

УДК 533.9

ВЫЧИСЛЕНИЕ ИЗЛУЧАЕМОЙ ЭНЕРГИИ В ЛАЗЕРАХ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ БЕЗ ИНВЕРСИИ

К.Б. ОГАНЕСЯН

Национальная научная лаборатория им. А.И. Алиханяна, Ереван, Армения

e-mail: bsk@yerphi.am

(Поступила в редакцию 20 января 2017 г.)

С помощью гамильтоновского формализма получены уравнения движения частиц в лазере на свободных электронах (ЛСЭ) без инверсии (БИ). Для слабого сигнала получено одномерное несвязанное фазовое уравнение типа уравнения математического маятника. Для практических оценок это уравнение совместно с уравнением изменения энергии электрона решены в рамках теории возмущения, и получены выражения для коэффициента усиления в режиме ЛСЭ и для угла выхода из первого ондулятора. Найдены выражения для коэффициентов усиления, фазы и изменения энергии в зависимости от параметров пучка и устройства.

1. Введение

ЛСЭ [1, 2] используют кинетическую энергию релятивистских электронов, движущихся через пространственно-модулированное магнитное поле вигглера, испуская когерентное излучение. Частота излучения определяется энергией электронов, пространственным периодом и напряженностью магнитного поля вигглера. Это позволяет перестраивать ЛСЭ в широком диапазоне в отличие от атомных или молекулярных лазеров. Существуют многочисленные публикации, посвященные ЛСЭ на ондуляторах и строфотронах (см. [3–25] и ссылки в них). Однако для целей достижения генерации коротких длин волн существенными являются возможные ограничения на коэффициент усиления ЛСЭ.

Идея создания лазеров на свободных электронах без инверсии (ЛСЭБИ) была предложена впервые в работе [26], а затем развивалась и совершенствовалась в работах [27–30]. Конкретные схемы реализации ЛСЭБИ предлагались и рассматривались в работах [31, 32]. Идея ЛСЭБИ основана на схеме с двумя ондуляторами со специально подготовленной дисперсионной средой между ними. В принципе, двухондуляторная система широко используется в обычных ЛСЭ.

Эта схема, часто называемая оптическим клистроном, известна тем, что обеспечивает большой коэффициент усиления и узкую полосу усиления, чем ЛСЭ с одним ондулятором, но она не обеспечивает условия для усиления без инверсии.

В настоящей работе представлены результаты исследований коэффициента усиления, фазы и изменения энергии в зависимости от параметров пучка и устройства в ЛСЭБИ.

2. Уравнения движения

Рассмотрим распространение моноэнергетического пучка электронов в магнитостатическом ондуляторе. Систему координат выберем таким образом, чтобы ось Oz совпадала с осью вигглера, а вектор-потенциал вигглеровского поля был бы направлен вдоль оси Oy:

$$A_w = 2e_y A_w \cos(-v_w t - k_w z), \quad (1)$$

где $\mathbf{k}_w = (0, 0, k_w)$ – волновой вектор вигглера и $\mathbf{e}_y$ – единичный вектор y-оси. Мы предполагаем, что в вигглере распространяется линейно-поляризованная волна, в которой вектор-потенциал имеет вид

$$\mathbf{A}_L = 2\mathbf{e}_y A_L \cos(-v_L t - k_L z \cos \theta + k_L x \sin(\theta + \beta)) \quad (2)$$

и направлен вдоль оси y, а волновой вектор лежит в плоскости xz: $\mathbf{k} = (k \sin \theta, 0, k \cos \theta)$.

Классическая динамика электрона, находящегося в суммарном поле $A = A_w + A_L$ вигглера и лазерной волны, описывается гамильтонианом

$$H = c\sqrt{(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 + m^2 c^2}. \quad (3)$$

Исходя из этого гамильтониана, для фазы частицы и изменения энергии можно получить следующие уравнения:

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = N \sin \psi \\ \ddot{\psi} = \frac{P}{N} \sin \psi, \end{cases} \quad (4)$$

где фаза $\psi = \Delta v t + q_z z + q_x x + \beta$ выражена через импульс $q_x = k_L \sin \theta$, $q_z = k_L \cos \theta + k_w$ и передаваемую энергию $\Delta v = v_L - v_w$ во время каждого акта излучения фотона.

Вводя малые отклонения продольной координаты и энергии частицы $z = V_i t + \delta z$ и $V_z = V_i + \delta V_z$, можно представить фазу через расстройку $\Omega = q_z V_{zi} - \delta v$ вблизи резонансной энергии в виде

$$\psi = \Omega t + q_z \delta z + q_x x + \beta. \quad (5)$$

При получении уравнений (4) использованы следующие параметры:

$$N = \frac{e^2 2 A_w A_L \Delta v}{m^2 c^2 \gamma}, \quad P = \frac{N^2 c^2}{\gamma_r^3 \Delta v} (\gamma_r^2 q_x^2 + q_z^2). \quad (6)$$

При получении второго из уравнений (4) предположено, что изменение лазерной интенсивности в первом ондуляторе незначительно, т. е. $A_L \approx \text{const}$.

3. Решение уравнений движения

Система уравнений (4) содержит два несвязанных уравнения. Это облегчает ее решение, и мы начнем со второго уравнения, которое имеет вид аналитического дифференциального уравнения для обычного маятника. Для простоты запишем это уравнение в виде

$$\ddot{\psi} = \omega^2 \sin \psi \quad (7)$$

с начальными условиями $\psi(0) = \beta$ и $\dot{\psi}(0) = \Omega$.

В выражение (7) введена частота осцилляций

$$\omega^2 = \frac{2K^2 \xi (4\pi\nu_w)^2}{1 + K^2 / 2 + \gamma^2 (\alpha - \theta)}, \quad (8)$$

где $K = \frac{eA_w}{mc} \equiv \frac{eB}{mck_w}$ – параметр ондулятора, $\xi = \frac{A_L}{A_w}$ – отношение безразмерного потенциала лазерного поля к безразмерному потенциалу ондулятора, $\nu_w = c / \lambda_w$, λ_w – период ондулятора, α – угол между направлением начальной скорости электрона и осью ондулятора, θ – угол распространения лазера по отношению к оси ондулятора. Из формулы (8) можно оценить, что $\omega \approx \nu_w$.

Интегрируя (6) и (7) в пределах $[0, t]$, получим

$$\int_{\beta}^{\psi} \frac{d\psi}{\sqrt{\Omega^2 + 2\omega^2 \cos \beta - 2\omega^2 \cos \psi}} = \pm t. \quad (9)$$

Левую сторону уравнения (9) можно записать в виде разности интегралов в пределах $[0, \psi]$ и $[0, \beta]$. После этого приходим к эллиптическим интегралам первого типа

$$u = \int_0^{\psi} \frac{d\psi}{\sqrt{a - b \cos \psi}} = \frac{2}{\sqrt{a + b}} F(\varphi, k) \quad (10)$$

с модулем

$$k^2 = \frac{4\omega^2 K^2 \xi (4\pi\nu_w)^2}{4\omega^2 + \Omega^2 - 2\omega^2 (1 - \cos \beta)} \quad (11)$$

и аргументом

$$\varphi = \operatorname{arcsin} \sqrt{\frac{(a+b)(1-\cos \psi)}{2(a-b \cos \psi)}}, \quad a = \Omega^2 + 2\omega^2 \cos \beta, \quad b = 2\omega^2 \quad (12)$$

для случая фазы в интервале $0 \leq \psi \leq \pi$; и

$$u = \int_0^\psi \frac{d\psi}{\sqrt{a-b \cos \psi}} = \frac{2}{\sqrt{a+b}} F(\psi/2, k) \quad (13)$$

с аргументом

$$\varphi = \psi/2 \quad (14)$$

в случае фазы в интервале $\pi \leq \psi \leq 2\pi$.

Из условия $k^2 < 1$ можно получить ограничения для начальной фазы

$$-\frac{\Omega}{2\omega} < \sin \beta/2 < \frac{\Omega}{2\omega}. \quad (15)$$

Учитывая, что $\Omega/\omega \propto \gamma^2$, (14) легко выполняется для энергий, больших нескольких кэВ. Из выражений (10) и (13) можно выразить фазу частицы через эллиптические функции Якоби

$$\sin \psi = \operatorname{sn} u = \operatorname{sn} \left(u_0 + \sqrt{\frac{a+1}{2}} \omega t \right) \quad (16)$$

с соответствующими значениями начальной фазы (12) и (14).

Перейдём теперь к системе уравнений (4). Первое уравнение можно записать в виде

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{N^2}{P} \frac{d^2 \psi}{dt^2}, \quad (17)$$

из которого можно получить

$$\Delta \gamma = \frac{N^2}{P} (\dot{\psi} - \dot{\psi}_0). \quad (18)$$

Или окончательно

$$\frac{\Delta \gamma}{\gamma} = \frac{\eta}{1+\eta}, \quad (19)$$

где введен параметр

$$\Delta \gamma = \frac{N^2}{P \gamma_0} (\dot{\psi} - \dot{\psi}_0) = \frac{\gamma^2 \Delta v}{c^2 (\gamma^2 q_x^2 + q_z^2)} (\dot{\psi} - \Omega). \quad (20)$$

При моделировании изменения фазы в формуле (20) можно использовать соотношение

$$\frac{d \sin \psi}{dt} = \cos \psi \dot{\psi} = \frac{d \operatorname{sn} u}{du} \times \dot{u} = \operatorname{cn} u \times \Delta(\psi) \times \dot{u} . \quad (21)$$

Так как в режиме слабого сигнала коэффициент усиления $G \propto \Delta\gamma / \gamma$, то можно оценить интенсивность усиливаемой волны, используя полученные выше формулы, а также угол отклонения по отношению к оси ондулятора при выходе из первого ондулятора как

$$\Delta\alpha_1 = \Delta\gamma_1 \frac{\theta - \alpha}{\gamma} . \quad (22)$$

4. Приближенное решение

Для практических аналитических оценок можно получить решение уравнений (3) и (4), используя технику теории возмущений. В нулевом приближении теории возмущений можно пренебречь малыми значениями в выражении фазы и переписать первое уравнение системы (4) в виде

$$\frac{d\gamma_1^0}{dt} = N \sin(\Omega t + \beta) . \quad (23)$$

В этом порядке усредненная энергия равна нулю. В первом порядке для координаты и изменения энергии можно написать

$$\Delta z^1 = \frac{q_z c^2}{\Delta v \gamma_r^3} \int_0^t \Delta\gamma_1^0(t') dt' , \quad (24)$$

$$x^1 = \frac{q_x c^2}{\Delta v \gamma_r} \int_0^t \Delta\gamma_1^0(t') dt' , \quad (25)$$

$$\frac{d\gamma_1^1}{dt} = \frac{P}{N} \cos(\Omega t + \phi) \times \int_0^t \Delta\gamma_1^0(t') dt' . \quad (26)$$

Из уравнения (23) после интегрирования можно получить

$$\gamma_1^0(t) = -\frac{N}{\Omega} \cos(\Omega t + \beta) . \quad (27)$$

После подстановки (27) в (26) для прироста энергии на выходе первого ондулятора в первом порядке теории возмущений получаем

$$\Delta\gamma_1^1 = NT \sin\left(\frac{\Omega T}{2} + \beta\right) \times \frac{\sin(\Omega T / 2)}{\Omega T / 2} , \quad (28)$$

где $T \approx L_w / V_r$ – время пролета электрона через первый ондулятор. Формула (28) совпадает с результатом работы [29].

5. Заключение

Получены уравнения движения электронов в лазерах на свободных электронах без инверсии в рамках формализма Гамильтона. В режиме слабого сигнала получено одномерное несвязанное уравнение фазы из уравнения математического маятника. Уравнение маятника для осцилляций фазы точно решено в эллиптических функциях Якоби. Это уравнение вместе с уравнением изменения энергии частицы решены в рамках теории возмущений, найдены выражения для коэффициента усиления в режиме ЛСЭ и зависимость угла от энергии частицы на выходе из первого ондулятора. Полученные результаты сравниваются с аналогичными результатами других авторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **C.A. Brau.** Free-Electron Lasers. Boston, Academic, 1990.
2. **M.V. Fedorov.** Atomic and Free Electrons in a Strong Light Field. Singapore, World Scientific, 1997.
3. **Д.Н. Ключков, А.А. Геворгян, Н.Ш. Измаилян, К. Б. Оганесян,** Изв. НАН Арм., Физика, **51**, 313 (2016).
4. **M.V. Fedorov, K.B. Oganessian.** IEEE J. Quant. Electr., QE-21, 1059 (1985).
5. **Д.Ф. Зарецкий, Э.А. Нерсесов, К.Б. Оганесян, М.В. Федоров.** Квантовая электроника, **13**, 685 (1986).
6. **Э.А. Нерсесов, К.Б. Оганесян, М.В. Федоров.** ЖТФ, **56**, 2402 (1986).
7. **К.Б. Оганесян, М.В. Федоров.** ЖТФ, **57**, 2105 (1987).
8. **M.L. Petrosyan, L.A. Gabrielyan, Yu.R. Nazaryan, G.Kh. Tovmasyan, K.B. Oganessian.** Laser Physics, **17**, 1077 (2007).
9. **M.V. Fedorov, K.B. Oganessian, A.M. Prokhorov.** Appl. Phys. Lett., **53**, 353 (1988).
10. **К.Б. Оганесян, А.М. Прохоров, М.В. Федоров.** ЖЭТФ, **94**, 80 (1988).
11. **E.M. Sarkisyan, K.G. Petrosyan, K.B. Oganessian, V.A. Saakyan, N.Sh. Izmailyan, C.K. Hu.** Laser Physics, **18**, 621 (2008).
12. **М.Л. Петросян, Л.А. Габриелян, Ю.Р. Назарян, Г.Х. Товмасын, К.Б. Оганесян.** Изв. НАН Армении, Физика, **42**, 57 (2007).
13. **К.Б. Оганесян.** Изв. НАН Армении, Физика, **50**, 169 (2015).
14. **К.Б. Оганесян.** Изв. НАН Армении, Физика, **50**, 422 (2015).
15. **К.Б. Оганесян.** Изв. НАН Армении, Физика, **51**, 15 (2016).
16. **К.Б. Оганесян.** Изв. НАН Армении, Физика, **51**, 417 (2016).
17. **K.B. Oganessian.** J. Modern Optics, **61**, 763 (2014).
18. **K.B. Oganessian.** J. Modern Optics, **61**, 1398 (2014).
19. **K.B. Oganessian.** J. Modern Optics, **62**, 933 (2015).
20. **M.V. Kuzelev, A.A. Rukhadze.** Plasma Free Electron Lasers. Paris, Frontier, 1995.
21. **D.N. Klochkov, A.I. Artemyev, G. Kurizki, Yu.V. Rostovtsev, M.O. Scully.** Phys. Rev. E, **74**, 036503 (2006).
22. **A.I. Artemiev, D.I. Klochkov, K.B. Oganessian, M.V. Fedorov, Yu.V. Rostovtsev.** Laser Physics, **17**, 1213 (2007).
23. **D.N. Klochkov, K.B. Oganessian, Y.V. Rostovtsev, G. Kurizki.** Laser Physics Letters,

- 11, 125001 (2014).
24. **M.V. Fedorov, G. Kurizki, K.B. Oganessian, M.L. Petrosyan, Y.V. Rostovtsev, M.O. Scully, C.K. Hu.** Physica Scripta T, **140**, 014058 (2010).
 25. **K.B. Oganessian.** Nucl. Instr. Meth. Physics Research A, **812**, 33 (2016).
 26. **G. Kurizki, M.O. Scully, C. Keitel.** Phys. Rev. Lett., **70**, 1433 (1993).
 27. **B. Sherman, G. Kurizki, D.E. Nikonov, M.O. Scully.** Phys. Rev. Lett., **75**, 4602 (1995).
 28. **D.E. Nikonov, B. Scherman, G. Kurizki, M.O. Scully.** Opt. Commun., **123**, 363 (1996).
 29. **D.E. Nikonov, M.O. Scully, G. Kurizki.** Phys. Rev. E, **54**, 6780 (1996).
 30. **D.E. Nikonov, Yu.V. Rostovtsev, G. Sussmann.** Phys. Rev. E, **57**, 3444 (1998).
 31. **A.I. Artemiev, M.V. Fedorov, Yu.V. Rostovtsev, G. Kurizki, M.O. Scully.** Phys. Rev. Lett., **85**, 4510 (2000).
 32. **Yu. Rostovtsev, S. Trendafilov, A. Artemyev, K. Kapale, G. Kurizki, M.O. Scully.** Phys. Rev. Lett., **90**, 214802 (2003).

ՀԱՌԱԳԱՅԹԱԾ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ՀԱՇՎԱՐԿԸ ԱՌԱՆՑ ԻՆՎԵՐՍԻԱՅԻ
ԱԶԱՏ ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐՈՎ ԼԱԶԵՐՆԵՐՈՒՄ

Կ.Բ. ՆՈՎԶԱՆՆԻՍՅԱՆ

Ստացված են առանց ինվերսիայով ազատ էլեկտրոններով լազերներում (ԱԻԱԷԼ) մասնիկների շարժման հավասարումները օգտագործելով Համիլտոնյան ֆորմալիզմը: Թույլ ազդանշանի ռեժիմում ստացված է ճոճանակի հավասարման տեսքով չկապված միաչափ փուլային հավասարումը: Պրակտիկ գնահատականների համար այդ հավասարումը, էներգիայի փոփոխության հավասարման հետ լուծվել են խոտորումների տեսությամբ ել գտնվել են ԱԷԼ ռեժիմի ուժեղացման գործակցի ել առաջին օնդուլյատորից դուրս գալուց անկյան արտահայտությունները: Գտնված են ուժեղացման գործակցի, փուլի ել էներգիայի փոփոխության արտահայտությունները կախված փնջի ել սարքի պարամետրերից:

RADIATED ENERGY CALCULATION IN
FREE ELECTRON LASERS WITHOUT INVERSION

K.B. OGANESYAN

The equations of particle motion in the free electron lasers without inversion are derived using the Hamiltonian formalism. In small signal regime the uncoupled one dimensional phase equation is derived in the form of pendulum equation. For the practical estimations the same equation along with the equation of particle energy change are solved using perturbation theory and the expressions for gain in FEL regime and particle angle dependence of energy at the exit of first undulator are obtained. Results for gain, particle phase and energy change depending on beam parameters and device are presented.