

УДК 548.732

## **РЕНТГЕНОВСКАЯ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКАЯ ФРЕНЕЛЕВСКАЯ ГОЛОГРАФИЯ**

М.К. БАЛЯН

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

e-mail: mbalyan@ysu.am

(Поступила в редакцию 2 сентября 2015 г.)

Предложена и теоретически исследована рентгеновская интерферометрическая френелевская голография. Показано, что при определенных условиях сформированная на выходной поверхности кристалла анализатора (третий блок интерферометра) интерференционная картина при записи есть рентгеновская интерферометрическая голограмма (в общем случае френелевская) исследуемого объекта. Дальнейшее восстановление изображения осуществляется светом видимого диапазона или численным методом. В качестве примера рассмотрены запись френелевской голограммы простейшего одномерного объекта – узкой щели и восстановление изображения с помощью видимого света. Этот метод может быть применен в рентгеновской микроскопии и осуществлен с использованием синхротронных источников рентгеновского излучения, а также рентгеновскими лазерами на свободных электронах.

### **1. Введение**

В оптической голографии существуют несколько основных способов записи и восстановления изображения [1–3]: френелевская голография – методы осевой голографии (Габор) и внеосевой голографии, фраунгоферовская голография, Фурье-голография, интерферометрическая голография. Рентгеновскую голографию можно развивать на основе рентгенодифракционной (брэгговской) оптики [4]. В работах [5–7] был предложен метод рентгенодифракционной интерферометрической голографии. Следует упомянуть также о методе Момоза [8], суть которого состоит в том, чтобы использовать рентгеновский лауэвский трехблочный [5,6,8] или четырехблочный [7] интерферометр для записи рентгеновской голограммы. В работе [9] был предложен метод восстановления изображения точечного источника рентгеновских волн.

В рентгеновской голографии применяются методы, аналогичные методам оптической голографии, без привлечения брэгговской дифракционной оптики: осевая голография (Габор) [10–13] и Фурье-голография [13–16]. В работе [17] отмечено, что динамическая двухволновая лауэвская дифракция на двух щелях может стать основой для рентгенодифракционной Фурье-голографии. Рентгеновская дифракционная фраунгоферовская голография рассматривалась в работах

[18–20], а дифракционная Фурье-голография в [21].

В настоящей работе проведен теоретический анализ рентгеновской френелевской интерферометрической голографии. Следует особо подчеркнуть, что существующие синхротронные источники, а также рентгеновские лазеры на свободных электронах дают возможность получить достаточно интенсивные пространственно-временные когерентные пучки. Поэтому здесь рассматривается когерентная запись голограммы в отличие от работ [5–7], в которых запись может осуществляться только в плосковолновой области внутри кристалла.

## 2. Запись голограммы

Возможные схемы записи рентгеновской интерферометрической голограммы показаны на рис. 1а–д. Рассматривается двухволновая симметричная лауэвская дифракция. На трехблочный рентгеновский интерферометр под точным углом Брэгга для некоторой длины волны падает широкий коллимированный монохроматический рентгеновский пучок с единичной амплитудой так, что осуществляется случай падающей плоской волны. В одном плече интерферометра после зеркального блока ставится исследуемый объект с комплексным коэффициентом амплитудного пропускания  $t(x,y)$ . Волна, проходя через объект (объектная волна), в анализаторе интерферирует с волной, проходящей через другое плечо интерферометра (опорная волна).

Плосковолновой областью влияния объекта будем называть область внутри кристалла, ограниченную характеристиками (это линии, параллельные направлениям распространения проходящей и дифрагированной волн, рис. 1), прошедшими через края освещенной области на входной поверхности кристалла непосредственно под объектом до точки пересечения характеристик. Голограмму объекта в интерферометре можно получить интерференцией объектной волны с опорным пучком как в плосковолновой области влияния объекта (рис. 1а), так и ниже плосковолновой области влияния объектной волны (рис. 1б–д) (область ниже точки пересечения характеристик плосковолновой области влияния объекта до выходной поверхности кристалла). В этой области вклад дают все точки объекта одновременно. Очень важно, с этой точки зрения, отношение размера объекта в плоскости дифракции к толщине анализатора. Для схем, представленных на рис. 1б–д, толщина анализатора выбирается так, чтобы в условиях бормановского прохождения получить достаточно широкую область записи голограммы.

Амплитуды волн, вышедших из первого блока (расщепитель), обозначены как  $E_h$  и  $E_0$ , после второго блока (зеркальный) –  $E_{h0}$  и  $E_{0h}$ , а амплитуды волн, вышедших из третьего блока (анализатор) в направлении дифрагированной волны,  $E_{h0h}$  и  $E_{0hh}$ . Интерференционное поле наблюдается в направлении дифрагированной волны, хотя с тем же успехом его можно было наблюдать в другом

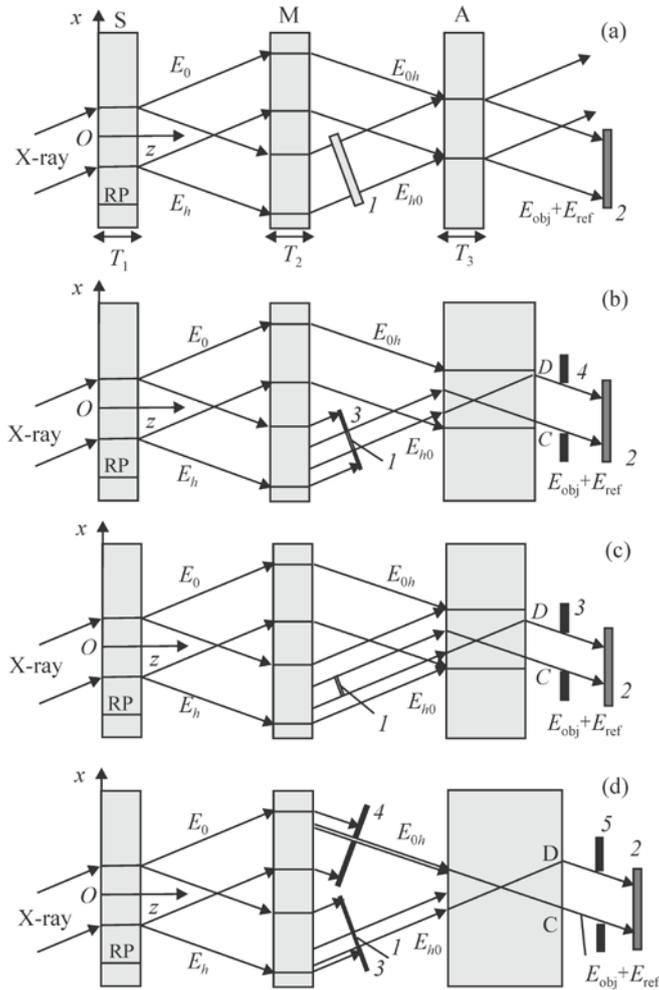


Рис.1. Схемы записи рентгеновских интерферметрических голограмм: (а) в плосковолновой области влияния объекта, (б) ниже плосковолновой области влияния объекта, объектная волна  $E_{h0}$  ограничена щелью, (с) ниже плосковолновой области влияния объекта, объектная волна  $E_{h0}$  не ограничена щелью, и (d) ниже плосковолновой области влияния объекта,  $E_{h0}$  и  $E_{0h}$  ограничены щелями, для  $E_{0h}$  используется узкая щель (точечный источник). 3,4,5 – щели, S, M, A – расщепитель, зеркальный блок и анализатор, соответственно, RP – отражающие плоскости,  $Oxz$  – координатная система в плоскости дифракции, CD – область записи голограммы на выходе анализатора, 1 – объект и 2 – голограмма.

пучке, вышедшем из анализатора в направлении прошедшего пучка. Объект установлен в дважды дифрагированном пучке  $E_{h0}$  после зеркального блока. Рассмотрим амплитуду  $E_{h0h} + E_{0hh}$  вышедшей из анализатора волны в схеме записи на рис.1б. Поле рассматривается ниже от плосковолновой области влияния объекта. Амплитуду объектной волной  $E_{h0h}$  переобозначим через  $E_{obj}$ , а опорной

волны  $E_{0hh}$  – через  $E_{\text{ref}}$ . Амплитуду  $E_{\text{hol}}$  вышедшей из анализатора волны в рассматриваемом пучке можно представить в виде

$$E_{\text{hol}} = E_{\text{ref}} + E_{\text{obj}}. \quad (1)$$

Согласно (1), соответствующая интенсивность на выходной поверхности анализатора будет

$$I_{\text{hol}} = |E_{\text{ref}}|^2 + E_{\text{ref}} E_{\text{obj}}^* + E_{\text{ref}}^* E_{\text{obj}} + |E_{\text{obj}}|^2. \quad (2)$$

Рассмотрим случай  $T_3/\Lambda_r \gg 1$  и  $\mu T_3 \gg 1$ , где  $T_3$  – толщина анализатора,  $\Lambda_r$  – экстинкционная длина и  $\mu$  – линейный коэффициент поглощения кристалла, тогда можно рассматривать только слабопоглощаемую моду  $\sigma$ -поляризации. Первые две пластины интерферометра можно выбрать с меньшей толщиной  $T_1 = T_2 < T_3$ , но так, чтобы выполнялось условие  $\mu T_{1,2} \gg 1$ . Поэтому в итоге во всех вычислениях можно оставить только слабопоглощаемую моду  $\sigma$ -поляризации. Для вычисления (2) используем гриновский формализм динамической теории дифракции рентгеновских лучей [22,23]. Согласно этой теории, амплитуду дифрагированной волны можно представить в виде свертки вдоль входной поверхности кристалла функции точечного источника и амплитуды падающей волны. Таким путем находим

$$E_{\text{ref}} = -\exp(i\sigma_0 T) / 8, \quad (3)$$

где  $\sigma_0 = k\chi_0/(2\cos\theta) + \pi/\Lambda$ ,  $T = 2T_1 + T_3$  – общая толщина всех трех пластин интерферометра,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число и  $\lambda$  – длина волны рентгеновских лучей,  $\chi_0 = \chi_{0r} + i\chi_{0i}$  – нулевая Фурье-компонента поляризуемости кристалла,  $\Lambda = \lambda \cos\theta / (\chi_h \chi_{-h})^{1/2}$  ( $\Lambda_r = \text{Re}\Lambda$ ),  $\theta$  – угол Брэгга,  $\chi_h = \chi_{hr} + i\chi_{hi}$  – Фурье-коэффициенты поляризуемости кристалла для отражений  $\mathbf{h}$  и  $-\mathbf{h}$ , соответственно, (без потери общности, рассматривается случай centrosymmetric кристалла,  $\chi_h = \chi_{-h}$ ). Далее имеем

$$E_{\text{obj}} = \exp(2i\sigma_0 T_1) \int_{-\infty}^{\infty} G(x - x', T_3) t(x', y) dx' / 4. \quad (4)$$

Для рассматриваемой схемы (рис.1b) интегрирование фактически производится в пределах объекта от  $-a_{\text{obj}}$  до  $a_{\text{obj}}$ , где  $2a_{\text{obj}}$  – размер объекта вдоль оси  $x$  в плоскости дифракции. Так как мы рассматриваем толстый кристалл с поглощением ( $\mu T_{1,2} \gg 1$ ), то для функции точечного источника  $G$  можно применять асимптотическое представление [22,23], аналогичное параксиальному приближению в оптике [24]. В итоге из (4) получим

$$E_{\text{obj}} = Q \int_{-a_{\text{obj}}}^{a_{\text{obj}}} \exp[-i\pi(x - x')^2 / (2\Lambda T_3 \tan^2 \theta)] t(x', y) dx', \quad (5)$$

где  $Q = -\exp(i\sigma_0 T + i\pi/4) \operatorname{ctan}\theta (8\Lambda_r T_3)^{-1/2}/4$ .

Для точечного объекта, когда под интегралом в аргументе экспоненты можно пренебречь  $x'$ , получим

$$E_{\text{obj}} = 2a_{\text{obj}} Q \exp[-i\pi x^2 / (2\Lambda T_3 \tan^2 \theta)] \bar{t}(y), \quad (6)$$

где  $\bar{t}(y) = \int_{-a_{\text{obj}}}^{a_{\text{obj}}} t(x', y) dx' / (2a_{\text{obj}})$ .

В случае объекта конечных размеров из формулы (5) имеем

$$E_{\text{obj}} = Q \exp[-i\pi x^2 / (2\Lambda T_3 \tan^2 \theta)] \int_{-a_{\text{obj}}}^{a_{\text{obj}}} \exp[i\Phi(x, x')] t(x', y) dx', \quad (7)$$

где  $\Phi = \pi[-x'^2 / (2\Lambda T_3 \tan^2 \theta) + xx' / (\Lambda T_3 \tan^2 \theta)]$ . Как видно из последнего выражения и формул (6) и (7), амплитуда объектной волны аналогична тому же выражению в случае френелевской голографии в оптике [2], поэтому этот метод можно назвать рентгеновской интерферометрической френелевской голографией. Однако здесь амплитуда объектной волны имеет вид сходящейся волны, тогда как в оптике объектная волна имеет вид расходящейся волны. Как видно из формулы (7), если можно пренебречь квадратичными относительно  $x'$  членами в аргументе подынтегральной экспоненты, то величина  $E_{\text{obj}}$  пропорциональна Фурье-образу комплексного амплитудного пропускания объекта. В этом случае, кроме рассмотренной схемы записи, можно использовать и другую схему записи, а именно, ограничивая с помощью щели также и опорную волну (узкая щель в роли точечного опорного источника) (рис.1d). Эта схема записи напоминает запись Фурье-голограмм в оптике света видимого диапазона [3] и может быть названа методом рентгеновской интерферометрической Фурье-голографии. Такая схема записи требует отдельного рассмотрения и в данной статье рассматриваться не будет.

В случае записи, когда весь фронт объектной волны остается открытым (рис.1с), из формулы (4) имеем

$$E_{\text{obj}} = -\exp(i\sigma_0 T) / 8 - \exp(2i\sigma_0 T_1) \int_{-a_{\text{obj}}}^{a_{\text{obj}}} G(x - x', T_3) S(x', y) dx' / 4, \quad (8)$$

где  $S(x, y) = 1 - t(x, y)$  – коэффициент амплитудного рассеяния объекта. Фактически, первое слагаемое в правой части формулы (8) тоже играет роль опорной волны как и  $E_{\text{ref}}$  (см. формулу (3)), тогда как чисто объектной в этом случае является второе слагаемое в правой части (8). Для второго слагаемого в формуле (8), используя асимптотическое представление функции точечного источника, получим аналогичные (5)–(7) выражения с заменой  $t(x, y)$  на  $-S(x, y)$ . Эту схему записи, по аналогии с оптикой видимого света, можно назвать фраунгоферовой рентге-

новской интерферометрической голографией [3,18]. Схема записи на рис.1с требует отдельного рассмотрения и в этой статье рассматриваться не будет.

В области CD записи голограмм, показанной на рис.1b–d, существенно не только поведение амплитудного пропускания объекта, но также поведение функции влияния точечного источника динамической дифракции. Это видно из выражений (5) и (8) амплитуды объектной волны.

Мы рассмотрели случай монохроматической падающей волны и проигнорировали размер источника в плоскости дифракции. Реальные источники имеют размер, и реальные волны обладают некоторой степенью некогерентности. Обсудим вкратце требования к пространственной (поперечной, связанной с размером источника в плоскости дифракции) и временной (продольной, связанной с полихроматичностью пучка) когерентности падающей на интерферометр рентгеновской волны. Соответствующие оценки можно сделать методом, описанным в [25], с заменой толщины одного кристалла суммарной толщиной всех трех пластин интерферометра. В итоге приходим к следующим условиям, при выполнении которых размер источника в плоскости дифракции и некогерентность не будут влиять на профиль распределения интенсивности голограммы: для пространственной когерентности  $2a_s(2T_1 + T_3) < \lambda L_s / (2\sin\theta)$  и для временной когерентности  $(2T_1 + T_3)\sin 2\theta \tan\theta < l_c \cos\theta$ . Здесь  $2a_s$  – размер источника в плоскости дифракции в направлении, перпендикулярном направлению распространения падающего на первую пластину интерферометра (расщепитель) пучка,  $L_s$  – среднее расстояние источника от кристалла,  $l_c = \lambda^2 / (2\Delta\lambda)$  – продольная длина когерентности и  $2\Delta\lambda$  – область длин волн рентгеновского пучка около средней длины волны.

### 3. Восстановление изображения объекта светом

Для восстановления изображения голограмма помещается на пути волны видимого света. Предполагается, что перпендикулярно к поверхности голограммы падает скалярная (поляризация не играет роли) сферическая монохроматическая волна с единичной амплитудой от находящегося на расстоянии  $L_0$  точечного источника света. Также предполагается, что запись голограммы проведена так, что амплитудное пропускание голограммы пропорционально первой степени записанной на голограмме интенсивности. После прохождения через голограмму распространение поля описывается с помощью соответствующей функции Грина в параболическом приближении – с помощью пропагатора Кирхгофа  $P(x, y, z)$  [12]

$$P(x, y, z) = -\frac{ik_0}{2\pi z} \exp\left[ ik_0 \frac{x^2 + y^2}{2z} \right]. \quad (9)$$

Здесь  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ , а  $\lambda_0$  – длина используемой световой волны. Координатные оси

параллельны соответствующим координатным осям, использованным при описании дифракции в кристалле, но координата  $z$  теперь отсчитывается от плоскости голограммы. Так как амплитуду падающей волны в параксиальном приближении можно записать в виде  $E^i(x, y) = \exp[ik_0(x^2 + y^2)/(2L_0)]/L_0$ , то, согласно принципу Гюйгенса–Френеля, амплитуда света после прохождения голограммы на некотором расстоянии  $z = L$  определяется с помощью свертки

$$E_{\text{rec}} = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x - x', y - y', L) E^i(x', y') I_h(x', y') dx' dy', \quad (10)$$

где интегрирование производится по плоскости голограммы, игнорируются конечные размеры голограммы и пределы интегрирования берутся бесконечными. Для одномерного  $t(x)$  и двумерного  $t(x, y)$  случаев необходимо различать две разные схемы восстановления изображения.

### 3.1. Одномерный случай

В этом случае голограмма непосредственно освещается световой волной (без использования линз). Подставляя первое слагаемое из выражения (2) в (10) и выполняя интегрирование, для амплитуды восстановленной опорной волны на расстоянии  $z = L$  от плоскости голограммы получим

$$E_{\text{rec1}} = \frac{\exp(-\mu_d T / \cos \theta)}{64(L + L_0)} \exp \left[ ik_0 \frac{x^2 + y^2}{2(L + L_0)} \right], \quad (11)$$

где  $\mu_d = \mu(1 - \chi_{hi}/\chi_{oi})$  – дифракционный и  $\mu$  – линейный коэффициент поглощения рентгеновских лучей, индекс 1 обозначает восстановленный член, соответствующий первому члену в формуле (2).

Представляет интерес восстановление, соответствующее второму и третьему члену в выражении (2). В отличие от оптики видимого света, третий член в выражении (2) ответственен за формирование восстановленного действительного изображения объекта (действительному изображению в оптике видимого света соответствует второй член в выражении (2)), а второй член ответственен за формирование мнимого изображения объекта.

#### 3.1.1. Восстановление изображения точечного объекта

Для точечного объекта, используя (5) с учетом (6) и подставляя третий член (2) в (10), получаем, что действительное изображение формируется в плоскости, расстояние  $L_f$  которой определяется из выражения

$$1/L_0 + 1/L_f = 1/F, \quad (12)$$

где фокусное расстояние

$$F = T_3 \Lambda_r \tan^2 \theta_0 k_0 / \pi = \frac{2T_3 \tan^2 \theta_0 \cos \theta_0 \lambda}{|\chi_{hr}| \lambda_0}. \quad (13)$$

Для амплитуды восстановленного действительного изображения в плоскости фокусировки  $z = L_f$  получаем

$$E_{\text{rec3}} = A_3 \exp[ik_0 x^2 / (2L_f)] \exp[ik_0 y^2 / [2(L_f + L_0)]] \times \exp[-k_0 F (x / L_f)^2 / (2\eta)] \bar{f}, \quad (14)$$

где  $A_3 = 2a_{\text{obj}} [k_0 / (2\pi\eta F)]^{1/2} [64(L_f + L_0)]^{-1} \exp(-\mu_d T / \cos \theta)$ ,  $\eta = \chi_{hi} / |\chi_{hr}|$ . Как видно из (14), координата  $x_c$  центра действительного изображения

$$x_c = 0. \quad (15)$$

Полуширина  $\Delta$  пика в распределении интенсивности изображения, согласно (14), составляет

$$\Delta = 2\sqrt{\eta L_f^2 / (k_0 F)}. \quad (16)$$

В случае плоской восстанавливающей волны

$$\Delta = 2\sqrt{\eta F / k_0}. \quad (17)$$

Из (16) и (17) следует, что увеличение полуширины пика, а следовательно и изображения двух точечных объектов, будет

$$M_x = L_f / F. \quad (18)$$

Вместе с тем, разрешающая способность, т.е. минимальное расстояние между двумя точечными объектами, которые еще можно будет различать на изображении, определяется выражением (17), т.к. расстояние между изображениями и полуширина пика изображения имеют то же увеличение  $M_x$ .

Для точечного объекта, используя (5) с учетом (6) и подставляя второй член (2) в (9), получаем, что мнимое изображение формируется в плоскости, расстояние  $L_{f1}$  которой определяется из выражения

$$1 / L_0 + 1 / L_{f1} = -1 / F. \quad (19)$$

В этом случае лучи «фокусируются» до голограммы (их продолжения пересекаются до голограммы) на отрицательном расстоянии  $L_{f1}$  от голограммы. Координата центра изображения

$$x_{c1} = 0. \quad (20)$$

Что касается четвертого члена в формуле (2) (автокорреляционный член), то в восстановленном изображении он сконцентрирован в средней части изображения, дефокусирован, пропорционален квадрату размеров объекта и достаточно мал. В дальнейшем этот член не рассматривается.

### 3.1.2. Восстановление изображения объекта конечных размеров

В этом случае, используя формулу (7) и подставляя третий член выражения (2) в (10), для амплитуды прямого действительного изображения в плоскости геометрической фокусировки  $z = L_f$  получаем

$$E_{\text{rec3}} = A'_3 \exp[ik_0(x^2 + y^2) / [2(L_f + L_0)]] t(Fx / L_f), \quad (21)$$

где  $A'_3 = [64(L_f + L_0)]^{-1} \exp[-\mu_d T / \cos\theta]$ . Как видно из (21), координата центра изображения определяется из выражения (15), а увеличение – из выражения (18).

Точно так же, используя (7) и подставляя второй член выражения (2) в (10), получим, что мнимое изображение формируется перед голограммой на отрицательном расстоянии, определяемом из (19), и в плоскости фокусировки определяется функцией  $t^*(-Fx/L_{f1})$  (знаком звездочка обозначена комплексно-сопряженная функция). Отсюда следует, что координата центра мнимого изображения определяется выражением (20), а увеличение – выражением (18).

### 3.2. Двумерный случай

В двумерном случае, когда комплексный коэффициент амплитудного

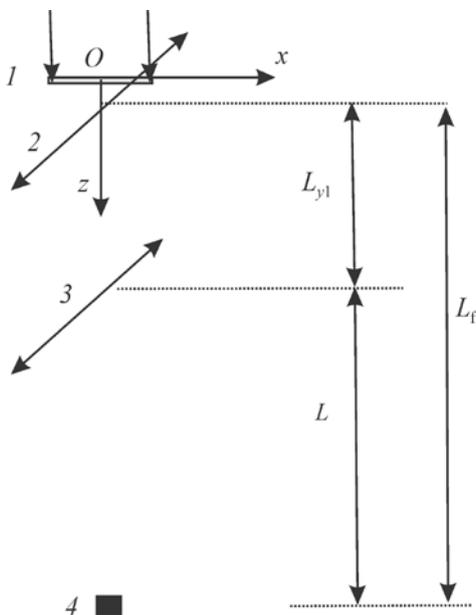


Рис.2. Схема восстановления изображения для двумерного объекта с взаимным расположением оптических элементов и падающего пучка света на голограмму 1; 2 и 3 – цилиндрические линзы с фокусными расстояниями  $f_{y1}$  и  $f_{y2}$ , соответственно, оси цилиндров лежат в плоскости  $xz$ , 4 – сфокусированное действительное восстановленное изображение объекта в плоскости геометрической фокусировки.

пропускания объекта зависит как от  $x$ , так и от  $y$  координаты, необходимо провести предварительное Фурье-преобразование по  $y$ . Для этого случая на рис.2 показана одна из возможных схем реконструкции. Голограмма помещается непосредственно до или после цилиндрической линзы с фокусным расстоянием  $f_{y1}$  в плоскости  $(yz)$  (ось линзы лежит в плоскости  $(xz)$ ). Освещение голограммы видимым светом совершает Фурье-преобразование по  $y$  в плоскости, расстояние  $L_{y1}$  которой от плоскости голограммы находится из выражения

$$1/L_0 + 1/L_{y1} = 1/f_{y1}, \quad (22)$$

В этой же фокальной плоскости помещается цилиндрическая линза с фокусным расстоянием  $f_{y2}$  в плоскости  $(yz)$  (ось линзы опять лежит в плоскости  $(xz)$ ). На расстоянии  $L$ , отсчитываемом от выходной поверхности этой линзы, получается обратное Фурье-преобразование по  $y$ . Расстояние  $L$  удовлетворяет соотношению

$$\frac{1}{L} + \frac{1}{L_{y1}} = \frac{1}{f_{y2}}. \quad (23)$$

В той же плоскости должно быть получено изображение объекта. Следовательно, должно выполняться соотношение

$$L + L_{y1} = L_f. \quad (24)$$

В этом случае формула (10) (принцип Гюйгенса–Френеля) должна быть применена в два этапа. На первом этапе – от плоскости голограммы к плоскости  $z = L_{y1}$  и на втором этапе – от этой плоскости к плоскости  $z = L_f$ . На первом этапе в (10) добавляется множитель  $\exp[-ik_0y^2/(2f_{y1})]$ , а на втором этапе – множитель  $\exp[-ik_0y^2/(2f_{y2})]$ . Выполняя необходимое интегрирование, приходим к следующему выражению для амплитуды восстановленной опорной волны в плоскости геометрической фокусировки  $z = L_f$ :

$$E_{\text{rec1}} = \frac{\exp(-\mu_d T / \cos\theta)}{64LL_0} \sqrt{f_{y2}F} \exp\left[ik_0 \frac{x^2 + y^2}{2(L_f + L_0)}\right] \exp\left[ik_0 \frac{y^2}{2L}\right]. \quad (25)$$

Рассмотрим амплитуду действительного изображения в плоскости геометрической фокусировки  $z = L_f$  в случае точечного объекта

$$E_{\text{rec3}} = A''_3 \exp[ik_0x^2 / (2L_f)] \exp[ik_0y^2 / (2L)] \times \exp[-k_0F(x/L_f)^2 / (2\eta)] \bar{f}(-yL_{y1}/L), \quad (26)$$

где  $A''_3 = -i(2a_{\text{obj}})[k_0f_{y2}/(2\pi\eta)]^{1/2}(64LL_0)^{-1} \exp(-\mu_d T / \cos\theta)$ . Как видно из (26), выводы те же, что и в одномерном случае, но изображение вследствие применения схемы восстановления с двумя линзами еще и перевернуто по  $y$ . Увеличение по  $y$

$$M_y = L / L_{y1}. \quad (27)$$

Точно так же, для объекта конечных размеров

$$E_{\text{rec3}} = A'''_3 \exp[ik_0 x^2 / [2(L_f + L_0)]] \times \exp[k_0 y^2 / (2L)] t(Fx / L_f, -yL_{y1} / L), \quad (28)$$

где  $A'''_3 = -i(f_{y2}F)^{1/2} (64LL_0)^{-1} \exp(-\mu_d T / \cos\theta)$ .

#### 4. Пример записи голограммы одномерного объекта

Рассмотрим запись голограммы простейшего одномерного объекта – щели с размером  $2a_{\text{obj}}$  в плоскости дифракции по схеме френелевской голографии (рис.1б) и восстановление изображения с помощью плоской световой волны. В этом случае  $t(x) = 1$  в области объекта. Рассматривается Si(220) отражение  $\lambda = 0.71 \text{ \AA}$  (17.46 кэВ),  $T_1 = T_2 = 1 \text{ мм}$  и  $T_3 = 5 \text{ мм}$ . Размер щели в плоскости дифракции  $2a_{\text{obj}} = 1 \text{ мкм}$ , длина волны видимого света  $\lambda_0 = 0.65 \text{ мкм}$  и в этом случае  $F = 19.8 \text{ мм}$ .

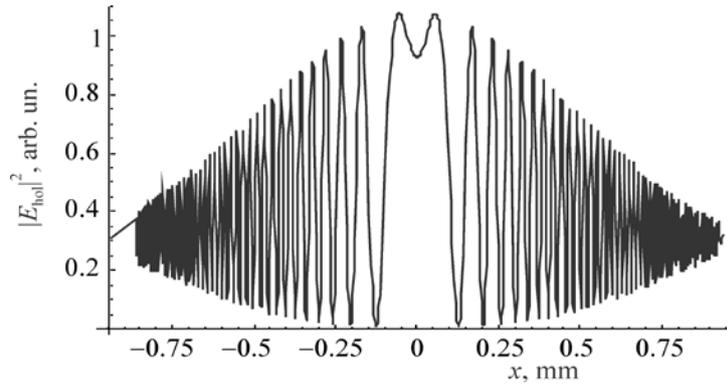


Рис.3. Распределение интенсивности на рентгеновской интерферометрической голограмме узкой щели с размером  $2a_{\text{obj}} = 1 \text{ мкм}$  вдоль оси  $Ox$ .

На рис.3 показано численно рассчитанное на основе гриновского формализма динамической теории дифракции распределение интенсивности (2) на голограмме. Для амплитуды опорной волны использовано выражение (3), а для амплитуды объектной волны – выражение (4). Для улучшения контраста амплитуда опорной волны считается уменьшенной в 100 раз с помощью поглотителя соответствующей толщины, установленного перед падающим на анализатор объектным пучком.

На рис.4 представлено рассчитанное распределение интенсивности (10) восстановленного поля в плоскости фокусировки  $z = F$ . Разрешение в данном примере для голограммы бесконечных размеров составляет  $\Delta \sim 2(\eta F/k_0)^{1/2} \approx 8$

мкм. Как видно из результатов численных расчетов, изображение щели полностью восстанавливается. Результаты численных расчетов совпадают с теоретическими предсказаниями.

Необходимые значения Фурье-коэффициентов поляризуемости взяты из работы [23].

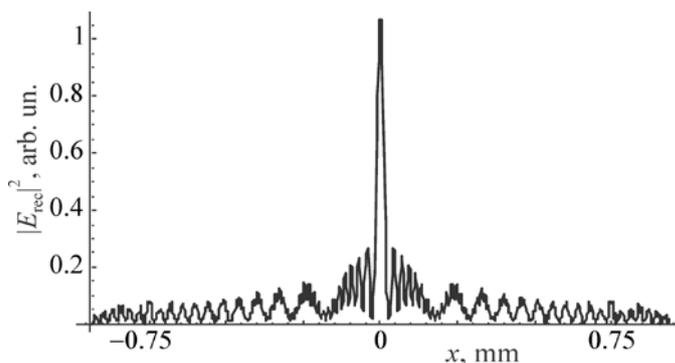


Рис.4. Распределение интенсивности действительного изображения щели, восстановленного с помощью освещенной светом голограммы в плоскости изображения  $z = F$ .

## 5. Заключение

Предложена и теоретически исследована рентгеновская френелевская интерферометрическая голография. Запись голограммы объекта можно осуществить либо в плосковолновой области влияния объекта (рис. 1a), либо в области влияния объекта ниже плосковолновой области (рис. 1b–d). Согласно динамической теории дифракции, в этой области дают вклад все точки объекта одновременно. Рассмотрена схема записи, представленная на рис. 1b, и показано, что на выходной поверхности анализатора (третий блок интерферометра) интерференционная картина есть рентгеновская интерферометрическая голограмма Френеля исследуемого объекта. Дальнейшее восстановление изображения осуществляется светом видимого диапазона, а также его можно осуществить численным методом. Найдены выражения для фокусного расстояния, разрешающей способности, а также оценены условия, налагаемые на степень пространственной и временной когерентности рентгеновского излучения. Для восстановления изображения используются два различных способа в случаях одномерного и двумерного объектов – безлинзовый и с помощью двух цилиндрических линз, соответственно. В качестве примера рассмотрена запись голограммы простейшего одномерного объекта – щели с шириной 1 мкм. С целью улучшения контраста

голограммы амплитуда опорного пучка в расчетах в 100 раз ослаблена с помощью поглотителя соответствующей толщины. Дальнейшее восстановление с помощью видимого света полностью воспроизводит изображение щели в геометрической плоскости фокусировки. Численный расчет подтверждает правильность выводов теоретического анализа. Из приведенного примера следует, что если имеется объект со «светлыми» и «темными» участками, то в пределах разрешения этого метода можно получить восстановленное изображение такого объекта.

Этот метод экспериментально можно осуществить с помощью синхротронных источников рентгеновского излучения, а также рентгеновских лазеров на свободных электронах. Он может быть применен в рентгеновской микроскопии.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Р. Кольер, К. Беркхарт, Л. Лин.** Оптическая голография. Москва, Мир, 1973.
2. **Р. Hariharan.** Basics of Holography. New York, Cambridge University Press, 2002.
3. Оптическая голография, в 2-х томах, под ред. Г. Колфида. Москва, Мир, 1982.
4. **V.V. Aristov, G.A. Ivanova.** J. Appl. Cryst., **12**, 19 (1979).
5. **А.М. Егиазарян, П.А. Безирганян.** Изв. АН Арм. ССР, Физика, **15**, 35 (1980).
6. **А.М. Егиазарян.** Письма в ЖТФ, **24**, 55 (1998).
7. **А.М. Егиазарян, К.Г. Труни, А.Р. Мкртчян.** Письма в ЖЭТФ, **68**, 681 (1998).
8. **А. Momose.** Nucl. Instr. Meth., **A352**, 622 (1995).
9. **К.Т. Габриелян.** Письма в ЖТФ, **16**, 5 (1990).
10. **A. Snigirev, I. Snigireva, V. Kohn, S. Kuznetsov, I. Schelokov.** Rev. Sci. Instrum., **66**, 5486 (1995).
11. **К.А. Nugent, Т.Е. Gureyev, D.F. Cookson, D. Paganin, Z. Barnea.** Phys. Rev. Lett., **77**, 2961 (1996).
12. **D.M. Paganin.** Coherent X-Ray Optics. Oxford, Oxford University Press, 2006.
13. **N. Watanabe, H. Yokosuka, T. Ohogashi, H. Takano, A. Takeuchi, Y. Suzuki, S. Aoki.** J. Phys IV France, **104**, 551 (2003).
14. **W. Leitenberger, A. Snigirev.** J. Appl. Phys., **90**, 538 (2001).
15. **H. Iwamoto, N. Yagi.** J. Synchrotron Rad., **18**, 564 (2011).
16. **В.В. Аристов, А.В. Куюмчян, А.Ю. Суворов, Т. Ишикава, А.А. Исоян, К.Г. Труни, Е. Саркисян.** Микросистемная техника, **11**, 26 (2004).
17. **М.К. Balyan.** Acta Cryst., **A66**, 660 (2010).
18. **М.К. Balyan.** J. Synchrotron Rad., **20**, 749 (2013).
19. **М.К. Balyan.** J. Synchrotron Rad., **21**, 449 (2014).
20. **М.К. Balyan.** J. Synchrotron Rad., **21**, 127 (2014).
21. **М.К. Balyan.** Изв. НАН РА, **50**, 529 (2015).
22. **A. Authier.** Dynamical Theory of X-Ray Diffraction. Oxford, Oxford University Press, 2001.
23. **З.Г. Пинскер.** Рентгеновская кристаллооптика. Москва, Наука, 1982.
24. **И.Ш. Слободетский, Ф.Н. Чуховский.** Кристаллография, **15**, 1101 (1970).
25. **V. Mocella, Y. Epelboin, J.P. Guigay.** Acta Cryst., **A56**, 308 (2000).

## ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ԻՆՏԵՐՖԵՐՈՄԵՏՐԱԿԱՆ ՖՐԵՆԵԼՅԱՆ ՀՈԼՈԳՐԱՖԻԱ

Մ.Կ. ԲԱԼՅԱՆ

Առաջարկված և տեսականորեն հետազոտված է ռենտգենյան ինտերֆերոմետրական ֆրենելյան հոլոգրաֆիայի մեթոդը: Ցույց է տրված, որ որոշակի պայմաններում վերլուծիչ բյուրեղի (ինտերֆերոմետրի երրորդ բլոկը) ելքի մակերևույթին ձևավորված և գրանցված ինտերֆերենցային պատկերը հետազոտվող օբեկտի ռենտգենաինտերֆերամետրային հոլոգրամն է (ընդհանուր դեպքում՝ ֆրենելյան): Պատկերի հետագա վերականգնումն իրականացվում է տեսանելի տիրույթի լույսով կամ թվային եղանակով: Այս եղանակը կարող է կիրառվել ռենտգենյան մանրադիտակում և իրականացվել ռենտգենյան սինքրոտրոնային աղբյուրներով ինչպես նաև ռենտգենյան ազատ էլեկտրոնային լազերով:

## X-RAY INTERFEROMETRIC FRESNEL HOLOGRAPHY

M.K. BALYAN

The X-ray interferometric Fresnel holography method is proposed and theoretically investigated. It is shown, that under certain conditions the recorded on the output surface of the analyzer (the third plate of the interferometer) interference pattern is the X-ray interferometric hologram (in general case Fresnel hologram) of the object under investigation. The subsequent reconstruction of the image is performed by means of visible light or numerical method. As an examples the hologram recording of the simplest object – a narrow slit and the image reconstruction by visible light are considered. This method can be used in X-ray microscopy and can be performed using X-ray synchrotron sources of radiation as well as X-ray free electron lasers.