по переменным y квадратурных амплитуд. В этом случае средние значения числа фотонов мод, как и в предыдущем случае, одного порядка: $n_1 \approx 1.8$ и $n_2 \approx 1$, а значения квантовых энтропий одинаковы: $S_1 \approx 0.6$ и $S_2 \approx 0.6$.

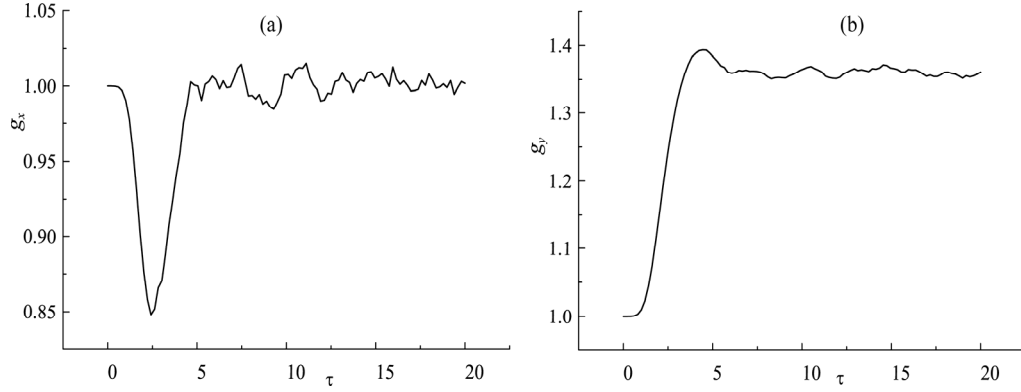


Рис.3. Динамика корреляционной функции флуктуаций (а) x квадратурных амплитуд и (б) y квадратурных амплитуд взаимодействующих мод для значения параметра системы $k = 0.8$.

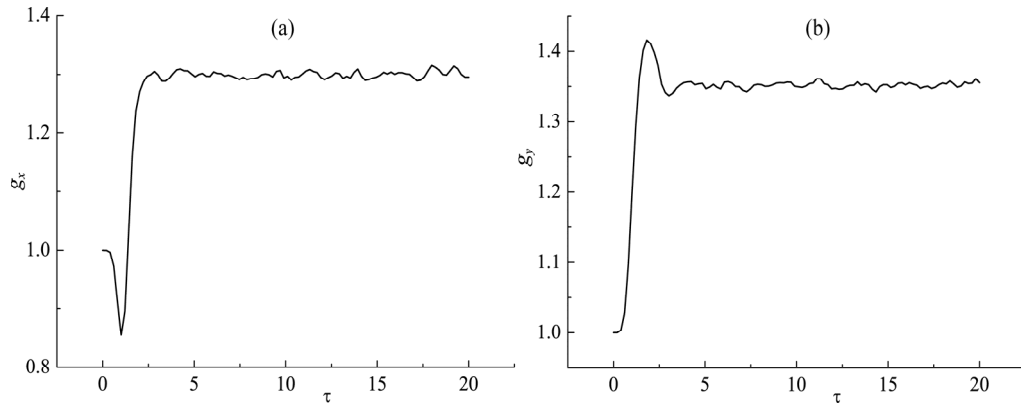


Рис.4. Динамика корреляционной функции флуктуаций (а) x квадратурных амплитуд и (б) y квадратурных амплитуд взаимодействующих мод в случае сильной связи между модами $k = 3$.

При последующем увеличении коэффициента нелинейной связи между модами в стационарном пределе корреляция флуктуаций x квадратурных амплитуд увеличивается, а корреляция флуктуаций y квадратурных амплитуд остается почти одинаковой. На рис.4а и 4б для значения коэффициента нелинейной связи

$k = 3$ представлены динамика корреляционных функций g_x и g_y , соответственно. В стационарном пределе взаимодействия обе корреляционные функции больше единицы, вследствие чего в этой области взаимодействия в системе образуются запутанные состояния мод поля как по переменной x , так и по переменной y . Средние значения числа фотонов взаимодействующих мод стационарного состояния системы в этом случае соответственно равны $n_1 \approx 0.9$ и $n_2 \approx 0.4$, а значения квантовых энтропий мод поля $S_1 \approx 0.9$ и $S_2 \approx 0.7$ показывают, что моды находятся не в чистых состояниях.

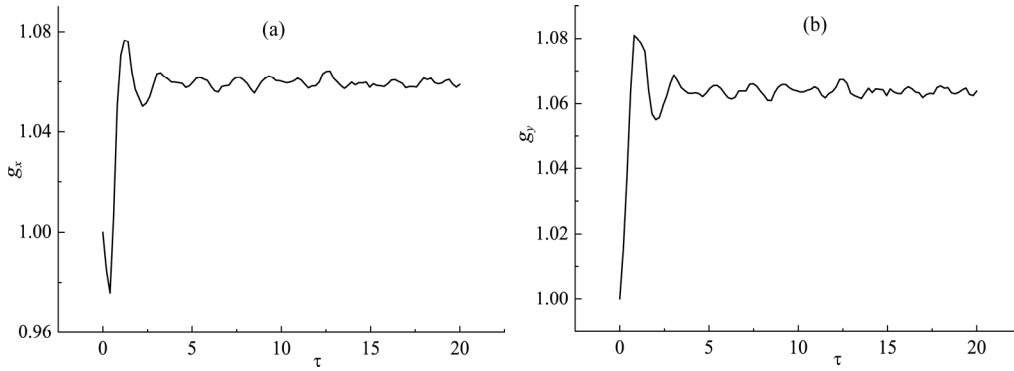


Рис.5. Динамика корреляционной функции флуктуаций (а) x квадратурных амплитуд и (б) y квадратурных амплитуд взаимодействующих мод в случае очень сильной связи между модами $k = 30$.

При дальнейшем увеличении коэффициента нелинейной связи между модами корреляция флуктуаций как x квадратурных амплитуд, так и y квадратурных амплитуд постепенно уменьшается и исчезает. На рис.5а и 5б для очень большого значения коэффициента нелинейной связи $k = 30$ представлены динамика корреляционных функций g_x и g_y , соответственно. Значения обеих корреляционных функций в стационарном пределе взаимодействия в этом случае достаточно близки к единице, что указывает на почти отсутствие корреляции между флуктуациями квадратурных амплитуд взаимодействующих мод. Вследствие этого в системе не возникают запутанные состояния мод поля по обоим переменным x и y . В этом случае в стационарном пределе взаимодействия средние значения числа фотонов фундаментальной моды намного больше среднего значения числа фотонов второй гармоники: $n_1 \approx 0.5$ и $n_2 \approx 0.05$. Стационарное значение энтропии фундаментальной моды также намного больше стационарного значения энтропии моды второй гармоники: $S_1 \approx 0.6$ и $S_2 \approx 0.03$.

Автор выражает благодарность С.Т. Геворкяну за плодотворное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. **S.T. Gevorkyan, W.H. Maloyan.** Modern Optics, **44**, 1443 (1997).
2. **S.T. Gevorkyan.** Phys. Rev A, **62**, 013813 (2000).
3. **С.Т. Геворкян, В.А. Малоян.** Известия НАН Армении, Физика, **33**, 3 (1998).
4. **С.Т. Геворкян, М.С. Геворкян.** Оптика и спектроскопия, **110**, 83 (2011).
5. **S.T. Gevorgyan, G.Yu. Kruchkyan, N.T. Muradyan.** Phys. Rev. A, **61**, 043805 (2000).
6. **K. Molmer, Y. Gastin, J. Dalibard.** JOSA B, **10**, 1447 (1992).
7. **М.С. Геворкян.** Известия НАН Армении, Физика, **52**, 134 (2017).

ՔԱՌԱՎՈՒՍԱՅԻՆ ԱՄՊԼԻՏՈՒԴՆԵՐԻ ՖԼՈՒԿՏՈՒԱՅԻԱՆԵՐԻ ԿՈՌԵԼՅԱՅԻԱՆ
ԵՐԿՐՈՐԴ ՀԱՐՄՈՆԻԿԻ ԳԵՆԵՐԱՅԻԱՅԻ ԵՐԵՎՈՒՅԹՈՒՄ

Մ.Ս. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Հետազոտված է ֆունդամենտալ մոդի և երկրորդ հարմոնիկի մոդի քառակուսային ամպլիտուդների ֆլուկտուացիաների կոռելյացիան երկրորդ հարմոնիկի ներդեգնատորային զեներացիայի երևույթի համար կախված մոդերի միջև եղած ոչգծային կապի գործակցից: Ցույց է տրված, որ այս համակարգում կախված ոչ գծային կապի գործակցից կարելի է ստանալ քառակուսային ամպլիտուդի փոփոխականով դաշտի մոդերի խճճված վիճակներ: Ապացուցված է նաև, որ կախված ոչ գծային կապի գործակցից մի քառակուսային ամպլիտուդով դաշտի մոդերի խճճված վիճակները կարող են վերանալ, իսկ դաշտի մոդերի վիճակները մյուս քառակուսային ամպլիտուդով կարող են մնալ խճճված:

CORRELATION OF QUADRATURE AMPLITUDE FLUCTUATIONS IN THE PROCESS OF INTRACAVITY SECOND HARMONIC GENERATION

M.S. GEVORGYAN

For the process of intracavity second harmonic generation, the dynamics of correlation of quadrature amplitudes fluctuations of the fundamental and the second harmonic modes is studied depending on the nonlinear coupling coefficient between the modes. It is shown that, depending on the nonlinear coupling coefficient, entangled states of field, which are entangled by the variable of quadrature amplitudes, can be obtained in this system. It is also shown that depending on the value of the nonlinear coupling coefficient entanglement of the states of field modes related to one quadrature amplitude vanishes whereas entanglement of the states related to other quadrature amplitude remains.