Известия НАН Армении, Физика, т.51, №4, с.452-463 (2016)

УДК 592.2

АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ МИКРОЧАСТИЦЫ В КВАНТОВОЙ ПРОВОЛОКЕ С ТРЕХМЕРНЫМИ δ-ПОТЕНЦИАЛАМИ

Д.М. СЕДРАКЯН*, Д.А. БАДАЛЯН, А.Ю. АЛЕКСАНЯН

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

*e-mail: dsedrak@ysu.am

(Поступила в редакцию 25 апреля 2016 г.)

Рассмотрено прохождение микрочастицы (электрона) через δ-потенциальные барьеры, которые вложены в квантовую проволоку цилиндрической формы с характерным эффектом размерного квантования в поперечном направлении. Найдены аналитические выражения для амплитуд многоканального рассеяния, которые справедливы для барьеров, состоящих из одного δ-потенциала и двух δ-потенциалов, расположенных на некотором расстоянии друг от друга. Показано, что многоканальное рассеяние переходит в одноканальное, если первоначальная энергия продольного движения электрона недостаточна для возбуждения более высоких каналов рассеяния. В этом случае полученные формулы для амплитуд рассеяния совпадают с хорошо известными выражениями, полученными для одномерного рассеяния. Найденные нами решения удовлетворяют закону сохранения числа частиц, что является косвенным доказательством правильности полученных результатов.

1. Введение

В нанопроволоках (наностержнях, нанотрубках) с поперечными размерами, удовлетворяющими условию размерного квантования, движение вдоль аксиальной оси структуры является свободным, в то время как поперечное движение ограничено и его энергия может принимать лишь дискретные значения [1]. Исследование движения квантовой частицы в низкоразмерных структурах, содержащих изолированные дефекты (потенциальные барьеры или квантовые ямы), представляет значительный теоретический и практический интерес. Для решения такого типа задач в подавляющем большинстве случаев используется одномерное уравнение Шредингера с рассеивающим потенциалом, зависящим только от координаты, задающей направление рассеяния частицы. Между тем, потенциал рассеяния в общем случае должен зависеть от трех пространственных координат. Более точные результаты могут быть получены с привлечением квазиодномерных моделей [2–4], в которых, в соответствии с физической картиной, поперечное движение не исключается, а ограничивается внешними полями, в том числе – боковой поверхностью наноструктуры. В этих условиях при упругом рассеянии в продольном направлении частица может перейти на другой квантовый уровень в поперечном движении и, следовательно, может возникнуть новый канал рассеяния со своим значением волнового вектора. То есть, рассеяние в квазиодномерной системе, в отличие от одномерной, является многоканальным.

Для решения задач многоканального рассеяния в работе [5] был предложен метод, фактически обобщающий известный метод погружения [6,7]. Используя этот метод, в ряде работ [8–13] исследовано рассеяние квантовой частицы на двухмерных и трехмерных потенциалах, вложенных в квазиоднородную наноструктуру. В различных приближениях получены формулы для амплитуд прохождения и отражения, спектра энергии частицы, ландауэровского сопротивления и т. д.

Настоящая работа является продолжением этих исследований. В ней используется более простая методика, основанная на процедуре «сшивания» волновых функций и их производных в точках рассеяния. Рассматриваются две задачи, для которых получены точные решения. В первой из них исследуется нанотрубка с точечным дефектом, который моделируется трехмерным δ-потенциалом. Показано, что эта задача сводится к аналогичной задаче рассеяния на плоскости [14]. Во второй задаче рассматривается нанотрубка с двумя точечными дефектами. Интерес к этой задаче связан с тем, что в системах, содержащих более одного потенциального барьера, общий коэффициент прохождения из-за интерференционных эффектов может стать больше коэффициента прохождения через любой барьер этой системы.

2. Уравнение многоканального рассеяния для квантовой проволоки

Пусть частица движется в проволоке цилиндрической формы по направлению оси z, совпадающей с осью цилиндра. Потенциал рассеяния характеризуется функцией $U(\rho,\varphi,z)$ (ρ, φ, z – цилиндрические координаты). Движение в поперечной к оси плоскости (ρ,φ) ограничено непрозрачной стенкой в виде цилиндрической поверхности с радиусом кругового сечения a. Уравнение Шредингера частицы в цилиндрических координатах имеет вид

$$\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\right)+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\chi^2-V(\rho,\varphi,z)\right]\Psi(\rho,\varphi,z)=0\,, \tag{1}$$

где $\chi^2=(2m/\hbar^2)E$, $V(\rho,\varphi,z)=(2m/\hbar^2)U(\rho,\varphi,z)$ и E – энергия частицы при рассеянии.

Уравнение (1) удовлетворяет граничному условию

$$\Psi(\rho,\varphi,z)=0\,,\ \text{если}\ \rho\geq a\,. \tag{2}$$

Решение уравнения (1), удовлетворяющее условию (2), можно записать в виде

$$\Psi(\rho,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\Psi_{nl}(z)\Phi_{nl}(\rho)\cos l\varphi\,, \tag{3}$$

где

$$\Phi_{nl}(\rho)=\frac{J_l(\chi_{nl}\rho)}{a\sqrt{\pi}J_{l+1}(\chi_{nl}a)}\,, \tag{4}$$

J_l – цилиндрическая функция Бесселя и величины χ_{nl} определяются из условия (2), которое принимает вид

$$J_l(\chi_{nl}a)=0\,. \tag{5}$$

Решения трансцендентного уравнения (5) хорошо известны: наименьшее значение χ_{nl}, соответствующее паре индексов $n=1$, $l=0$, определяется из равенства $\lambda_{10}=\chi_{10}a\approx 2.405$. Следующий уровень нумеруется индексами $n=1$, $l=1$, для которого $\lambda_{11}=\chi_{11}a\approx 3.832$ и т. д.

В формуле (3) функции $\Psi_{nl}(z)$ являются решениями системы линейных уравнений

$$\left\{\frac{d^2\Psi_{nl}(z)}{dz^2}+k_{nl}^2\Psi_{nl}(z)-\sum_{n'=1}^{\infty}\sum_{l'=0}^{\infty}V_{nl,n'l'}(z)\Psi_{n'l'}(z)=0\right.\,, \tag{6}$$

где

$$V_{nl,n'l'}(z)=\int_0^a\rho d\rho\Phi_{nl}(\rho)\Phi_{n'l'}(\rho)\int_0^{2\pi}d\varphi V(\rho,\varphi,z)\cos l\varphi\cos l'\varphi\,, \tag{7}$$

$$k_{nl}^2=\chi^2-\chi_{nl}^2\,. \tag{8}$$

3. Амплитуды многоканального рассеяния для δ-потенциалов

Найдем амплитуды рассеяния для частного вида потенциала $V(\rho,\varphi,z)$, представляющего собой трехмерную δ-функцию, помещенную в точке с радиус-вектором $\mathbf{r}_0=(\rho_0\cos\varphi_0,\rho_0\sin\varphi_0,0)$:

$$V(\rho,\varphi,z)=P\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)=P\delta(\rho\cos\varphi-\rho_0\cos\varphi_0)\delta(\rho\sin\varphi-\rho_0\sin\varphi_0)\delta(z)\,, \tag{9}$$

где P – мощность δ-потенциала. Подставляя (9) в (7), получим [12]

$$V_{nl,n'l'}(z)=c_{nl}c_{n'l'}\delta(z)\,, \tag{10}$$

где

$$c_{nl}=\frac{\sqrt{P}J_l(\chi_{nl}\rho_0)\cos l\varphi_0}{a\sqrt{\pi}J_{l+1}(\chi_{nl}a)}\,. \tag{11}$$

Подстановка (11) в (6) дает

$$\left\{\frac{d^2\Psi_{nl}(z)}{dz^2}+k_{nl}^2\Psi_{nl}(z)-\left(c_{nl}\sum_{n'l'}c_{n'l'}\Psi_{n'l'}(z)\right)\delta(z)=0\,. \right. \tag{12}$$

Если рассматривать рассеяние частицы по N каналам, то в этом случае нужно определить амплитуды прохождения t_m и отражения r_m, где m меняется от единицы до N. Число N равняется числу поперечных уровней энергии частицы, по которым происходит рассеяние. Следовательно, каждый индекс m соответствует паре индексов (n,l), которые описывают энергетические состояния поперечного движения. Условимся эти состояния нумеровать согласно росту значений поперечной энергии. Такая нумерация одновременно обозначает номер канала рассеяния.

Учитывая сказанное выше, уравнение (12) можно переписать в виде

$$\left\{\frac{d^2\Psi_m(z)}{dz^2}+k_m^2\Psi_m(z)-\delta(z)\sum_{m'=1}^{N}a_{mm'}\Psi_{m'}(z)=0\,, \right. \tag{13}$$

где введено обозначение

$$a_{mm'}=c_m c_{m'} \quad (c_m\equiv c_{nl})\,. \tag{14}$$

Система уравнений (13) в точности совпадает с соответствующими уравнениями работы [14], где частица движется в плоскости xy, а в направлении y движение ограничено непроницаемыми стенками. Повторение расчетов по нахождению амплитуд рассеяния t_m и r_m приводит к следующим формулам:

$$t_1=1-i\frac{a_{11}}{2k_1}G\,,\quad t_{m\neq 1}=-i\frac{a_{1m}}{2k_m}G\,, \tag{15}$$

$$r_1=-i\frac{a_{11}}{2k_1}G\,,\quad r_{m\neq 1}=t_{m\neq 1}\,, \tag{16}$$

где

$$G=\frac{1}{1+i\sum_{m'=1}^{N}\frac{a_{m'm'}}{2k_{m'}}}\,.$$

Используя формулы (15) и (16), можно показать, что

$$|t_1|^2+|r_1|^2+\sum_{m'=2}^{N}\frac{k_{m'}}{k_1}\left[|t_{m'}|^2+|r_{m'}|^2\right]=1\,. \tag{17}$$

Уравнение (17) выражает закон сохранения числа частиц при многоканальном рассеянии.

Найдем теперь амплитуды рассеяния, при которых частица рассеивается на двухбарьерном потенциале

$$V(\rho,\varphi,z)=P\delta(\rho\cos\varphi-\rho_0\cos\varphi_0)\delta(\rho\sin\varphi-\rho_0\sin\varphi_0)[\delta(z)+\delta(z-l)]\,, \tag{18}$$

где l – расстояние (по z) между δ-потенциалами. Подставляя (18) в (7) и далее в (6), получим

$$\left\{\Psi''_m(z) + k_m^2\Psi_m(z) - [\delta(z)+\delta(z-l)]\sum_{m'=1}^{N} a_{mm'}\Psi_{m'}(z) = 0\right. . \tag{19}$$

Здесь и далее предполагается, что индекс m принимает N значений.

Асимптотические решения системы уравнений (19) до и после преодоления потенциального барьера (18) являются решениями уравнений для свободной частицы. Следовательно, волновые функции $\Psi_m(z)$ можно представить в виде

$$\Psi_m(z) = \begin{cases} \delta_{m1}e^{ik_m z} + r_m e^{-ik_m z}, & z < 0 \\ c_m e^{ik_m z} + d_m e^{-ik_m z}, & 0 \le z \le l \\ t_m e^{ik_m(z-l)}, & z > l. \end{cases} \tag{20}$$

Из формул (20) получим производные $\Psi'_m(z)$:

$$\Psi'_m(z) = \begin{cases} ik_m(\delta_{m1}e^{ik_m z} - r_m e^{-ik_m z}), & z < 0 \\ ik_m(c_m e^{ik_m z} - d_m e^{-ik_m z}), & 0 \le z \le l \\ ik_m t_m e^{ik_m(z-l)}, & z > l. \end{cases} \tag{21}$$

Условия «сшивания» волновых функций (20) и их производных при прохождении частицы через сингулярные точки $z = 0$ и $z = l$ имеют вид

$$\begin{cases} \Psi_m(+0) = \Psi_m(-0) = \Psi_m(0) \\ \Psi_m(l+0) = \Psi_m(l-0) = \Psi_m(l) \\ \Psi'_m(+0) - \Psi'_m(-0) = \sum\limits_{m'=1}^{N} a_{mm'}\Psi_{m'}(0) \\ \Psi'_m(l+0) - \Psi'_m(l-0) = \sum\limits_{m'=1}^{N} a_{mm'}\Psi_{m'}(l). \end{cases} \tag{22}$$

Используя формулы (20)–(22), получим

$$\begin{cases} \delta_{m1} + r_m = c_m + d_m \\ t_m = c_m e^{ik_m l} + d_m e^{-ik_m l} \\ ik_m(c_m - d_m - \delta_{m1} + r_m) = \sum\limits_{m'=1}^{N} a_{mm'}(c_{m'} + d_{m'}) \\ ik_m(t_m - c_m e^{ik_m l} + d_m e^{-ik_m l}) = \sum\limits_{m'=1}^{N} a_{mm'}(c_{m'}e^{ik_{m'}l} + d_{m'}e^{-ik_{m'}l}). \end{cases} \tag{23}$$

Из (23) имеем

$$r_m = c_m + d_m - \delta_{m1}\,,\ t_m = c_m e^{ik_m l} + d_m e^{-ik_m l}\,. \tag{24}$$

Исключив из остальных уравнений r_m и t_m, получим

$$\begin{cases} 2ik_m(c_m - \delta_{m1}) = \sum\limits_{m'=1}^{N} a_{mm'}(c_{m'} + d_{m'}) \\ 2ik_m d_m e^{-ik_m l} = \sum\limits_{m'=1}^{N} a_{mm'}(c_{m'} e^{ik_{m'} l} + d_{m'} e^{-ik_{m'} l}). \end{cases} \tag{25}$$

Формулы (25) представляют собой $2N$ линейных уравнений относительно неизвестных c_m и d_m. Введем вместо них новые неизвестные x_m и y_m, которые связаны с c_m и d_m следующим образом:

$$\begin{gathered} x_m = c_m + d_m, \\ y_m = c_m e^{ik_m l} + d_m e^{-ik_m l}. \end{gathered} \tag{26}$$

Обратная связь неизвестных имеет вид

$$\begin{gathered} c_m = f_1(m)x_m - f_2(m)y_m, \\ d_m = f_2(m)y_m - f_3(m)x_m, \end{gathered} \tag{27}$$

где

$$f_1(m) = \frac{e^{-ik_m l}}{\Delta_m}\,,\ f_2(m) = \frac{1}{\Delta_m}\,,\ f_3(m) = \frac{e^{ik_m l}}{\Delta_m}\,,\ \Delta_m = e^{-ik_m l} - e^{ik_m l}\,. \tag{28}$$

Используя (26) и (27), вместо системы уравнений (25) получим следующие уравнения:

$$\begin{cases} 2ik_m[f_1(m)x_m - f_2(m)y_m] - \sum\limits_{m'=1}^{N} a_{mm'}x_{m'} = 2ik_m\delta_{m1} \\ 2ik_m[f_1(m)y_m - f_2(m)x_m] - \sum\limits_{m'=1}^{N} a_{mm'}y_{m'} = 0. \end{cases} \tag{29}$$

Сделаем еще одно преобразование, вместо x_m и y_m введем неизвестные v_m и w_m:

$$v_m = x_m + y_m\,,\ w_m = x_m - y_m\,. \tag{30}$$

Складывая и вычитая уравнения (29), получим две независимые системы уравнений N-го порядка относительно v_m и w_m

$$\begin{cases} 2ik_m\alpha_m v_m - \sum\limits_{m'=1}^{N} a_{mm'}v_{m'} = 2ik_m\delta_{m1}\,, \end{cases} \tag{31}$$

$$\begin{cases} 2ik_m\beta_m w_m - \sum\limits_{m'=1}^{N} a_{mm'}w_{m'} = 2ik_m\delta_{m1}\,. \end{cases} \tag{32}$$

В уравнениях (31) и (32)

$$\alpha_m = f_1(m) - f_2(m)\,,\ \beta_m = f_1(m) + f_2(m)\,. \tag{33}$$

Системы уравнений (31) и (32) – тождественны, поэтому достаточно найти решения для одной из них. Перепишем систему (31) так, чтобы выделить уравнение с индексом $m = 1$:

$$\begin{cases} 2ik_1\alpha_1 v_1 - a_{11}v_1 - \sum\limits_{m'=2}^{N} a_{1m'}v_{m'} = 2ik_1 \\ 2ik_m\alpha_m v_m - a_{m1}v_1 - \sum\limits_{m'=2}^{N} a_{mm'}v_{m'} = 0,\ m \neq 1. \end{cases} \tag{34}$$

Предполагая, что $v_1 \neq 0$, далее вместо v_1 и $v_{m\neq 1}$ введем неизвестные z_1 и $z_{m\neq 1}$:

$$z_1 = \frac{1}{v_1}\,,\ z_{m\neq 1} = \frac{v_{m\neq 1}}{v_1}\,. \tag{35}$$

Разделив левые и правые части уравнений на v_1, согласно (35) получим

$$\begin{cases} \sum\limits_{m'=2}^{N} a_{1m'}z_{m'} + 2ik_1 z_1 = -b_{11} \\ \sum\limits_{m'=2}^{N} a_{mm'}z_{m'} - 2ik_m\alpha_m z_m = -a_{m1},\ \ (m = 2,3,...,N), \end{cases} \tag{36}$$

где $b_{mm} = a_{mm} - 2ik_m\alpha_m$. Легче сначала найти z_1, которое определяется по формуле Крамера

$$z_1 = \frac{D}{D_1}\,, \tag{37}$$

где

$$D_1 = \begin{vmatrix} 2ik_1 & a_{12} & \dots & \dots & a_{1N} \\ 0 & b_{22} & \dots & \dots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & a_{N2} & \dots & \dots & b_{NN} \end{vmatrix}. \tag{38}$$

Определитель D получается из D_1 заменой первого столбца столбцом свободных членов системы (36). Вычисление (38) выполняется по формуле, полученной в работе [14],

$$D_1 = 2ik_1\left(1 + \sum_{m'=2}^{N} \frac{a_{m'm'}}{b_{m'm'} - a_{m'm'}}\right)\prod_{m''=2}^{N}(b_{m''m''} - a_{m''m''})\,. \tag{39}$$

Подставляя в (39) значение b_{mm}, окончательно получим

$$D_1 = -\frac{1}{\alpha_1}\left(1 + i\sum_{m'=2}^{N}\frac{a_{m'm'}}{2k_{m'}\alpha_{m'}}\right)\prod_{m''=1}^{N}(-2ik_{m''}\alpha_{m''})\,. \tag{40}$$

Определитель D вычисляется аналогичным образом. Имеем

$$D = -\left(1 + i\sum_{m'=1}^{N}\frac{a_{m'm'}}{2k_{m'}\alpha_{m'}}\right)\prod_{m''=1}^{N}(-2ik_{m''}\alpha_{m''})\,. \tag{41}$$

Теперь по формуле (37) найдем

$$z_1 = \alpha_1\frac{1 + i\sum\limits_{m'=1}^{N}\dfrac{a_{m'm'}}{2k_{m'}\alpha_{m'}}}{1 + i\sum\limits_{m'=2}^{N}\dfrac{a_{m'm'}}{2k_{m'}\alpha_{m'}}}. \tag{42}$$

Остальные неизвестные можно получить по методике, предложенной в работе [14]. Имеем

$$z_{m\neq 1} = -\frac{i\dfrac{a_{1m}}{2k_m\alpha_m}}{1 + i\sum\limits_{m'=2}^{N}\dfrac{a_{m'm'}}{2k_{m'}\alpha_{m'}}}\,. \tag{43}$$

Возвращаясь к неизвестным v_1 и $v_{m\neq 1}$, после простых преобразований получим

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{1}{\alpha_1}\left(1 - i\frac{a_{11}}{2k_1\alpha_1}G_\alpha\right), \\ v_{m\neq 1} &= -i\frac{a_{1m}}{2\alpha_1\alpha_m k_m}G_\alpha\,, \end{aligned} \tag{44}$$

где

$$G_\alpha = \frac{1}{1 + i\sum\limits_{m'=1}^{N}\dfrac{a_{m'm'}}{2k_{m'}\alpha_{m'}}}\,. \tag{45}$$

Что касается неизвестных w_m, то единственное отличие соответствующих формул от (44) и (45) заключается в том, что вместо функций α_m будут фигурировать функции β_m (см. формулы (33)). Таким образом, имеем

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{1}{\beta_1}\left(1 - i\frac{a_{11}}{2k_1\beta_1}G_\beta\right), \\ w_{m\neq 1} &= -i\frac{a_{1m}}{2\beta_1\beta_m k_m}G_\beta\,, \end{aligned} \tag{46}$$

где

$$G_{\beta} = \frac{1}{1 + i\sum_{m'=1}^{N} \frac{a_{m'm'}}{2k_{m'}\beta_{m'}}}. \tag{47}$$

Подставляя (44) и (46) в (30) и далее используя формулы (27) и (24), получим

$$t_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\beta_1}\right) - i\frac{a_{11}}{4k_1}\left(\frac{G_{\alpha}}{\alpha_1^2} - \frac{G_{\beta}}{\beta_1^2}\right), \tag{48}$$

$$t_{m\neq 1} = -i\frac{a_{1m}}{4k_m}\left(\frac{G_{\alpha}}{\alpha_1\alpha_m} - \frac{G_{\beta}}{\beta_1\beta_m}\right), \tag{49}$$

$$r_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\beta_1}\right) - i\frac{a_{11}}{4k_1}\left(\frac{G_{\alpha}}{\alpha_1^2} + \frac{G_{\beta}}{\beta_1^2}\right) - 1, \tag{50}$$

$$r_{m\neq 1} = -i\frac{a_{1m}}{4k_m}\left(\frac{G_{\alpha}}{\alpha_1\alpha_m} + \frac{G_{\beta}}{\beta_1\beta_m}\right). \tag{51}$$

Отметим, что выражения (48)–(51) при стремлении l к нулю переходят в решения (15) и (16), найденные для однобарьерного потенциала (9). Для этого достаточно учесть, что в формулах (48)–(51) при $l \to 0$ $\alpha_m / 2 = 1$ и $\beta_m = \infty$, а мощность потенциала уменьшается вдвое.

4. Заключение

Рассмотрено прохождение микрочастицы (электрона) через δ-потенциальные барьеры, которые вложены в квантовую проволоку цилиндрической формы с характерным эффектом размерного квантования в поперечном направлении. Основным результатом является получение точных решений для амплитуд многоканального рассеяния. Эти выражения справедливы для барьеров, состоящих из одного δ-потенциала и двух δ-потенциалов, расположенных на некотором расстоянии друг от друга. Важно отметить, что многоканальное рассеяние переходит в одноканальное, если первоначальная энергия продольного движения электрона недостаточна для возбуждения более высоких каналов рассеивания. В этом случае выведенные нами формулы формально совпадают с хорошо известными выражениями, полученными для одномерного рассеяния [15]. Определение амплитуд рассеяния $t(s)$ и $r(s)$ при прохождении частицы через квазиодномерную структуру с вложенной цепочкой из s атомных потенциалов (типа модели Кронига-Пенни) является весьма важной задачей. Одним из способов нахождения $t(s)$ и $r(s)$ является метод, использованный в настоящей статье для описания прохождения частицы через барьеры с одним или двумя δ-потенциалами ($s = 1, 2$). Что же касается моделей с $s \geq 3$, то из-за математических трудностей точных решений не удается получить. С другой стороны, в работах

[16,17] получены рекуррентные уравнения, связывающие амплитуды $t(s-1)$, $t(s)$ и $t(s+1)$. Если совместить эти уравнения с результатами, полученными в данной работе, то возможно удастся найти формулы для амплитуд рассеяния более высокого порядка, чем $t(2)$ и $r(2)$.

Необходимо подчеркнуть, что найденные нами решения (48)–(51) должны удовлетворять закону сохранения числа частиц (формула (17)), что является косвенным доказательством правильности полученных формул. Ввиду важности этой задачи покажем, что соотношение (17) выполняется, опустив довольно длинные промежуточные расчеты.

Представим формулы (48)–(51) в следующем виде:

$$\frac{1}{t_1} = \frac{B_\alpha B_\beta}{C_{\alpha\beta}}, \tag{52}$$

$$\frac{r_1}{t_1} = \frac{\dfrac{C_\alpha}{2\alpha_1} B_\beta + \dfrac{C_\beta}{2\beta_1} B_\alpha - B_\alpha B_\beta}{C_{\alpha\beta}}, \tag{53}$$

$$\frac{t_m}{t_1} = -i\frac{a_{1m}}{4k_m} \frac{\dfrac{B_\beta}{\alpha_1\alpha_m} - \dfrac{B_\alpha}{\beta_1\beta_m}}{C_{\alpha\beta}}, \tag{54}$$

$$\frac{r_m}{t_1} = -i\frac{a_{1m}}{4k_m} \frac{\dfrac{B_\beta}{\alpha_1\alpha_m} + \dfrac{B_\alpha}{\beta_1\beta_m}}{C_{\alpha\beta}}, \tag{55}$$

где

$$B_\alpha = C_\alpha + i\frac{a_{11}}{2k_1\alpha_1}, \quad B_\beta = C_\beta + i\frac{a_{11}}{2k_1\beta_1},$$

$$C_\alpha = 1 + i\sum_{m'=2}^{N} \frac{a_{m'm'}}{2k_{m'}\alpha_{m'}}, \quad C_\beta = 1 + i\sum_{m'=2}^{N} \frac{a_{m'm'}}{2k_{m'}\beta_{m'}},$$

$$C_{\alpha\beta} = \frac{C_\alpha}{2\alpha_1} B_\beta - \frac{C_\beta}{2\beta_1} B_\alpha .$$

Соотношение (17) запишем в виде равенства

$$M_{\text{left}} = M_{\text{right}}, \tag{56}$$

где

$$M_{\text{left}} = \sum_{m'=2}^{N} \frac{k_{m'}}{k_1}\left[\left|\frac{t_{m'}}{t_1}\right|^2 + \left|\frac{r_{m'}}{t_1}\right|^2\right], \tag{57}$$

$$M_{\text{right}} = \left|\frac{1}{t_1}\right|^2 - \left|\frac{r_1}{t_1}\right|^2 - 1 . \tag{58}$$

Используя формулы (54) и (55), получим

$$M_{\text{left}} = \left|\frac{B_\beta}{C_{\alpha\beta}}\right|^2 \sum_{m'=2}^{N} \frac{a_{1m'}^2}{8k_1 k_{m'} \left|\alpha_1\right|^2 \left|\alpha_{m'}\right|^2} + \left|\frac{B_\alpha}{C_{\alpha\beta}}\right|^2 \sum_{m'=2}^{N} \frac{a_{1m'}^2}{8k_1 k_{m'} \left|\beta_1\right|^2 \left|\beta_{m'}\right|^2}. \qquad (59)$$

Соответственно из формул (52) и (53) найдем

$$M_{\text{right}} = \left|\frac{B_\beta}{C_{\alpha\beta}}\right|^2 \sum_{m'=2}^{N} \frac{a_{11} a_{m'm'}}{8k_1 k_{m'} \left|\alpha_1\right|^2 \left|\alpha_{m'}\right|^2} + \left|\frac{B_\alpha}{C_{\alpha\beta}}\right|^2 \sum_{m'=2}^{N} \frac{a_{11} a_{m'm'}}{8k_1 k_{m'} \left|\beta_1\right|^2 \left|\beta_{m'}\right|^2}. \qquad (60)$$

Из определения коэффициентов $a_{m'm'}$ (формула (14)) следует, что

$$a_{mm'}^2 = a_{mm} a_{m'm'}. \qquad (61)$$

Используя это свойство коэффициентов $a_{mm'}$ легко заметить, что равенство (56) выполняется.

Мы не затронули проблему интерференционных эффектов, которые возможны в случае прохождения частицы через потенциальный барьер, сконструированный из двух δ-потенциалов. Для этого необходимо из формул (48)–(51) получить коэффициенты прохождения или отражения и исследовать их поведение в зависимости от первоначальной энергии электрона и расстояния l между δ-потенциалами.

ЛИТЕРАТУРА

1. **P. Harrison.** Quantum Wells, Wires and Dots. Theoretical and Computational Physics. New York, Wiley and Sons Ltd, 2005.
2. **D. Boese, M. Lischka, L.E. Reichl.** Phys. Rev. B, **62**, 16933 (2000).
3. **S. Souma, A. Suzuki.** Phys. Rev. B**, 65**, 115307 (2002).
4. **J. Prior, A.M. Somoza, M. Ortuno.** Phys. Rev. B, **72**, 024206 (2005).
5. **Д.М. Седракян, Э.М. Казарян, Л.Р. Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **44**, 395 (2009).
6. **В.В. Бабиков.** Метод фазовых функций в квантовой механике. Москва, Наука, 1976.
7. **И.В. Кляцкин.** Метод погружения в теории распространения волн. Москва, Наука, 1986.
8. **Д.М. Седракян, Э.М. Казарян, Л.Р. Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **45**, 173 (2010).
9. **Д.М. Седракян, Э.М. Казарян, Л.Р. Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **46**, 18 (2011).
10. **Д.М. Седракян, Д.А. Бадалян, Л.Р. Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **47**, 151 (2012).
11. **Д.М. Седракян, Л.Р. Седракян.** ФТТ, **53**, 1628 (2011).
12. **Д.М. Седракян, Д.А. Бадалян, Л.Р. Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **49**, 71 (2014).
13. **Д.М. Седракян, Л.Р. Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **49**, 327 (2014).

14. **Д.М. Седракян, Д.А. Бадалян, Л.Р. Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **50**, 176 (2015).
15. **З. Флюгге.** Задачи по квантовой механике. Том 1. Москва, Мир, 1974.
16. **Д.М. Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **45**, 39 (2010).
17. **Д.М. Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **45**, 183 (2010).

ՄԻԿՐՈՄԱՍՆԻԿԻ ՑՐՄԱՆ ԱՄՊԼԻՏՈՒԴՆԵՐԸ ԵՌԱՉԱՓ δ-ՊՈՏԵՆՑԻԱԼՆԵՐՈՎ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԼԱՐՈՒՄ

Դ.Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, Դ.Հ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ, Ա.ՅՈՒ. ԱԼԵՔՍԱՆՅԱՆ

Դիտարկված է միկրոմասնիկի (էլեկտրոնի) անցումը δ-պոտենցիալային արգելքներով, որոնք տեղադրված են լայնական ուղղությամբ բնութագրական չափային քվանտացման երևույթով զլանաձև քվանտային լարում: Բազմուղի ցրման լայնույթների համար գտնված են վերլուծական արտահայտություններ, որոնք ճիշտ են միմյանցից որոշակի հեռավորության վրա գտնվող մեկ և երկու δ-պոտենցիալներից բաղկացած արգելքների համար: Ցույց է տրված, որ բազմուղի ցրումը դառնում է միաուղի, եթե էլեկտրոնի երկայնական շարժման սկզբնական էներգիան բավարար չէ ցրման ավելի բարձր ուղիները գրգռելու համար: Այդ դեպքում ցրման ամպլիտուդների համար ստացված բանաձևերը համընկնում են միաչափ ցրման համար ստացված արտահայտությունների հետ:

Ցույց է տրված, որ ստացված լուծումները բավարարում են մասնիկների թվի պահպանման օրենքին, որը բանաձևերի ճիշտ լինելու անուղղակի ապացույց է:

MULTICHANNEL SCATTERING AMPLITUDES OF MICROPARTICLE IN A QUANTUM WIRE WITH THREE-DIMENSIONAL δ-POTENTIALS

D.M. SEDRAKIAN, D.H. BADALYAN, A.YU. ALEKSANYAN

The passage of the microparticle (of an electron) through the δ-potential barriers which are embedded in the quantum cylindrical shaped wire with a characteristic effect of dimensional quantization in the transverse direction was considered. Some analytical expressions for amplitudes of the multichannel scattering, which are valid for barriers consisting of one and two δ-potentials located at a certain distance from each other, was found. It is shown that the multichannel scattering goes into one-dimension scattering if the initial energy of the longitudinal motion of the electron is not sufficient to excite the higher scattering channels. In this case, the obtained formulas for the scattering amplitudes coincide with the well-known expressions obtained for the one-dimensional scattering. Obtained solutions are according to the law of the conservation of the number of particles, which is an indirect evidence of the corrections of the derived formulas.