

УДК 548.732

РЕНТГЕНОВСКИЕ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИЕ МУАРОВЫЕ ПОЛОСЫ ПРИ НАЛИЧИИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ГРАДИЕНТА В РАМКАХ ЭЙКОНАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

М.К. БАЛЯН

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

e-mail: mbalyan@ysu.am

(Поступила в редакцию 7 декабря 2016 г.)

Найдено выражение для локального периода интерферометрических муаровых полос на основе эйконольного приближения. Развитая ранее теория применена для случая температурного градиента в зеркальном блоке интерферометра. Получены геометрическая форма, распределение интенсивности и зависимость локального периода муаровых полос от координат. Показано, что в направлении приложенного градиента полосы чисто дилатационного типа, а в перпендикулярном направлении – чисто ротационного.

1. Введение

Рентгеновские интерферометры применяются для экспериментального изучения дефектов [1, 2]. Все излучаемые области интерферометра влияют на интерференционную картину. Экспериментально установлено, что распределение интенсивности муаровых полос более чувствительно к деформациям второго (зеркального) блока интерферометра [1]. Для объяснения формирования рентгеновского муара обычно применяется метод оптической аналогии [3], согласно которой муаровые полосы являются геометрическим местом постоянных значений проекции вектора смещения третьей (анализатор) пластины интерферометра на направление вектора дифракции (деформации в других пластинах интерферометра отсутствуют). В общем случае деформации присутствуют во всех трех пластинах интерферометра, и рентгеновский муар формируется как следствие когерентного наложения лучей, в то время как оптическая аналогия предполагает некогерентное освещение. Интерферометр очень чувствителен к слабым деформациям. В работе [4] формирование муара теоретически изучается на основе эйконольного приближения слабodeформированных кристаллов, когда дефекты находятся в третьей пластине интерферометра, а в работе [5] такая же теория развита для случая, когда деформации присутствуют во всех трех пластинах интерферометра.

В настоящей работе продолжается развитие и обсуждение тем, представленных ранее в работах [4, 5]. Рассматриваемая теория применяется для случая температурного градиента в зеркальной пластине интерферометра. Для муара данного типа получены распределение интенсивности и выражения для локального периода муара, определена геометрическая форма и найдена зависимость локальных периодов от координат.

2. Основные формулы

Рассмотрим трехкристальный рентгеновский интерферометр (рис.1). Обозначим векторы смещения атомов в пластинах через \mathbf{u}_S , \mathbf{u}_{M_1} , \mathbf{u}_{M_2} и \mathbf{u}_A , соответственно. Основным параметром динамической дифракции в деформированных кристаллах является локальный параметр отклонения от условия Брэгга

$$\alpha = -\frac{2}{k} \frac{\partial \mathbf{h}\mathbf{u}}{\partial s_h}, \quad (1)$$

где k – волновое число, \mathbf{h} – вектор дифракции и s_h – координата вдоль направления распространения дифрагированной волны. Применение эйконального приближения ограничено условием, что характеристическая длина изменения деформаций намного больше экстинкционной длины в идеальном кристалле. Кроме того, в слабдеформированных кристаллах должно выполняться следующее условие [6, 7]:

$$|\alpha| \ll |\chi_h|, \quad (2)$$

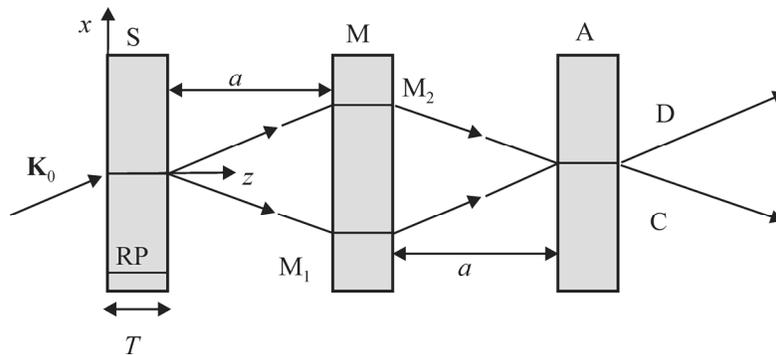


Рис.1. Рентгеновский трехблочный интерферометр: RP – отражающие плоскости, S, M, A – расщепитель, зеркальный блок и анализатор, соответственно, M_1 и M_2 – части зеркального блока в различных плечах интерферометра, x и z – координаты перпендикулярно и вдоль отражающих плоскостей, T – толщина пластин, a – расстояние между пластинами интерферометра, C и D – пучки, образующие муаровые полосы.

где $|\chi_h|$ – модуль Фурье-коэффициента поляризуемости кристалла для данного отражения. Заметим, что дифракция в слабдеформированных кристаллах впервые исследовалась в работе [8]. Если эти условия удовлетворяются, эйкональное приближение может быть применено во всех трех пластинах интерферометра. Пластины интерферометра считаются настолько толстыми, что можно принять во внимание только σ -поляризованные волны слабопоглощаемой моды. Условие (2) позволяет в уравнении эйконала игнорировать α по сравнению χ_h , вследствие чего эйконал можно выбрать как в идеальном кристалле, а траектории получаются прямыми; α сохраняется в уравнениях переноса амплитуд, которые в рамках принятого приближения интегрируются. Подробные расчеты по этой процедуре выполнены в работе [5] для падающей на интерферометр под точным углом Брэгга плоской волны. Для распределения интенсивности в пучках С и D (рис.1) получено одно и то же выражение

$$I = \frac{E_0^{(i)2}}{32} \exp \left[-\frac{3\mu T}{\cos\theta} \left(1 - \frac{\chi_{hi}}{\chi_{oi}} \right) \right] (1 + \cos\beta), \quad (3)$$

где $E_0^{(i)}$ – постоянная амплитуда падающей волны, μ – линейный коэффициент поглощения пластин интерферометра, χ_{oi} и χ_{hi} – нулевая и \mathbf{h} – Фурье-компоненты мнимой части поляризуемости пластин и θ – угол Брэгга. Разность фаз β налагающихся пучков определяется выражением

$$\begin{aligned} \beta = & -\mathbf{h}\mathbf{u}_S^e + \frac{1}{2}[\mathbf{h}\mathbf{u}_{M_1}^i(x - a \tan\theta) + \mathbf{h}\mathbf{u}_{M_1}^e(x - a \tan\theta)] \\ & + \frac{1}{2}[\mathbf{h}\mathbf{u}_{M_2}^i(x + a \tan\theta) + \mathbf{h}\mathbf{u}_{M_2}^e(x + a \tan\theta)] \\ & - \mathbf{h}\mathbf{u}_A^i - \frac{1}{2} \tan\theta \frac{\partial}{\partial x} \int_{T+a}^{2T+a} \mathbf{h}\mathbf{u}_{M_1} dz' /_{x \rightarrow x-a \tan\theta} + \frac{1}{2} \tan\theta \frac{\partial}{\partial x} \int_{T+a}^{2T+a} \mathbf{h}\mathbf{u}_{M_2} dz' /_{x \rightarrow x+a \tan\theta}, \end{aligned} \quad (4)$$

где индексы e и i соответствуют выходной и входной поверхностям соответствующей пластины. Когда некоторое внешнее воздействие налагается во втором блоке интерферометра, более удобно использовать интерферометр с неравными плечами (рис.2).

Как было показано в работе [5], для неравноплечного интерферометра выражение для разности фаз β имеет вид

$$\begin{aligned} \beta = & -\mathbf{h}\mathbf{u}_S^e + \frac{1}{2}[\mathbf{h}\mathbf{u}_{M_1}^i(x - a_2 \tan\theta) + \mathbf{h}\mathbf{u}_{M_1}^e(x - a_2 \tan\theta)] \\ & + \frac{1}{2}[\mathbf{h}\mathbf{u}_{M_2}^i(x + a_4 \tan\theta) + \mathbf{h}\mathbf{u}_{M_2}^e(x + a_4 \tan\theta)] \\ & - \mathbf{h}\mathbf{u}_A^i - \frac{1}{2} \tan\theta \frac{\partial}{\partial x} \int_{T+a}^{2T+a} \mathbf{h}\mathbf{u}_{M_1} dz' /_{x \rightarrow x-a_2 \tan\theta} + \frac{1}{2} \tan\theta \frac{\partial}{\partial x} \int_{T+a}^{2T+a} \mathbf{h}\mathbf{u}_{M_2} dz' /_{x \rightarrow x+a_4 \tan\theta}. \end{aligned} \quad (5)$$

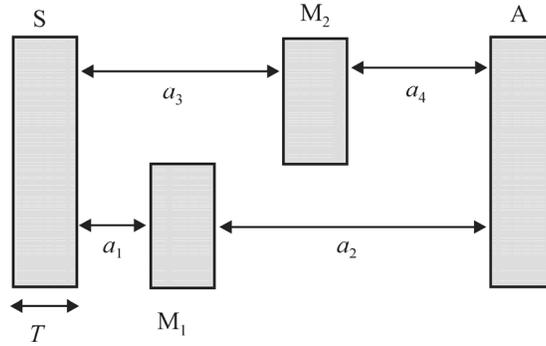


Рис.2. Рентгеновский неравноплечный трехлучный интерферометр: a_1 , a_2 , a_3 и a_4 – расстояния между блоками. Остальные обозначения имеют тот же смысл, что и на рис.1.

Формулы (4) и (5) представляют вклад каждой пластины интерферометра в разность фаз и, следовательно, в механизм образования муаровых полос. Вторая зеркальная пластина, в отличие от двух других, имеет вклад от входной и выходной поверхности (пластина S дает вклад выходной поверхностью, а пластина A – входной поверхностью). Кроме того, вторая зеркальная пластина дает вклад деформациями, т. е. производными вектора смещения. Согласно формулам (3)–(5), могут быть найдены локальные периоды муаровых полос в направлениях Ox и Oy

$$\Lambda_x = 2\pi \left| \frac{\partial \beta}{\partial x} \right|^{-1}, \quad \Lambda_y = 2\pi \left| \frac{\partial \beta}{\partial y} \right|^{-1}. \quad (6)$$

3. Муаровые полосы температурного градиента

Применим изложенную теорию для объяснения формирования муаровых полос в случае температурного градиента. Пусть температурный градиент приложен вдоль Ox в части M_2 зеркальной пластины неравноплечного интерферометра (рис.2) (пластины S и A – идеальные). В этом случае интересующая нас x -компонента вектора смещения дается выражением [6]

$$u_{M_2x} = \frac{x^2 - \left(z - a_3 - \frac{3T}{2} \right)^2 - y^2}{2R}, \quad (7)$$

где координатная ось Oy перпендикулярна к плоскости дифракции, $R = 1/\gamma a_t$ – радиус кривизны отражающих плоскостей, γ – линейный коэффициент температурного расширения пластин, a_t – постоянный температурный градиент вдоль оси Ox ; когда $a_t > 0$, то $R < 0$, а когда $a_t < 0$, то $R > 0$. Подставляя выражение

(6) в (5) получим

$$\beta = -\frac{k \sin \theta}{R} \left(x^2 - y^2 + x(2a_4 + T) \tan \theta + (T + a_4)a_4 \tan^2 \theta - \frac{T^2}{4} \right). \quad (8)$$

Условие слабых деформаций (2) в данном случае имеет вид

$$4 \sin^2 \frac{|x|}{|R|} \ll |\chi_h|. \quad (9)$$

Используя условие (9), сделаем несколько оценок для стандартных параметров дифракции. При $|x| \approx 1$ см, $|\chi_h| \approx 10^{-6}$ и $\sin \theta \approx 1/6$ из условия (9) получим $|R| \gg 10^5$ см. Для кремния $\gamma = 2.7 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ и из определения R получим $|a_i| \ll 3 \text{ K/см}$.

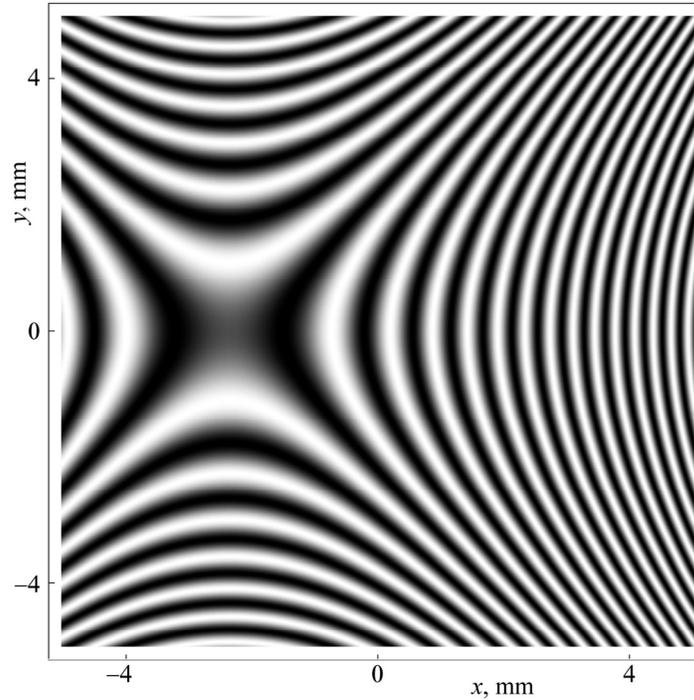


Рис.3. Рассчитанные рентгеновские муаровые полосы при наличии температурного градиента.

В качестве примера рассмотрим отражение Si(220) излучения с длиной волны $\lambda = 0.71 \text{ \AA}$, параметры интерферометра $T = 5$ мм, $a_1 = a_4 = 1$ см, $a_2 = a_3 = 2$ см, $\mu T = 7.3$, а параметры температурного градиента $R = 10^6$ см и $a_i = 0.37 \text{ K/см}$. Как видно из (8), период и конфигурация муаровых полос не зависят от направления приложенного градиента. Муаровые полосы, полученные на основе выражений (3) и (8), показаны на рис.3. На линии $y = 0$ имеем муаровые линии

дилатационного типа с уменьшающимся вдоль x периодом. На линии $x = -2$ мм имеем муаровые полосы ротационного типа с увеличивающимся вдоль y периодом.

Зависимости периода (формула (6)) на линии $y = 0$ и на линии $x = -2$ мм показаны на рис.4 и 5, соответственно.

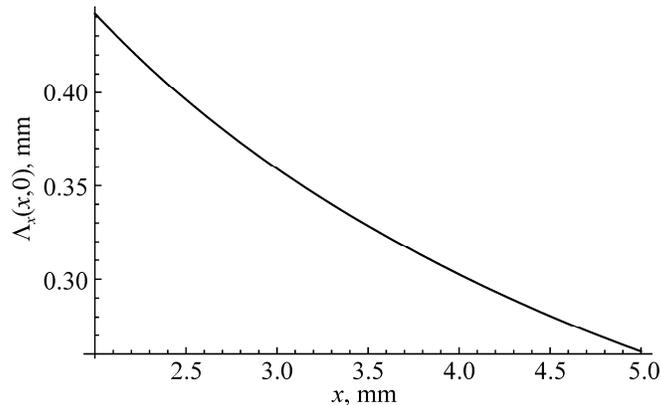


Рис.4. Зависимость периода (формула (6)) вдоль x , когда $y = 0$.

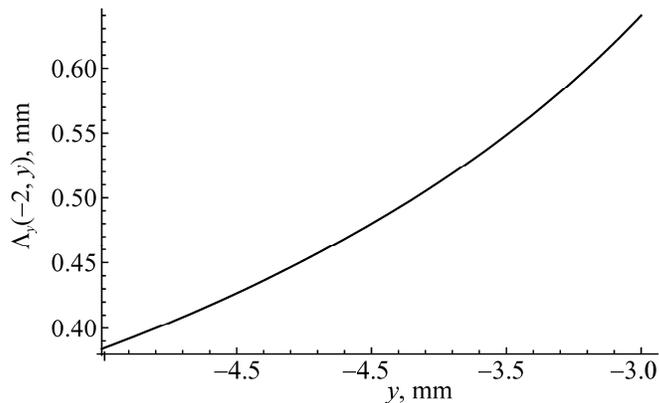


Рис.5. Зависимость периода (формула (6)) вдоль y , когда $x = -2$ мм.

4. Заключение

Представлено применение теории, развитой в работах [4, 5] для образования интерферометрических муаровых полос в слабдеформированных кристаллах. Получено выражение для локального периода муаровых полос. Рассматривается приложение температурного градиента к зеркальной пластине интерферометра перпендикулярно атомным отражающим плоскостям. Найдены геометрическая форма, распределение интенсивности и зависимость локального

периода муаровых полос от координат. Представленный метод может быть применен для изучения муаровых полос при локализованных или других типах дефектов. Если известно в какой пластине находится дефект, представленный метод дает возможность определить тип дефекта и параметры деформации.

ЛИТЕРАТУРА

1. **К.В. Алумян, Р.И. Багдасарян, Т.С. Мнацаканян, Ф.О. Эйрамджян.** Изв. вузов, Физика, **8**, 45 (2002).
2. **Н.Р. Dimeyan.** J. Appl. Cryst., **37**, 585 (2004).
3. **З.Г. Пинскер.** Рентгеновская кристаллооптика. Москва, Наука, 1982.
4. **М.К. Балян, К.Т. Габриелян.** Известия НАН Армении, Физика, **29**, 118 (1994).
5. **М.К. Балян.** Известия НАН Армении, Физика, **47**, 366 (2012).
6. **В.Л. Инденбом, Ф.Н. Чуховский.** УФН, **107**, 229 (1972).
7. **Л.А. Арутюнян, К.Г. Труни.** Известия НАН Армении, Физика, **34**, 272 (1999).
8. **P. Penning, D. Polder.** Phillips Res. Rep., **16**, 419 (1961).

ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՄՈՒԱՐԻ ԳԾԵՐԸ ԷՅԿՈՆԱԼԱՅԻՆ ՄՈՏԱՎՈՐՈՒԹՅԱՄԲ
ՋԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆԱՅԻՆ ԳՐԱԴԻԵՆՏԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ

Մ.Կ. ԲԱԼՅԱՆ

Ինտերֆերաչափական մուարի գծերի առաջացման էլկոնալային մոտավորությամբ գտնված է արտահայտություն այդ գծերի տեղային պարբերության համար: Տեսությունը կիրառված է ինտերֆերաչափի հայելային թիթեղում ջերմաստիճանային գրադիենտի առկայությամբ: Այդ դեպքի համար ներկայացված են մուարի գծերի տեսքը, ուժգնության բաշխումը և տեղային պարբերության կախվածությունը կոորդինատներից: Ցույց է տրված, որ գրադիենտի կիրառման ուղղությամբ գծերը միայն դիլատացիոն են, իսկ ուղղահայաց ուղղությամբ՝ միայն ռոտացիոն:

X-RAY MOIRE FRINGES IN THE FRAME OF EIKONAL APPROXIMATION IN THE PRESENCE OF TEMPERATURE GRADIENT

M.K. BALYAN

An expression for local period of interferometric moire fringes based on eikonal approximation is found. Previously developed theory is applied for the case of temperature gradient in the mirror plate of interferometer. The geometric shape of the moire fringes, intensity distribution and dependence of the local period on coordinates are obtained. It is shown that toward the direction of the applied temperature gradient the fringes are pure dilatational type and toward the perpendicular direction they are pure rotational.