УДК 621.315

# ПОГЛОЩЕНИЕ СВОБОДНЫМИ НОСИТЕЛЯМИ В ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ КВАНТОВОЙ ЯМЕ С УЧЕТОМ РАССЕЯНИЯ НА ИОНИЗИРОВАННЫХ ПРИМЕСЯХ

# А.О. ГЕВОРГЯН

Российско-Армянский (Славянский) университет, Ереван, Армения

e-mail: gevorgyan.artak@gmail.com

(Поступила в редакцию 9 октября 2015 г.)

Рассмотрены внутриподзонные переходы, обусловленные поглощением света в параболической квантовой яме с учетом рассеяния на ионизированных примесных центрах. Для расчета матричного элемента рассеяния используется борновское приближение, а взаимодействие с примесным центром описывается посредством кулоновского потенциала. Получено аналитическое выражение коэффициента поглощения для процессов с первоначальным поглощением фотона и дальнейшим рассеянием на ионизированном примесном центре. Исследованы частотные характеристики и зависимость от ширины квантовой ямы коэффициента поглощения.

#### 1. Введение

Известно, что прямое поглощение света свободными носителями невозможно, т.к. это противоречит законам сохранения энергии и импульса. Наличие фононов, примесей и других дефектов решетки делает возможным поглощение света, т.к. рассеивание на третьей частице обеспечивает изменение импульса. Благодаря этому поглощение свободными носителями (ПСН) является одним из эффективных инструментов для выявления и оценки механизмов рассеивания. ПСН было рассмотрено в объемных полупроводниках в рамках второго порядка теории возмущений с учетом различных механизмов рассеивания [1], в том числе и на ионизированных примесях [2]. Интерес представляет рассмотрение ПСН в низкоразмерных структурах. Вследствие размерного квантования (например, в одном направлении в квантовых ямах) возникают энергетические подзоны, что делает возможным переходы как внутри одной подзоны (внутриподзонные переходы), так и между подзонами (межподзонные переходы) [3].

Внутриподзонные переходы в квантовых ямах (КЯ) вызывают большой интерес благодаря своим уникальным характеристикам, таким как большой дипольный момент, ультрабыстрая релаксация, возможность настройки длин волн переходов [4–6]. Это важно не только с точки зрения фундаментальной физики, но и разработки новых технологических приложений. Разработаны устройства, основанные на внутриподзонных и межподзонных переходах в гетероструктурах с КЯ. Например, инфракрасные фотодетекторы [7,8], ультрабыстрые оптические модуляторы [9], оптические переключатели [10] и квантовые каскадные лазеры [11].

Одними из первых теоретических работ, посвященных поглощению света свободными носителями в квантово-размерных структурах, являются работы Казаряна и др. [12,13], где в рамках второго порядка теории возмущений получены частотные зависимости коэффициента поглощения света в невырожденной полупроводниковой пленке и проволоке. Рассмотрены механизмы рассеяния на акустических фононах [12] и ионизированных примесных центрах [13]. В дальнейшем поглощение свободными носителями в КЯ изучалось многими авторами с учетом рассеивания: на акустических фононах [14], полярных и неполярных оптических фононах [15–17], а также на ионизированных примесях с учетом экранирования [18,19]. В указанных работах потенциалы ограничения аппроксимируются прямоугольными одиночными, а также двойными [20] (применительно к квантовым каскадным лазерам) конечными или бесконечными потенциалами.

С другой стороны, возникает необходимость создать по возможности более реалистичную модель ограничивающего потенциала, которая учитывала бы как физико-химические свойства структуры, так и ее геометрию. Первые формируют высоту и форму потенциального барьера на границах раздела, а геометрия, в свою очередь, определяет симметрию гамильтониана (в отсутствии внешних полей). Для этих целей применялись различные модели ограничивающего потенциала для низкоразмерных систем [21–25].

В данной работе в рамках второго приближения теории возмущений получено аналитическое выражение для коэффициента поглощения в параболической КЯ, соответствующее внутриподзонному переходу электрона с учетом рассеяния на ионизированном примесном центре.

### 2. Теория внутриподзонных переходов

В первом приближении потенциал ограничения можно аппроксимировать параболическим потенциалом. Применительно к рассматриваемой в данной работе задаче этот потенциал позволяет получить аналитическое выражение для коэффициента поглощения. Заметим, что идеальная параболическая аппроксимация ограничивающего потенциала хорошо работает для сравнительно низких уровней размерного квантования. В дальнейшем предполагается, что ограничивающий потенциал КЯ имеет вид

$$V_{\rm conf}(z) = \frac{m^* \omega_0^2 z^2}{2}.$$
 (1)

Здесь  $m^*$  – эффективная масса электрона,  $\omega_0$  – частота ограничивающего потенциала КЯ, определяемая с помощью вириальной теоремы, согласно соотношению  $\omega_0 \sim \frac{\hbar}{m^* a^2}$ , где a – ширина КЯ. В дальнейшем для точного равенства представим  $\omega_0$  в зависимости от a в виде

$$\omega_0 = \frac{\gamma \hbar}{m^* a^2},\tag{2}$$

где γ – некоторый подгоночный параметр, обеспечивающий точное равенство в формуле (2).

Расчеты проводятся на основе стандартной теории квантовых переходов, согласно общей формуле

$$\alpha = \frac{\sqrt{\kappa}}{cN} \sum_{i} P_i f_i \,, \tag{3}$$

где к – диэлектрическая постоянная, N – количество фотонов, падающих на КЯ в единицу времени на единицу площади, c – скорость света,  $f_i$  – функция распределения заряда,  $P_i$  – скорость переходов (число переходов в единицу времени).

Выражение для *P<sub>i</sub>* во втором порядке теории возмущений имеет вид [26]

$$P_{i} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{f} \left| \sum_{m} \left| \frac{\left| M_{im}^{\nu} \right| \left| M_{mf}^{J} \right|}{\varepsilon_{i} - \varepsilon_{m} + \hbar \omega} \right|^{2} \delta(\varepsilon_{f} - \varepsilon_{i} - \hbar \omega), \qquad (4)$$

где  $\varepsilon_i$  – энергия начального состояния,  $\varepsilon_f$  – энергия конечного состояния,  $\varepsilon_m$  – энергия промежуточного состояния,  $M_{im}^v$  – матричный элемент, обусловленный поглощением фотона,  $M_{im}^J$  – матричный элемент, обусловленный рассеянием на примесных центрах. В направлении *z* электрон находится в параболической КЯ,



Рис.1. Схематическое изображение падающего на КЯ электромагнитного излучения.

а в плоскости (*xy*) имеется двумерная трансляционная симметрия (рис.1).

Предполагается, что на КЯ падает линейно-поляризованный свет под некоторым углом. Отметим, что для получения внутриподзонных переходов необходимо, чтобы свет не падал параллельно плоскости КЯ (электрический вектор поляризации падающего света не должен быть перпендикулярен плоскости КЯ), а для получения межподзонных переходов необходимо обратное [3]. Это равносильно тому, что вектор поляризации имеет отличные от нуля компоненты  $\Sigma_{x,y} \neq 0$  (рис.1).

В случае первоначального поглощения фотона (рис.2, переход *imf*), переход  $i \to m$  сопровождается поглощением фотона, а переходу  $m \to f$  соответствует рассеяние на ионизированных примесных центрах. При первоначальном рассеянии (переход *im'f*) имеем:  $i \to m'$  – рассеяние на примесном центре и  $m' \to f$  – поглощение фотона. Состояния m и m' являются виртуальными.



Рис.2. Энергетическая диаграмма переходов.

Для расчета матричного элемента рассеяния используем борновское приближение. Рассмотрим механизм упругого рассеяния на ионизированной примеси. На рис.3 изображено изменение двумерного волнового вектора электрона при упругом рассеянии: **k** – волновой вектор электрона до взаимодействия с примесью, **k**' – после взаимодействия,  $\theta$  – угол рассеяния, которая лежит в интервале ( $-\pi, \pi$ ), а модуль разницы волновых векторов до и после рассеяния можно представить в виде

$$\mathbf{k'} - \mathbf{k} \Big| = 2k \sin\frac{\theta}{2}.$$
 (5)

Общий вид волновой функции имеет вид



Рис.3. Модель упругого механизма рассеяния.

$$\left|\varphi\right\rangle = \sqrt{\frac{1}{S}} \frac{1}{\sqrt{2^{n} n!}} \left(\frac{\gamma}{\pi a^{2}}\right)^{1/4} e^{i\mathbf{k}_{\parallel}\mathbf{p}} e^{-\frac{\gamma z^{2}}{2a^{2}}} H_{n}\left(\frac{\sqrt{\gamma}z}{a}\right),\tag{6}$$

где *а* – ширина КЯ, *S* – площадь ее поверхности, *H<sub>n</sub>* – полиномы Эрмита.

При дальнейших вычислениях будем считать, что сначала происходит поглощение фотона, а потом рассеяние на примесном центре (рис.2, переход *imf*). Спектр энергий имеет вид

$$E_{i} = \frac{\hbar^{2}k_{i}^{2}}{2m^{*}} + \frac{\hbar\omega_{\rm osc}}{2}; \qquad E_{m} = \frac{\hbar^{2}k_{m}^{2}}{2m^{*}} + \frac{\hbar\omega_{\rm osc}}{2} + \hbar\omega;$$

$$E_{f} = \frac{\hbar^{2}k_{f}^{2}}{2m^{*}} + \frac{\hbar\omega_{\rm osc}}{2}, \qquad \hbar\omega_{\rm osc} = \frac{\gamma\hbar^{2}}{m^{*}a^{2}},$$
(7)

где  $\hbar \omega$  – энергия фотона. Отметим, что процессы типа  $i \to m \to f$  и  $i \to m' \to f$  – равновероятны.

С учетом вида волновой функции, матричный элемент, обусловленный поглощением фотона, представим как

$$M_{im} = \left\langle \varphi_m \left| H' \right| \varphi_i \right\rangle = \frac{2\pi^2 \sqrt{2\pi}}{S} e^{\mathbf{k}_i} \delta_{k_{\parallel}^m k_{\parallel}^m} \left( \frac{i\hbar e}{mc} \right) \frac{c}{\tilde{n}} \frac{\hbar^2}{\sqrt{\hbar \omega}}.$$
(8)

Матричный элемент рассеяния имеет вид

$$M_{mf}^{J} = \left\langle \varphi_{f} \left| V_{C} \right| \varphi_{m} \right\rangle = \frac{2\pi}{S} \frac{Ze^{2}}{\kappa} \frac{1}{k} \exp\left(\frac{a^{2}k^{2}}{4\gamma}\right), \tag{9}$$

где  $k = |\mathbf{k}| = |\mathbf{k}_{f} - \mathbf{k}_{m}|$ , и кулоновский потенциал рассеяния

$$V_{\rm C} = \frac{Ze^2}{\kappa \sqrt{\rho^2 + z^2}} \,. \tag{10}$$

Для расчета коэффициента поглощения (см. уравнение (4)) в случае первоначального поглощения фотона и вторичного рассеяния на ионизированном примесном центре используем выражение [27]

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{N(c/\tilde{n})} \left(\frac{2S}{(2\pi)^2}\right)^2$$

$$\times \int d^2 \vec{k} d^2 \vec{k}' \left(\frac{2\pi}{\hbar} \frac{|M_{im}^{\nu}|^2 |M_{mf}^{J}|^2}{(\varepsilon_i - \varepsilon_m + \hbar\omega)^2} \delta(\varepsilon_f - \varepsilon_i - \hbar\omega)\right) f(k) [1 - f(k')],$$
(11)

где f(k) и f(k') – вероятности заполнения начального и конечного состояний, соответственно, (распределение Ферми–Дирака), N – количество падающих фотонов на единичную площадь (рассматривается однофотонное поглощение),  $\tilde{n}$  – коэффициент преломления света в среде.

Ограничимся рассмотрением невырожденного электронного газа с температурой T, принимая f(k') = 0. Для f(k) используем функцию распределения Больцмана

$$f(k) = \frac{n_e}{N_c} e^{-\frac{E}{k_{\rm B}T}} = \frac{n_e}{2a} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m^* k_{\rm B}T}\right)^{3/2} e^{-\frac{E_i}{k_{\rm B}T}},$$
(12)

где *n<sub>e</sub>* – концентрация свободных электронов.

При подстановке выражений матричных элементов (8) и (10) в (11) с учетом вида функции распределения (12) для коэффициента поглощения получим следующее выражение:

$$\alpha(\omega) = C \left(3 + \frac{\hbar\omega}{2E_T} + \frac{1}{16} \left(\frac{\hbar\omega}{E_T}\right)^2\right) \left(\frac{1}{\hbar\omega}\right)^{4.5} \exp\left(\hbar\omega \left(\frac{m^*a^2}{2\gamma\hbar^2} - \frac{1}{8E_T}\right)\right),\tag{13}$$

где использованы обозначения

$$E_T = k_{\rm B}T;$$

$$C = 1504 n_e N_I \frac{\hbar^2 e^6 E_T}{\kappa^{5/2} a m^{3/2} c} \exp\left(-\frac{\hbar \omega_{\rm osc}}{2E_T}\right),$$
(14)

*N<sub>I</sub>* – концентрация ионизированных примесных центров.

# 3. Результаты расчета для КЯ из GaAs

Обсудим полученные результаты, с учетом того, что все численные расчеты выполнены для КЯ из GaAs со следующими параметрами:  $m^* = 0.067 m_e$ ,  $\kappa = 13.8$ ,  $E_R = 5.275$  мэB,  $a_B = 104$  Å. Результаты получены для одного типа процессов – с первоначальным поглощением фотона и с дальнейшим рассеянием на ионизированном примесном центре. Другая возможная последовательность переходов (с первоначальным рассеянием на ионизированной примеси) представляется равновероятной, и можно ожидать, что результаты будут подобны полученным. Анализ частотной зависимости коэффициента поглощения показывает зависимость  $\alpha(\omega) \sim 1/\omega^{4.2}$ . Следовательно, для КЯ с параболическим потенциалом ограничения в результате рассеяния коэффициент поглощения с ростом энергии фотона уменьшается быстрее, чем для массивного образца, где  $\alpha \sim 1/\omega^{3.5}$  [1]. Для сравнения отметим, что анализ данной зависимости для КЯ с прямоугольным бесконечно глубоким ограничивающим потенциалом дает результат  $\alpha(\omega) \sim 1/\omega^{4.1}$ .

Для оценки подгоночного параметра  $\gamma$  мы рассмотрели систему Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As/GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As со значением x = 0.22 (поскольку прикладную значимость имеют твердые растворы с содержанием Al при x < 0.4) [28]. Для параметра  $\gamma$  получены значения 1.625, 1.418 и 1.337, которые соответствуют толщинам пленок 50 Å, 75 Å и 100 Å, соответсвенно.

На рис.4 представлена зависимость коэффициента поглощения от энергии падающих фотонов при различных ширинах КЯ. Видно, что величина коэффициента поглощения смещается в сторону больших значений энергии поглощаемого фотона при уменьшении толщины КЯ. Расчеты выполнены для значения температуры T = 77 к, поскольку при высоких значениях температуры доминирует механизм рассеяния на фононах.



Рис.4. Зависимость коэффициента поглощения от энергии падающих фотонов при T = 77К и различных значений ширины квантовой ямы: (1) – 100 Å, (2) – 75 Å, (3) – 50 Å.

### 4. Заключение

В рамках второго порядка теории возмущений получено аналитическое выражение для коэффициента поглощения света, обусловленного внутриподзонными переходами в параболической квантовой яме с учетом рассеяния на ионизированных примесных центрах. Использование параболической аппроксимации ограничивающего потенциала позволило получить аналитическое выражение для коэффициента поглощения. С другой стороны, исследование его частотной зависимости показало более резкое падение кривой с удалением от края поглощения в сравнении как с массивным образцом, так и с КЯ с бесконечно глубоким потенциалом ограничения. Исследована также зависимость коэффициента поглощения от ширины квантовой ямы.

Автор выражает благодарность Э.М. Казаряну за постановку задачи и постоянное внимание к работе, а также А.А. Костаняну за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. H.Y. Fan, W. Spitzer, R.J. Collins. Phys. Rev., 2, 101 (1956).
- 2. R. Rosenberg, M. Lax. Phys. Rev., 12, 843 (1958).
- 3. **Л.Е. Воробьев.** Оптические явления в полупроводниковых квантово-размерных структурах. Санкт-Петербург, СПбГТУ, 2000.
- 4. T. Asano, S. Noda, A. Sasaki. Physica E, 2, 111 (1998).
- 5. Intersubband Transitions in Quantum Structures. R. Paella, ed., New York, McGraw-Hill, 2006.
- M. Helm. Semiconductors and Semimetals. The Basic Physics of Intersubband Transitions, 62, Chapter 1, 59-90 (1999).
- F.D.P. Alves, G. Karunasiri, N. Hanson, M. Byloos, H.C. Liu, A. Bezinger, M. Buchanan. Infrared Phys. & Technol., 50, 182 (2007).
- 8. S.S. Li. Int. J. High Speed Electr. Syst., 12, 761 (2002).
- 9. S.G. Carter, V. Ciulin, M.S. Sherwin, M. Hanson, A. Huntington, L.A. Coldren, A.C. Gossard. Appl. Phys. Lett., 84, 840 (2004).
- 10. N. Iizuka, K. Kaneko, N. Suzuki. IEEE J. Quantum Electr., 42, 765 (2006).
- 11. T. Chakraborty, V.M. Apalkov. Adv. Phys., 52, 455 (2003).
- 12. **Э.М. Казарян, В.Г. Григорян, А.М. Казарян**. Известия АН Арм. ССР, Физика, **11**, 351 (1976).
- 13. Э.М. Казарян, К.С. Арамян. Известия АН Арм. ССР, Физика, 11, 122 (1976).
- 14. J. Lee, H.N. Spector. J. Appl. Phys., 54, 3921 (1983).
- 15. H. Adamska, H.N. Spector. J. Appl. Phys., 56, 1123 (1984).
- 16. S.S. Kubakaddi, B.G. Mulimani. J. Phys., 19, 11300 (1986).
- 17. J.S. Bhat, S.S. Kubakaddi, B.G. Mulimani. J. Appl. Phys., 72, 4966 (1992).
- 18. N.S. Sankeshwar, S.S. Kubakaddi, B.G. Mulimani. J. Phys., 32, 149 (1989).
- 19. F.M. Gashimzade. Phys Stat. Sol. (b), 160, 177 (1990).
- F. Carosella, C. Ndebeka-Bandou, R. Ferreira, E. Dupont, K. Unterrainer, G. Strasser, A. Wacker, G. Bastard. Phys. Rev. B, 85, 085310 (2012).
- 21. Л.С. Петросян. Известия НАН Армении, Физика, **37**, 173 (2002).
- 22. D.B. Hayrapetyan, E.M. Kazaryan, L.S. Petrosyan, H.A. Sarkisyan. Physica E, 66, 7 (2015).

- D.B. Hayrapetyan, E.M. Kazaryan, T.V. Kotanjyan, H.K. Tevosyan. Superlattices and Microstructures, 78, 40 (2015).
- D.B. Hayrapetyan, E.M. Kazaryan, H.K. Tevosyan. Superlattices and Microstructures, 64, 204, 2013.
- 25. P.A. Maksym, T. Chakraborty. Phys. Rev. Lett., 65, 108 (1990).
- 26. **G. Bastard.** Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures. Cedex France, Les editions de Physique, 237-295, 1989.
- 27. К. Зеегер. Физика полупроводников, Москва, Мир, 1977.
- 28. **Э.М. Казарян, С.Г. Петросян.** Физические основы полупроводниковой наноэлектроники (на арм. языке). Издательство РАУ, Ереван, 2005.

# ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՓՈՍՈՒՄ ԱԶԱՏ ԼԻՑՔԱԿԻՐՆԵՐԻ ԿՈՂՄԻՑ ԼՈԻՅՍԻ ԿԼԱՆՈՒՄԸ ԻՈՆԻԶԱՑՎԱԾ ԽԱՌՆՈՒԿՆԵՐԻ ՎՐԱ ՑՐՄԱՆ ՀԱՇՎԱՌՈՒՄՈՎ

### Ա.Հ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Դիտարկված են ներենթագոտիական անցումները պարաբոլական քվանտային փոսում՝ հաշվի առնելով ցրումը իոնիզացված խառնուկային կենտրոնների վրա։ Ցրումով պայմանավորված մատրիցական էլեմենտի հաշվարկի համար կիրառված է Բոռնի մոտավորությունը, իսկ փոխազդեցության պոտենցիալը վերցված է կուլոնյան տեսքով։ Կլանման գործակցի համար ստացված է վերլուծական արտահայտություն հաշվի առնելով միայն մեկ տիպի անցումները՝ ֆոտոնի առաջնային կլանումով և հետագա ցրումով խառնուկի վրա։ Կլանման գործակցի համար հետազոտված է հաձախային բնութագիրը և կախվածությունը քվանտային փոսի լայնությունից։

# FREE-CARRIER ABSORPTION IN A PARABOLIC QUANTUM WELL WITH CONSIDERATION OF SCATTERING ON IONIZED IMPURITIES

### A.H. GEVORGYAN

Intrasubband transitions caused by light absorption in a parabolic quantum well is considered taking into account the scattering by ionized impurity centers. To calculate the scattering matrix element the Born approximation is used, and the interaction with the impurity is described by Coulomb potential. An analytical expression for absorption coefficient of processes with the initial absorption of a photon and further scattering on an ionized impurity center is obtained. Frequency characteristics and dependence on the width of the quantum well for absorption coefficient are examined.