

УДК 548.732

РЕНТГЕНОВСКАЯ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКАЯ ФУРЬЕ-ГОЛОГРАФИЯ

М.К. БАЛЯН

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

e-mail: mbalyan@ysu.am

(Поступила в редакцию 11 января 2016 г.)

Предложена и теоретически исследована рентгеновская интерферометрическая Фурье-голография. Исследованы рентгеновские интерферометрические полосы Юнга и восстановление изображения объекта методом Фурье-преобразования. Показано, что на выходной поверхности кристалла анализатора (третья пластина интерферометра) интерференционная картина двух щелей представляет из себя рентгеновские интерферометрические полосы Юнга. Найдено выражение для периода рентгеновских интерферометрических полос Юнга. Дальнейшее восстановление изображения щели как объекта осуществляется методом Фурье-преобразования распределения интенсивности на голограмме. Представлены три способа восстановления функции комплексного пропускания объекта: аналитический – приближенный метод, метод итераций и шаговый метод. В качестве примера рассмотрены запись рентгеновской интерферометрической Фурье-голограммы и восстановление функции комплексного амплитудного пропускания кругового цилиндра из бериллия.

1. Введение

Существующие основные методы в оптической голографии, а именно: голография Френеля – методы осевой голографии (Габора) и внеосевой голографии, голография Фраунгофера, голография Фурье, интерферометрическая голография [1–3], можно развивать также в области рентгеновских частот. Получение рентгеновских голограмм может быть основано на рентгенодифракционной (брэгговской) оптике [4]. В работе [5] был предложен метод рентгенодифракционной интерферометрической голографии, который был развит в работах [6,7]. Предполагается, что объект расположен в одном плече интерферометра, а прошедшая через другое плечо волна служит опорной. В [8] был предложен метод восстановления точечного источника рентгеновских волн. Используя синхротронные источники рентгеновских волн, развиты также методы рентгеновской голографии, аналогичные методам оптической голографии, без привлечения брэгговской дифракционной оптики: метод осевой (Габора) голографии [9–12] и метод Фурье-голографии [12–15].

В работе [16] отмечено, что динамическая двухволновая лауэвская дифракция на двух щелях может стать основой для рентгendifракционной Фурье-голографии. В методе Момоза получения фазового контраста некоторого объекта с помощью трехблочного интерферометра для восстановления изображения используется метод Фурье-преобразования [17]. В [18–20] рассматривался метод однокристалльной фраунгоферовской динамической дифракционной голографии, а в [21] теоретически проанализирован метод однокристалльной рентгеновской динамической дифракционной Фурье-голографии. Здесь используется симметричная Лауэ-дифракция рентгеновского пучка в кристалле, перед которым в одной из двух щелей находится исследуемый объект.

Следует особо отметить, что использование динамической дифракции в рентгеновской голографии ухудшает разрешающую способность по сравнению с методами без использования такой дифракции. Теоретический предел разрешающей способности рентгеновской голографии с использованием динамической дифракции порядка нескольких или нескольких десятков микрон, тогда как без привлечения динамической дифракции теоретический предел разрешения – длина волны используемого излучения. Голография с использованием динамической дифракции обладает тем преимуществом, что можно без труда получить голограммы сравнительно больших размеров – порядка нескольких миллиметров и более [8]. Это связано с тем, что относительное отклонение двух лучей объектом на несколько угловых секунд приводит к относительному отклонению соответствующих лучей в кристалле на углы порядка десятков градусов. Вместе с тем, в случае без использования динамической дифракции пучку необходимо распространяться на достаточно большие расстояния для получения голограммы размером порядка нескольких сотен микрон. Таким образом, в случае использования динамической дифракции сравнительно легко можно достичь теоретического предела разрешения, тогда как без использования динамической дифракции из-за малых размеров голограмм возникают трудности достижения теоретического предела разрешения. Использование обоих методов будет полезным для исследования объектов с соответствующей степенью неоднородности к разрешающей способности метода.

В работе [22] теоретически исследована рентгеновская интерферометрическая голография Френеля. В настоящей работе предложен и проведен теоретический анализ другого рентгеновского интерферометрического метода – рентгеновской интерферометрической Фурье-голографии. Следует отметить, что здесь, в отличие от работ [5–7], рассматривается когерентная запись голограммы. Это связано с тем, что появились мощные синхротронные источники рентгеновского излучения, которые дают возможность с помощью последовательных симметричных и асимметричных отражений получить достаточно интенсивные

пучки с пространственной и временной когерентностью. Тем более возможна когерентная запись с помощью рентгеновских лазеров на свободных электронах. Отметим также, что использование лабораторных источников рентгеновского излучения не может обеспечить достаточно интенсивный пучок с требуемой пространственной и временной когерентностью.

2. Запись рентгеновской интерферометрической Фурье-голограммы

Пусть на трехблочный рентгеновский интерферометр под точным углом Брэгга для некоторой длины волны падает монохроматическая плоская рентгеновская волна с единичной амплитудой (рис.1). В одном плече интерферометра,

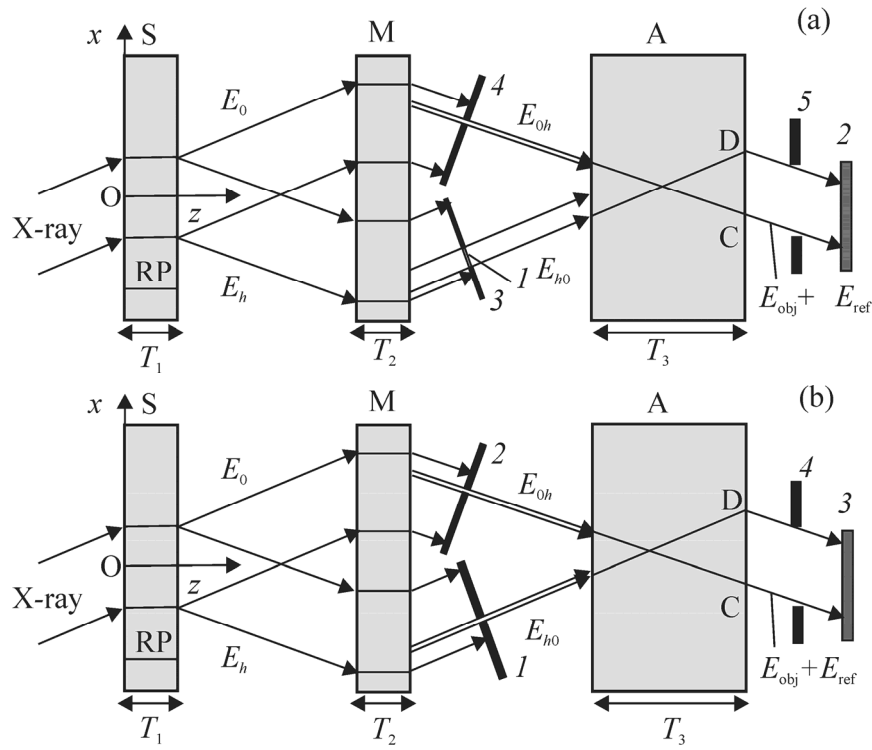


Рис.1. (а) Схема записи рентгеновской интерферометрической Фурье-голограммы. S, M, A – расщепитель, зеркальный блок и анализатор, соответственно, RP – отражающие плоскости, Oхz – координатная система в плоскости дифракции, CD – область записи голограммы на выходе анализатора, C и D – точки пересечения характеристик (линии, параллельные направлениям распространения проходящей и дифрагированной волн), проходящие через края объектной и опорной волн, с выходной поверхностью кристалла, 1 – объект, 2 – голограмма, 3, 4, 5 – щели, E_0 , E_h , E_{0h} , E_{h0} , $E_{obj} + E_{ref}$ – амплитуды пучков в интерферометре. (б) Схема рентгеновского интерферометрического опыта Юнга, где вместо объекта используется узкая щель, 1, 2 – узкие щели, 3 – голограмма и 4 – щель.

в дважды дифрагированном пучке после зеркального блока (вторая пластина интерферометра) установлен исследуемый объект с комплексным коэффициентом амплитудного пропускания $t(x, y)$. Прошедшая через объект волна (объектная волна) в анализаторе (третья пластина интерферометра) интерферирует с волной, проходящей через другое плечо интерферометра (опорная волна). Объектная волна ограничена щелью с размером объекта. Опорная волна формируется с помощью узкой щели, установленной после зеркального блока.

Амплитуду E_{hol} вышедшей из анализатора волны в направлении дифракции (рис.1а) можно представить в виде

$$E_{\text{hol}} = E_{\text{ref}} + E_{\text{obj}}, \quad (1)$$

где E_{ref} и E_{obj} – амплитуды опорной и объектной волны, соответственно. Согласно (1), соответствующая интенсивность на выходной поверхности анализатора будет

$$I_{\text{hol}} = |E_{\text{ref}}|^2 + E_{\text{ref}} E_{\text{obj}}^* + E_{\text{ref}}^* E_{\text{obj}} + |E_{\text{obj}}|^2. \quad (2)$$

Мы рассматриваем случай

$$T_3/\Lambda_r \gg 1, \quad \mu T_3 \gg 1, \quad (3)$$

где T_3 – толщина анализатора, Λ_r – экстинкционная длина и μ – линейный коэффициент поглощения кристалла. В этом случае существенна только слабопоглощающаяся мода σ -поляризации. Первые две пластины интерферометра можно выбрать с меньшей толщиной $T_1 = T_2 < T_3$, но так, чтобы выполнялось условие $\mu T_{1,2} > 1$, так что в конечном итоге во всех вычислениях можно оставить только слабопоглощаемую моду σ -поляризации. Согласно динамической теории дифракции рентгеновских лучей [23, 24], амплитуды волн, вышедших из анализатора, можно представить в виде свертки вдоль входной поверхности кристалла функции точечного источника и амплитуд, падающих на анализатор волн

$$E_{\text{obj}} = \exp(2i\sigma_0 T_1) \int_{x_{\text{obj}1}}^{x_{\text{obj}2}} G_{h0}(x - x', T_3) t(x', y) dx' / 4, \quad (4)$$

$$E_{\text{ref}} = -\exp(2i\sigma_0 T_1) \int_{x_{\text{ref}1}}^{x_{\text{ref}2}} G_{hh}(x - x', T_3) dx' / 4, \quad (5)$$

где $x_{\text{ref}1,2}, x_{\text{obj}1,2}$ – координаты на входной поверхности анализатора левых и правых концов опорного и объектного пучков, соответственно, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число и λ – длина волны рентгеновских лучей, $\chi_0 = \chi_{0r} + i\chi_{0i}$ – нулевая Фурье-компонента поляризуемости кристалла, $\Lambda = \lambda \cos\theta / (\chi_h \chi_{-h})^{1/2}$ ($\Lambda_r = \text{Re}\Lambda$ – экстинкционная длина), θ – угол Брэгга, $\chi_h = \chi_{-h} = \chi_{hr} + i\chi_{hi}$ – Фурье-коэффициенты поляризуемости кристалла для отражений $\mathbf{h}$ и $-\mathbf{h}$, соответственно (не теряя общность, рассматривается случай centrosymmetric кристалла и $\chi_h = \chi_{-h}$) и $\sigma_0 =$

$k\chi_0/(2\cos\theta) + \pi/\Lambda$. Вид функций Грина G_{h0} и G_{hh} приводится в [23–25]. Используемые здесь функции Грина получаются из них же [25] умножением на $\exp[ik\chi_0 T_3/(2\cos\theta)]$. В функции G_{hh} содержится как слагаемая дельта функция Дирака, но в данной задаче эту функцию можно не принимать во внимание, так как мы рассматриваем толстый поглощающий кристалл. Кроме того, щель, через которую проходит опорная волна после зеркального блока, считается узкой, так что вместо (5) приближенно можно написать

$$E_{\text{ref}} = -\exp(2i\sigma_0 T_1)(2a_{\text{ref}})G_{hh}(x - x_{\text{ref}}, T_3) / 4. \quad (6)$$

Здесь x_{ref} – координата центра опорной волны на входной поверхности анализатора, $2a_{\text{ref}}$ – размер проекции щели в плоскости дифракции вдоль входной поверхности третьей пластины интерферометра. Таким образом, интерференционное поле в области записи голограммы CD (рис.1) формируется суммой амплитуды точечного источника как опорной волны и амплитуды объектной волны.

3. Рентгеновские интерферометрические полосы Юнга

Одним из простейших является случай, когда в качестве объекта берется узкая щель того же размера, что и опорная щель, с координатой центра щели x_{obj} на входной поверхности анализатора. Тогда приближенно из (4) имеем

$$E_{\text{obj}} = \exp(2i\sigma_0 T_1)(2a_{\text{ref}})G_{h0}(x - x_{\text{obj}}, T_3) / 4. \quad (7)$$

Согласно формулам (6) и (7), интерференционное поле есть сумма полей двух точечных источников, поэтому такая схема аналогична опыту Юнга с двумя щелями, и на выходе анализатора формируются рентгеновские интерферометрические интерференционные полосы Юнга. Такая задача с одним кристаллом рассматривалась в работе [16]. Для амплитуды суммарного поля из формул (1), (5) и (6) получим

$$E_{\text{hol}} = \exp(2i\sigma_0 T_1)(2a_{\text{ref}})(G_{h0}(x - x_{\text{obj}}, T_3) - G_{hh}(x - x_{\text{ref}}, T_3)) / 4. \quad (8)$$

Здесь предполагается, что $x_{\text{obj}} = -x_{\text{ref}}$ и $x_{\text{ref}} > 0$. Так как мы рассматриваем случай толстого поглощающего кристалла, то для функций G_{h0} и G_{hh} можно применить асимптотическое представление [16, 26]. В итоге из (4) получим

$$E_{\text{obj,ref}} = Q \exp[-i\pi(x \pm x_{\text{ref}})^2 / (2\Lambda_r T_3 \tan^2 \theta)] \times \exp[-\pi(x \pm x_{\text{ref}})^2 \eta / (2\Lambda_r T_3 \tan^2 \theta)], \quad (9)$$

где $Q = -\exp(i\sigma_0 T + i\pi/4)(2a_{\text{obj}})(8\Lambda_r T_3 \tan^2 \theta)^{-1/2}/4$, $\eta = \chi_{hi}/|\chi_{hr}|$, верхний знак соответствует объектной волне, а нижний – опорной волне, $T = 2T_1 + T_3$ – общая толщина всех трех пластин интерферометра. Таким образом, для интенсивности имеем

$$I_{\text{hol}} = |Q|^2 \{ \exp[-\pi(x + x_{\text{ref}})^2 \eta / (Dx_{\text{ref}})] + \exp[-\pi(x - x_{\text{ref}})^2 \eta / (Dx_{\text{ref}})] + 2 \exp[-\pi(x^2 + x_{\text{ref}}^2) \eta / (Dx_{\text{ref}})] \cos(2\pi x / D) \}, \quad (10)$$

где $D = T_3 \Lambda \tan^2 \theta / x_{\text{ref}}$. Из (10) заключаем, что интенсивность представляет собой равноотстоящие максимумы с медленно уменьшающимися к краям из-за поглощения амплитудами. Эти максимумы представляют собой рентгеновские интерферометрические полосы Юнга. Период максимумов (полос Юнга) равен D .

Обсудим требования к пространственной (поперечной, связанной с размером источника в плоскости дифракции) и временной (продольной, связанной с полихроматичностью пучка) когерентностям падающей на интерферометр рентгеновской волны. Соответствующие оценки можно получить методом, описанным в [27], с заменой толщины одного кристалла суммарной толщиной всех трех пластин интерферометра. В итоге приходим к следующим условиям, при выполнении которых размер источника в плоскости дифракции и монохроматичность не будут влиять на профиль распределения интенсивности голограммы: для пространственной когерентности $2a_s(2T_1 + T_3) < \lambda L_s / (2 \sin \theta)$, а для временной когерентности $(2T_1 + T_3) \sin 2\theta \tan \theta < l_c \cos \theta$. Здесь $2a_s$ – размер источника в плоскости дифракции, перпендикулярной к направлению распространения падающего на первую пластину интерферометра (расщепитель) пучка, L_s – среднее расстояние источника от кристалла, $l_c = \lambda^2 / (2\Delta\lambda)$ – продольная длина когерентности и $2\Delta\lambda$ – средний размер области длин волн рентгеновского пучка около средней длины волны λ .

4. Восстановление изображения щели методом Фурье-преобразования

Восстановление изображения щели можно осуществить, освещая голограмму светом видимого диапазона. Однако представляют интерес, особенно для фазовых объектов [9], численные методы восстановления изображения. Здесь мы обсудим именно численный метод восстановления изображения – метод Фурье-преобразования. Умножим (10) на $\exp(2\pi i p x / D)$ и проинтегрируем по x

$$E_{\text{rec}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(2\pi i p x / D) I_h(x) dx, \quad (11)$$

где интегрирование производится по плоскости голограммы. Пренебрегая конечными размерами голограммы, пределы интегрирования берутся бесконечными. Согласно формулам (10) и (11), получим следующее распределение:

$$E_{\text{rec}} = |Q|^2 \sqrt{Dx_{\text{ref}} / \eta} \{ 2 \exp[-\pi p^2 x_{\text{ref}} / (D\eta)] \cos 2\pi x_{\text{ref}} p / D + \exp(-\pi x_{\text{ref}} \eta / D) \exp[-\pi(p+1)^2 x_{\text{ref}} / (D\eta)] + \exp(-\pi x_{\text{ref}} \eta / D) \exp[-\pi(p-1)^2 x_{\text{ref}} / (D\eta)] \}. \quad (12)$$

Первый член в формуле (12) сконцентрирован около значения $p = 0$ с полушириной максимума

$$\Delta_0 = 2\sqrt{D\eta / (\pi x_{\text{ref}})} . \quad (13)$$

Второй и третий члены в формуле (12) сконцентрированы около точек $p = \pm 1$ и соответствуют двум восстановленным изображениям щели.

На практике, следовательно, нужно измерить значения интенсивности (2) в зависимости от x , затем, умножая на соответствующие значения $\exp(2\pi i p x / D)$, численно вычислить интеграл (11) с конечными пределами интегрирования, соответствующими конечным размерам голограммы. В результате численного интегрирования получатся три пика по p ($p = 0, \pm 1$). Значениям $p = \pm 1$ соответствуют два изображения щели.

5. Пример восстановления изображения щели

Рассмотрим пример рентгеновских интерферометрических полос Юнга и восстановление изображения щели с помощью метода Фурье-преобразования. Ширины обеих щелей в плоскости дифракции вдоль оси Ox равны $2a_{\text{ref}} = 10$ мкм, $x_{\text{ref}} = 75$ мкм и $x_{\text{obj}} = -x_{\text{ref}}$. Рассматривается случай Si(220) отражения, $\lambda = 0.71$ Å

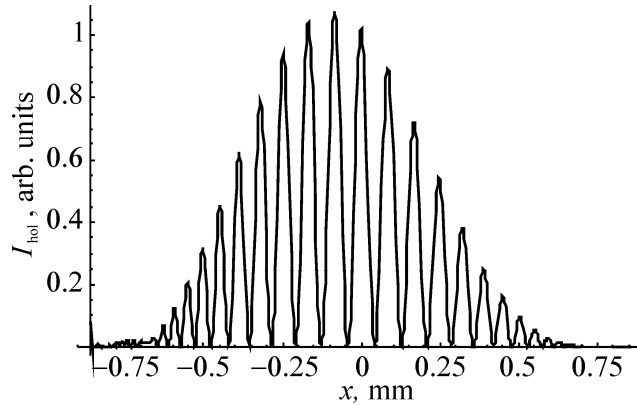


Рис.2. Численный расчет распределения интенсивности рентгеновских интерферометрических полос Юнга.

(17.46 кэВ), $T_1 = T_2 = 1$ мм и $T_3 = 5$ мм. Для периода D , согласно (10), в данном примере получаем значение 86 мкм.

На рис.2 показано полученное на основе гриновского формализма динамической теории дифракции распределение интенсивности (2) для полос Юнга. Для амплитуды опорной волны использовано выражение (3), а для амплитуды объектной волны – выражение (4). Как видно из рисунка, центр картины смещен относительно точки 0, что объясняется некоторой асимметрией функции G_{hh} .

На рис.3 представлено распределение интенсивности (9) восстановленного поля. Численные расчеты (рис.2 и 3), выполнены с учетом конечных размеров щелей и голограммы. Как видно из результатов численных расчетов, изображения щелей полностью восстанавливаются. Уширение изображений объясняется тем, что учтены конечные размеры щелей и голограммы. Результаты численных расчетов совпадают с теоретическими предсказаниями. Необходимые значения Фурье-коэффициентов поляризуемости взяты из работы [24].

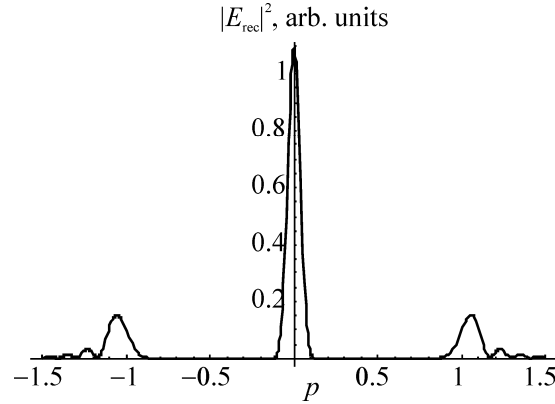


Рис.3. Численный расчет распределения интенсивности восстановленного с помощью метода Фурье изображения щели.

6. Восстановление изображения объекта методом Фурье-преобразования

Рассмотрим схему записи рентгеновской интерферометрической Фурье-голограммы, представленную на рис.1а. Из (4) имеем приближенно

$$E_{\text{obj}} = Q \exp[-i\pi(x - x_{\text{obj}})^2 / (2D)] \exp[-\pi(x - x_{\text{obj}})^2 \eta / (2D)] \times \int_{-a_{\text{obj}}}^{a_{\text{obj}}} \exp[i\pi(x - x_{\text{obj}})x' / D] t(x' + x_{\text{obj}}, y) dx'. \quad (14)$$

Объект выбран такого размера, что под интегралом в (14) использовано приближение $\exp[-i\pi x'^2 / (2D)] \approx 1$ и амплитуда объектной волны пропорциональна Фурье-образу комплексного амплитудного пропускания объекта.

Как и в случае формулы (11), умножим (2) на $\exp(-2\pi i p x / D_1)$ (здесь более удобен знак минус в экспоненте), где $D_1 = T_3 \Lambda_r \tan^2 \theta / x_{\text{ref}}$, p – параметр, и проинтегрируем по x :

$$E_{\text{rec}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-2\pi i p x / D_1) I_h(x, y) dx. \quad (15)$$

Интегрирование проводится по плоскости голограммы.

6.1. Аналитический подход

Пренебрегая конечными размерами голограммы, берем пределы интегрирования бесконечными. Подставляя формулы (6) и (14) в (2), а (2) в (15), получим

$$E_{\text{rec}} = E_{\text{rec1}} + E_{\text{rec2}} + E_{\text{rec3}} + E_{\text{rec4}}, \quad (16)$$

где каждое из слагаемых в правой части соответствует четырем членам в правой части (2). Используя (15), получим

$$E_{\text{rec1}} = |Q|^2 (2a_{\text{ref}})^2 \sqrt{D/\eta} \exp(-2\pi i p x_{\text{ref}} / D_1) \exp[-\pi p^2 x_{\text{ref}} / (D_1 \eta)], \quad (17)$$

$$E_{\text{rec2}} = 2(2a_{\text{ref}}) |Q|^2 D t^*(x_{\text{ref}} - 2p x_{\text{ref}}, y), \quad (18)$$

$$E_{\text{rec3}} = 2(2a_{\text{ref}}) |Q|^2 D t(x_{\text{ref}} + 2p x_{\text{ref}}, y), \quad (19)$$

$$E_{\text{rec4}} = 2 |Q|^2 D \int t^*(x'' - 2p x_{\text{ref}} - x_{\text{ref}}, y) t(x'' - x_{\text{ref}}, y) dx''. \quad (20)$$

Как видно из (17) и (20), E_{rec1} сконцентрировано около значения $p = 0$ с полушириной $\Delta_0 = 2[D_1 \eta / (\pi x_{\text{ref}})]^{1/2}$, а E_{rec4} тоже сконцентрировано около $p = 0$ и образует гало вокруг этой точки.

Согласно (18), второй член в правой части (16), т.е. E_{rec2} , пропорционален комплексно сопряженному значению амплитудного пропускания, поэтому этот член назовем сопряженным изображением. Сопряженное изображение объекта сконцентрировано около значения $p = 1$, область изменения p для сопряженного изображения находится в пределах $1 - a_{\text{obj}}/2x_{\text{ref}} \leq p \leq 1 + a_{\text{obj}}/2x_{\text{ref}}$, причем изображение поворачивается на 180° . Третий член в (16), E_{rec3} , пропорционален амплитудному пропусканию, образует прямое действительное изображение объекта и сконцентрирован около значения $p = -1$. Здесь $-1 - a_{\text{obj}}/2x_{\text{ref}} \leq p \leq -1 + a_{\text{obj}}/2x_{\text{ref}}$. Определяя из эксперимента I_{hol} , численно беря интеграл (15) и учитывая, что в области изображения значения этого интеграла совпадают с E_{rec3} , согласно (19), получим приближенные значения комплексного коэффициента пропускания объекта, если разделим E_{rec3} на коэффициент перед $t(x_{\text{ref}} + 2p x_{\text{ref}}, y)$ в формуле (19).

Ход вычислений интеграла (15) показывает, что разрешение метода определяется выражением

$$\Delta_0 = 4\sqrt{D\eta/\pi}, \quad (21)$$

равным полуширине изображения точечного объекта.

6.2. Численный метод итераций

На практике нужно измерить значения интенсивности (2) в зависимости от x , y , затем, умножая на соответствующие значения $\exp(-2\pi i p x / D_1)$, численно проинтегрировать (15) с конечными пределами интегрирования, соответствующими конечным размерам голограммы. В результате численного интегрирования

получатся значения, сконцентрированные около значений $p = 0, \pm 1$. Значениям около $p = 1$ соответствует сопряженное изображение с поворотом на 180° . Значениям около $p = -1$ соответствует прямое действительное изображение объекта. Аналитический подход показывает (формулы (17)–(20)), что значение комплексного амплитудного пропускания объекта можно численно определить из выражения

$$t(x, y) = t_0(x, y) = E_{\text{rec}}(p) / E_{\text{rec},s}(p). \quad (22)$$

Здесь $E_{\text{rec},s}(p)$ соответствует $E_{\text{rec}}(p)$ для $t(x, y) = 1$, т.е. для щели того же размера, что и объект, но без объекта. $E_{\text{rec},s}(p)$ вычисляется с использованием (14) и $t(x, y) = 1$. Связь между p и x дается выражением $p = x/(2x_{\text{ref}}) - 1/2$, причем необходимо использовать значения x из интервала $-x_{\text{ref}} - a_{\text{obj}} \leq x \leq -x_{\text{ref}} + a_{\text{obj}}$, которым будут соответствовать значения p из интервала $-1 - a_{\text{obj}}/(2x_{\text{ref}}) \leq p \leq -1 + a_{\text{obj}}/(2x_{\text{ref}})$. Полученное по формуле (22) нулевое приближение $t(x, y)$, обозначенное как $t_0(x, y)$, дает предварительное представление об искомой функции. Следующее приближение можно получить, если при вычислении $E_{\text{rec}}(p)$ разложить $t(x', y)$ около точки $x'_0 = 2px_{\text{ref}} + x_{\text{ref}}$ в ряд Тейлора, сохраняя линейные члены включительно, а для значения в точке x'_0 использовать нулевое приближение (22). Таким путем находим

$$t(x, y) = t_1(x, y) = t_0(x, y) - E_{\text{rec}}^{(1)}(p) / E_{\text{rec},s}(p), \quad (23)$$

где $E_{\text{rec}}^{(1)}(p)$ есть $E_{\text{rec}}(p)$ с заменой $t(x, y)$ на $t'_0(x'_0, y)(x' - x'_0)$, где $t'_0(x'_0, y)$ производная нулевого приближения $t_0(x, y)$ в точке $x'_0 = 2px_{\text{ref}} + x_{\text{ref}}$. При необходимости итерационный процесс можно продолжить с тем же алгоритмом.

6.3. Шаговый численный метод

Вместо итерационного процесса можно применять, на наш взгляд, более простой метод. В этом методе объектную щель берем узкой, для простоты положим такого же размера и щель опорной волны. Сначала объект устанавливается с правым (или левым) краем на левый (правый) край объектной щели. После перемещения объекта на шаг (равный или не равный размеру объектной щели) записывается голограмма этого участка объекта. Этот процесс повторяется $N = a_{\text{obj}}/a_{\text{ref}}$ раз и на каждом шагу записывается голограмма соответствующего участка объекта, так что после всех перемещений получатся N голограмм всех участков объекта с размерами $2a_{\text{ref}}$. Для каждой голограммы имеем соответствующие значения интенсивностей, и если объектная щель достаточно узкая, то $t_i(x, y)$ ($i = 1, \dots, N$) можно считать постоянной и определить из выражения

$$t_i(-x_{\text{ref}}, y) = E_{\text{rec}i}(-1) / E_{\text{rec}i,s}(-1), \quad (24)$$

где $E_{\text{rec}i}(-1)$ и $E_{\text{rec}i,s}(-1)$ имеют тот же смысл, что и в (22), но для шага i . Таким образом, объект строится с помощью N значений $t_i(-x_{\text{ref}}, y)$ ($i = 1, \dots, N$), получая

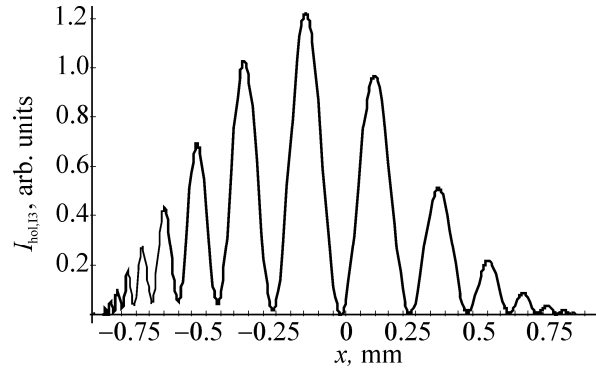


Рис.4. Распределение интенсивности на рентгеновской интерферометрической Фурье-голограмме цилиндра из бериллия, полученное шаговым методом для шага $i = 13$.

N голограмм для значения $p = -1$. Интерполяция полученной функции, заданной этими N значениями, завершает задачу нахождения $t(x,y)$.

7. Пример восстановления изображения объекта

Рассмотрим пример нахождения $t(x,y)$ для кругового однородного цилиндра из бериллия с радиусом $R_{\text{obj}} = 50$ мкм и с осью, перпендикулярной к плоскости дифракции. Рассматривается случай Si(220) отражения, $\lambda = 0.71 \text{ \AA}$ (17.46 кэВ), $T_1 = T_2 = 1$ мм и $T_3 = 5$ мм. Показатель преломления объекта $n = 1 - \delta + i\beta$, причем $\delta > 0$ определяет преломление в объекте, а $\beta > 0$ определяет поглощение в объекте. Для бериллия $\delta = 1.118 \times 10^{-6}$ и $\beta = 2.69 \times 10^{-10}$. Для $t(x,y)$ получим выражение

$$t(x,y) = \exp[-2ik(\delta - i\beta)\sqrt{R_{\text{ob}}^2 - (x + x_{\text{ref}})^2 \cos^2 \theta}]. \quad (25)$$

Определим коэффициент пропускания объекта описанным выше шаговым методом. Возьмем объектную щель с шириной, равной ширине щели опорного пучка 4 мкм, шаг равный ширине щели, т.е. 4 мкм, и $x_{\text{ref}} = 25/\cos\theta$ мкм, $x_{\text{obj}} = -x_{\text{ref}}$. Для $N = 25$, используя формулу (25), вычислим все значения $I_{\text{hol},i}(x)$, $i = 1, \dots, 25$ при помощи формул (2)–(4). Считая эти значения экспериментально определенными, получим значения t_i искомой функции по формуле (24). Построим интерполяционную функцию, используя эти значения. На рис.4 показана одна из голограмм для шага $i = 13$ (центр объекта совпадает с центром объектной щели).

На рис.5а,б полученные таким способом действительные и мнимые значения функции сопоставлены с соответствующими истинными значениями (25).

Очевидна близость значений восстановленной функции с истинными значениями искомой функции. Необходимые значения Фурье-коэффициентов поляризуемости взяты из работы [24], а значения δ и β для бериллия – из работы [28].

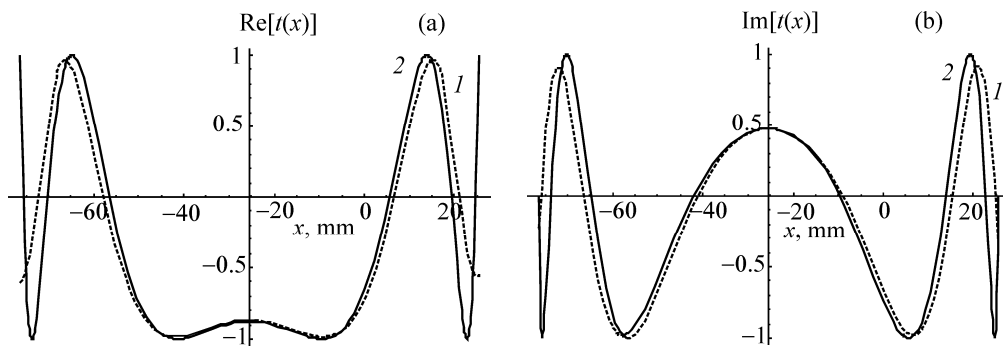


Рис.5. Сопоставление действительной и мнимой частей реконструированной шаговым методом функции $t(x, y)$ для цилиндра из бериллия с их истинными значениями: (а) 1 – действительная часть $t(x, y)$, 2 – истинное значение, (б) 1 – мнимая часть $t(x, y)$, 2 – истинное значение.

8. Заключение

Предложена и теоретически исследована рентгеновская интерферометрическая Фурье-голография. Теоретически исследованы рентгеновские интерферометрические полосы Юнга, как простейший случай рентгеновской интерферометрической Фурье-голографии. Показано, что на выходной поверхности кристалла анализатора интерференционная картина двух щелей, расположенных после зеркального блока, представляет из себя рентгеновские интерферометрические полосы Юнга. Найдено выражение для периода рентгеновских интерферометрических полос Юнга.

Дальнейшее восстановление изображения щели как объекта осуществляется численным методом Фурье-преобразования. Восстановление изображения щели можно осуществить также с помощью света видимого диапазона. Численный расчет подтверждает правильность выводов теоретического исследования.

Предложена и теоретически исследована рентгеновская интерферометрическая Фурье-голография и восстановление изображения численным методом Фурье-преобразования. Представлены три способа нахождения функции комплексного пропускания объекта: аналитический – приближенный метод, метод итераций и шаговый метод. В качестве примера рассмотрена запись рентгеновской интерферометрической Фурье-голограммы цилиндра из бериллия с радиусом 50 мкм и восстановление комплексного амплитудного пропускания объекта шаговым методом.

Метод рентгеновской интерферометрической Фурье-голографии экспе-

риментально можно осуществить с помощью синхротронных источников рентгеновского излучения и рентгеновскими лазерами на свободных электронах. Он может быть применен в рентгеновской микроскопии для определения комплексного коэффициента пропускания неоднородных объектов (как фазовых, так и амплитудных), а также определения плотности объекта (его внутренней структуры) и показателя преломления.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Р. Кольер, К. Беркхарт, Л. Лин.** Оптическая голография. Москва, Мир, 1973.
2. **Р. Hariharan.** Basics of Holography. New York, Cambridge University Press, 2002.
3. Оптическая голография, в 2-х томах, под ред. Г. Колфилда. Москва, Мир, 1982.
4. **V.V. Aristov, G.A. Ivanova.** J. Appl. Cryst., **12**, 19 (1979).
5. **А.М. Егиазарян, П.А. Безирганян.** Изв. АН Арм. ССР, **15**, 35 (1980).
6. **А.М. Егиазарян.** Письма в ЖТФ, **24**, 55 (1998).
7. **А.М. Егиазарян, К.Г. Труни, А.Р. Мкртчян.** Письма в ЖЭТФ, **68**, 681 (1998).
8. **К.Т. Габриелян.** Письма в ЖТФ, **16**, 5 (1990).
9. **A. Snigirev, I. Snigireva, V. Kohn, S. Kuznetsov, I. Schelokov.** Rev. Sci. Instrum., **66**, 5486 (1995).
10. **K.A. Nugent, T.E. Gureyev, D.F. Cookson, D. Paganin, Z. Barnea.** Phys. Rev. Lett., **77**, 2961 (1996).
11. **D.M. Paganin.** Coherent X-ray Optics. Oxford, Oxford University Press, 2006.
12. **N. Watanabe, H. Yokosuka, T. Ohogashi, H. Takano, A. Takeuchi, Y. Suzuki, S. Aoki.** J. Phys. IV France, **104**, 551 (2003).
13. **W. Leitenberger, A. Snigirev.** J. Appl. Phys., **90**, 538 (2001).
14. **В.В. Аристов, А.В. Куюмчян, А.Ю. Суворов, Т. Ишикава, А.А. Исоян, К.Г. Труни, Е. Саркисян.** Микросистемная техника, **11**, 26 (2004).
15. **H. Iwamoto, N. Yagi.** J. Synchrotron Rad., **18**, 564 (2011).
16. **M.K. Balyan.** Acta Cryst., **A66**, 660 (2010).
17. **A. Momose.** Nucl. Instr. Meth., **A352**, 622 (1995).
18. **M.K. Balyan.** J. Synchrotron Rad., **20**, 749 (2013).
19. **M.K. Balyan.** J. Synchrotron Rad., **21**, 449 (2014).
20. **M.K. Balyan.** J. Synchrotron Rad., **21**, 127 (2014).
21. **M.K. Balyan.** Изв. НАН Армении, Физика, **50**, 529 (2015).
22. **M.K. Balyan.** Изв. НАН Армении, Физика, **51**, 102 (2016).
23. **A. Authier.** Dynamical Theory of X-ray Diffraction. Oxford, Oxford University Press, 2001.
24. **З.Г. Пинскер.** Рентгеновская кристаллооптика. Москва, Наука, 1982.
25. **В.Л. Инденбом, Ф.Н. Чуховский.** УФН, **107**, 229 (1972).
26. **И.Ш. Слободетский, Ф.Н. Чуховский.** Кристаллография, **15**, 6, 1101 (1970).
27. **V. Mocella, Y. Epelboin, J.P. Guigay.** Acta Cryst., **A56**, 308 (2000).
28. **A.H. Grigoryan, M.K. Balyan, A.H. Toneyan.** J. Synchrotron Rad., **17**, 332 (2010).

ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ԻՆՏԵՐՖԵՐՈՄԵՏՐԱԿԱՆ ՖՈՒՐԻԵ-ՀՈԼՈԳՐԱՖԻԱ

Մ.Կ. ԲԱԼՅԱՆ

Առաջարկված և տեսականորեն հետազոտված է ռենտգենահետերֆերոմետրական ֆուրիե-հոլոգրաֆիայի մեթոդը: Հետազոտված են ռենտգենահետերֆերոմետրական Յունգի գծերը, որպես ռենտգենահետերֆերոմետրական ֆուրիե-հոլոգրաֆիայի պարզագույն դեպք: Ցույց է տրված, որ բյուրեղ-վերլուծիչի (ինտերֆերոմետրի երրորդ թիթեղը) ելքի մակերևույթին ստացված ինտերֆերենցային պատկերը Յունգի ռենտգենահետերֆերոմետրական գծեր են: Գտնված է արտահայտություն ռենտգենահետերֆերոմետրական Յունգի գծերի պարբերության համար: Ճեղքի պատկերի հետագա վերականգնումն իրականացվում է ֆուրիե-ձևափոխության մաթեմատիկական եղանակով: Ներկայացված են օբյեկտի կոմպլեքս անցման ֆունկցիայի վերականգնման երեք ձև: Վերլուծական՝ մոտավոր մեթոդ, իտերացիոն մեթոդ և քայլային մեթոդ: Որպես օրինակ դիտարկված է բերիլիումե շրջանային զլանի ռենտգեն-ինտերֆերոմետրական ֆուրիե-հոլոգրամի գրանցումն և օբյեկտի կոմպլեքս ամպլիտուդային անցման ֆունկցիայի վերականգնումը:

X-RAY INTERFEROMETRIC FOURIER HOLOGRAPHY

M.K. BALYAN

The X-ray interferometric Fourier holography is proposed and theoretically investigated. Fourier The X-ray interferometric Young fringes and object image reconstruction are investigated. It is shown that the interference pattern of two slits formed on the exit surface of the crystal-analyzer (the third plate of the interferometer) is the X-ray interferometric Young fringes. An expression for X-ray interferometric Young fringes period is obtained. The subsequent reconstruction of the slit image as an object is performed by means of Fourier transform of the intensity distribution on the hologram. Three methods of reconstruction of the amplitude transmission complex function of the object are presented: analytical – approximate method, method of iteration and step by step method. As an example the X-ray Fourier interferometric hologram recording and the complex amplitude transmission function reconstruction for a beryllium circular wire are considered.