

УДК 532.783

## ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ СВЕТ В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ С КРУЧЕНИЕМ

Р.Б. АЛАВЕРДЯН, А.Л. АСЛАНЯН, Л.С. АСЛАНЯН,  
Г.С. ГЕВОРГЯН\*, С.Ц. НЕРСИСЯН

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

\* e-mail: g.gevorgyan@ysu.am

(Поступила в редакцию 6 ноября 2014 г.)

Теоретически и экспериментально проанализирована эволюция состояния поляризации света в плавно неоднородных анизотропных средах. Получены аналитические выражения, описывающие состояние поляризации в такой среде. В частности, результаты анализа применены к нематическому жидкому кристаллу с твист-ориентацией. Показано, что хотя состояние поляризации при распространении в такой среде претерпевает осцилляции, число которых зависит от толщины образца, тем не менее на выходе наблюдается явление адиабатического отслеживания в случае входных  $e$  и  $o$  волн. Эксперименты подтверждают результаты теоретического анализа.

Анализ распространения света в анизотропных средах по-прежнему привлекает внимание исследователей, несмотря на большое количество публикаций (см., например, [1-7]). Это объясняется возможностями широкого применения их в ЖК дисплеях и пространственных модуляторах света. Несмотря на многообразие оптических явлений в анизотропных и циркулярно-анизотропных средах, фотонных и жидких кристаллах, наличие неоднородности анизотропии (как естественной, так и наведенной) существенно расширяет спектр возможных явлений и их применений (см. [8] и ссылки, приведенные там). Этим объясняется необходимость создания универсальных методов анализа оптических явлений в таких средах.

Аналитическое решение волнового уравнения в таких средах связано с определенными трудностями даже с учетом медленности изменения параметров среды и возможностью применения приближенных методов. Однако, анализ поведения состояния поляризации света в плавно неоднородных средах представляет весьма важную и актуальную задачу, поскольку, во-первых, поляризация световой волны после взаимодействия содержит значительную информацию о самой среде, и во-вторых, управление самими параметрами среды служит основой управления состоянием поляризации света путем наведения той или иной неоднородности с помощью внешнего воздействия и создания управляемых ахроматических компенсаторов.

Распространение плоской монохроматической волны в средах с пространственной неоднородностью анизотропии математически описывается такими же уравнениями, какими описывается поведение двухуровневой системы в нестационарных полях [9,10]. Такая аналогия позволяет использовать хорошо развитые методы теории взаимодействия квазирезонансного излучения с двухуровневым атомом.

Целью настоящей работы является теоретическое и экспериментальное исследование эволюции поляризации света в плавно неоднородных средах, в частности, в нематических жидких кристаллах (НЖК) с твист-ориентацией.

Пусть плоская монохроматическая волна распространяется в анизотропной среде с неоднородным азимутальным углом оптической оси  $\psi(z)$  (см. рис.1). Представим тензор диэлектрической проницаемости плавно неоднородной анизотропной среды  $\epsilon_{ij}(z)$  в виде [11]

$$\epsilon_{ij}(z) = \epsilon_{\perp} \delta_{ij} + \epsilon_a m_i(z) m_j(z). \quad (1)$$

Здесь  $m_i(z)$  – единичный вектор (директор), описывающий локальную ориентацию оптической оси,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $\epsilon_a = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}$  – анизотропия ЖК. Поглощением пренебрегаем, а магнитную проницаемость считаем равной единице. В случае нормального падения на среду из уравнений Максвелла нетрудно получить следующую систему для двумерного вектора Джонса  $\mathbf{E} = (E_x E_y)^T$ , описывающего состояние поляризации световой волны [12,13]:

$$\frac{d^2 \mathbf{E}(z)}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\epsilon}(z) \mathbf{E}(z) = 0, \quad (2)$$

где  $i, j = x, y$ , а  $z$  – координата вдоль распространения света. В случае малости изменения угла  $\psi(z)$  от длины волны, что вполне оправдано в случае ЖК,

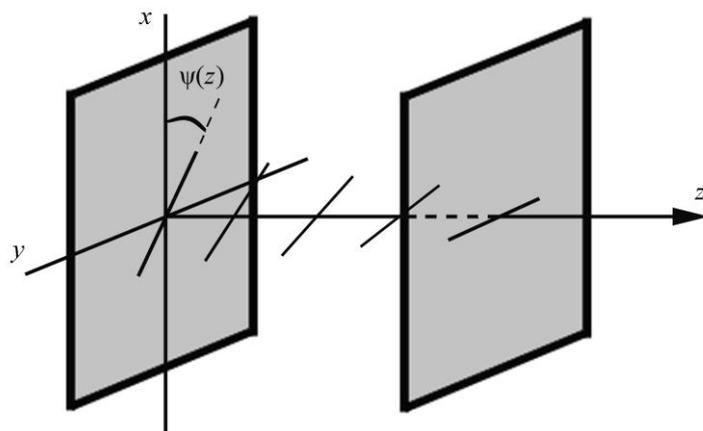


Рис.1. Геометрия задачи.

можно применить метод геометрической оптики [12-15]. Решение ищем в виде

$$\mathbf{E}(z) = \mathbf{E}_0(z) \exp \left\{ i \frac{\omega}{c} \int n_0(z) dz \right\}, \quad (3)$$

где

$$n_0(z) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{xx}(z) + \varepsilon_{yy}(z)}{2}}. \quad (3a)$$

Это позволяет разделить в волне быстрые осцилляции поля и относительно медленные изменения параметров среды и связанных с ними параметров волны. Учитывая медленность изменения комплексной амплитуды  $\mathbf{E}_0(z)$ , получим следующее векторное уравнение [12,13]:

$$\frac{d\mathbf{J}(z)}{dz} = i \frac{\omega}{c} \hat{H}(z) \mathbf{J}(z), \quad (4)$$

где

$$\hat{H}(z) = \{ \hat{\varepsilon}(z) - n^2(z) \hat{I} \} / 2n(z), \quad (4a)$$

$$\mathbf{J}(z) = \sqrt{n(z)} \mathbf{E}_0(z). \quad (4б)$$

Выражение (4) – это уравнение типа Шредингера, которое описывает эволюцию состояния поляризации света, а матрица  $\hat{H}(z)$  является аналогом гамильтониана и характеризует свойства среды.

В случае распространения поляризованного света в НЖК с твист-ориентацией для матрицы  $\hat{H}(z)$  имеем

$$\hat{H}(z) = \frac{\varepsilon_a}{4n_0} \begin{pmatrix} \cos 2\psi(z) & \sin 2\psi(z) \\ \sin 2\psi(z) & -\cos 2\psi(z) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Решение системы уравнений (4) существенно упрощается и удается получить аналитическое решение задачи, если перейти во вращающуюся систему координат посредством преобразования [12,16]

$$\mathbf{J}(z) = \hat{R}^{-1} \mathbf{A}(z), \quad \hat{H}(z) = \hat{R}^{-1} \hat{H}_0 \hat{R}, \quad (6)$$

где  $\mathbf{A} = (A_\xi A_\eta)^T$  – вектор Джонса во вращающейся системе координат,  $\hat{R}(\psi)$  – матрица поворота координатных осей

$$\hat{R}(\psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi(z) & \sin \psi(z) \\ -\sin \psi(z) & \cos \psi(z) \end{pmatrix}.$$

Здесь  $\hat{H}_0$  – “гамильтониан” неоднородно-анизотропной среды в локальной системе координат. После несложных, но громоздких преобразований, получим

следующую систему связанных уравнений относительно  $A_{\xi,\eta}$  [12]:

$$\frac{dA_{\xi}(z)}{dz} = i\gamma A_{\xi}(z) + \frac{d\psi(z)}{dz} A_{\eta}(z), \quad (7a)$$

$$\frac{dA_{\eta}(z)}{dz} = -\frac{d\psi(z)}{dz} A_{\xi}(z) - i\gamma A_{\eta}(z). \quad (7б)$$

Здесь введено обозначение

$$\Gamma = \frac{\pi \varepsilon_a}{2\lambda n_0}. \quad (7в)$$

В случае равномерного изменения угла ориентации директора  $\psi(z) = \alpha z$  уравнения (7a,б) представляют систему уравнений с постоянными коэффициентами, решение которой хорошо известно [17]. С учетом этого решения и после обратного преобразования в лабораторную систему координат окончательное аналитическое решение представляется в виде

$$E_{\mu}(z) = \frac{i}{2\Omega} [A_{\mu}(z)e^{-i\Omega z} + B_{\mu}(z)e^{i\Omega z}] e^{i\frac{2\pi}{\lambda} n_0 z}, \quad (8)$$

где  $\mu = x, y$ . Введенные здесь обозначения имеют следующий вид:

$$A_x(z) = \left( B_0 - i \frac{\alpha}{\gamma + \Omega} A_0 \right) \left[ \alpha \cos \psi(z) + i(\gamma + \Omega) \sin \psi(z) \right],$$

$$B_x(z) = \left[ -i(\gamma + \Omega) A_0 - \alpha B_0 \right] \left[ \cos \psi(z) + i \frac{\alpha}{\gamma + \Omega} \sin \psi(z) \right],$$

$$A_y(z) = \left( B_0 - i \frac{\alpha}{\gamma + \Omega} A_0 \right) \left[ \alpha \sin \psi(z) - i(\gamma + \Omega) \cos \psi(z) \right],$$

$$B_y(z) = \left[ -i(\gamma + \Omega) A_0 - \alpha B_0 \right] \left[ \sin \psi(z) + i \frac{\alpha}{\gamma + \Omega} \cos \psi(z) \right],$$

$$\Omega^2 = \gamma^2 + \alpha^2, \quad A_0 = E_x(z=0), \quad B_0 = E_y(z=0).$$

Величины  $A_0$  и  $B_0$  могут быть комплексными (в случае анализа эллиптически поляризованной входной волны). Нетрудно проверить, что полученное решение (8) в пределе  $\alpha \rightarrow 0$  переходит в хорошо известное выражение [2,17].

Таким образом, полученные аналитические выражения позволяют описывать пространственную динамику состояния поляризации света в неоднородных анизотропных средах.

В качестве примера рассмотрим НЖК 5СВ, параметры которого хорошо известны [18]. Пусть входная волна линейно-поляризована вдоль оси  $x$  (в случае нормированной интенсивности  $A_0 = 1, B_0 = 0$ ). Как следует из рис.2а,

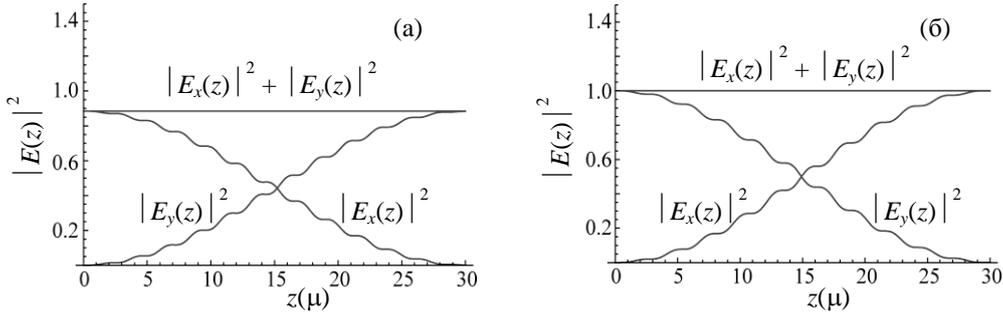


Рис.2. Эволюция состояния поляризации света в твист-ориентированной НЖК 5СВ. Значения параметров следующие:  $\epsilon_0 = n_0^2 = 2.31$ ,  $\epsilon_a = 0.58$ ,  $\lambda = 0.5145$  мкм, толщина НЖК слоя составляет 30 мкм. (а) Входная волна поляризована вдоль  $x$ . (б) Входная волна поляризована вдоль  $y$ .

выходная волна полностью поляризована вдоль оси  $y$ , согласно явлению адиабатического слежения [2,6]. Когда входная волна линейно-поляризована вдоль оси  $y$ , выходная волна линейно-поляризована вдоль оси  $x$  (см. рис.2б) (качественно об этом упоминается в [6,18]).

Таким образом, проведенный анализ показывает, что если падающая волна на входе в среду линейно-поляризована вдоль одной из нормальных волн, то вектор поляризации световой волны отслеживает вращение главных осей при условии, что коэффициент кручения мал.

Однако эволюция состояния поляризации света в слое твист-ориентированного НЖК зависит от толщины образца. При малых толщинах (порядка нескольких мкм) это достаточно плавный переход через промежуточные эллиптически поляризованные состояния (об этом упоминается также в [6]). При толщинах порядка десятков микрон такой переход носит осцилляционный характер (см. рис.2а,б).

Для большей наглядности пространственную динамику состояния поляризации света можно представить на сфере Пуанкаре. Для этого определим параметры Стокса соотношением

$$\hat{S} = \mathbf{E}^+ \hat{\sigma} \mathbf{E}, \quad (9)$$

где  $\hat{\sigma}_i$  – матрицы Паули [6,13]:

$$\hat{\sigma}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно проверить, что тогда

$$S_0 = |E_x|^2 + |E_y|^2, \quad S_1 = |E_x|^2 - |E_y|^2, \quad (10a)$$

$$S_2 = E_x E_y^* + E_x^* E_y, \quad S_3 = i(E_x E_y^* - E_x^* E_y). \quad (10б)$$

На рис.3 представлена пространственная динамика состояния поляризации света на сфере Пуанкаре, построенная с помощью соотношений (8) и (10). Прослеживается следующая закономерность – с увеличением толщины образца амплитуда пространственных осцилляций уменьшается и вектор Стокса практически вращается в экваториальной плоскости. Это означает, что входная линейно-поляризованная волна адиабатически следует за вращением директора НЖК, оставаясь линейно-поляризованной.

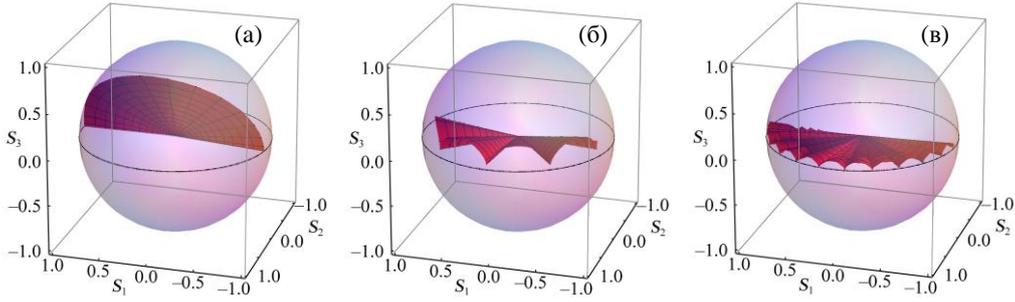


Рис.3. Эволюция состояния поляризации света на сфере Пуанкаре в твист-ориентированный НЖК. Значения параметров НЖК 5СВ следующие:  $\varepsilon_0 = n_0^2 = 2.31$ ,  $\varepsilon_a = 0.58$ ,  $\lambda = 0.5145$  мкм, толщина НЖК слоя составляет: (а) 2.5 мкм, (б) 10 мкм и (в) 30 мкм.

Нередко встречается ситуация, особенно в скрученных НЖК, когда величина  $\gamma$ , описывающая фазовую задержку, значительно больше удельного вращения  $\alpha$ . Для примера рассмотрим твист-ориентированный НЖК 5СВ, у которого  $\gamma \gg \alpha$ . Используя определение (7в) и учитывая, что  $\alpha l = \pi / 2$ , получим

$$\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{\varepsilon_a}{n_0} \frac{l}{\lambda}.$$

Это означает, что при  $l \gg \lambda$  выполняется условие  $\gamma \gg \alpha$ . Пренебрегая в (8) при  $\gamma \gg \alpha$  слагаемыми, содержащими  $\alpha$ , получим

$$E_x(z) = (A_0 \cos \psi(z) e^{i\gamma z} - B_0 \sin \psi(z) e^{-i\gamma z}) e^{i \frac{2\pi}{\lambda} n_0 z},$$

$$E_y(z) = (B_0 \cos \psi(z) e^{-i\gamma z} + A_0 \sin \psi(z) e^{i\gamma z}) e^{i \frac{2\pi}{\lambda} n_0 z}.$$

Соответственно

$$\frac{E_y(z)}{E_x(z)} = \frac{B_0 \cos \psi(z) e^{-i\gamma z} + A_0 \sin \psi(z) e^{i\gamma z}}{A_0 \cos \psi(z) e^{i\gamma z} - B_0 \sin \psi(z) e^{-i\gamma z}}. \quad (11)$$

Рассмотрим предыдущие частные случаи. Пусть  $A_0 = 1$  и  $B_0 = 0$ , т.е. входная волна линейно-поляризована вдоль  $x$ . Тогда из (11) следует, что

$$\frac{E_y(z)}{E_x(z)} = \operatorname{tg}\psi(z).$$

Так как  $\psi(l) = \pi/2$ , то выходная волна поляризована вдоль оси  $y$ .

Аналогично, когда входная волна линейно-поляризована вдоль оси  $y$ , то  $A_0 = 0$  и  $B_0 = 1$ . Тогда из (11) следует, что

$$\frac{E_y(z)}{E_x(z)} = -\operatorname{ctg}\psi(z).$$

И при  $\psi(l) = \pi/2$  имеем, что выходная волна поляризована вдоль оси  $x$ .

Для исследования изменения поляризации изначально линейно-поляризованного лазерного пучка при прохождении через твист-ориентированную НЖК ячейку была собрана экспериментальная установка, схема которой приведена на рис.4. Лазерный пучок He-Ne лазера (1) с длиной волны 0.63 мкм сначала проходит через поляризатор (2), с помощью которого пучок приобретает линейную поляризацию. Прошедший через поляризатор пучок падает на твист-ячейку НЖК (3). Состояние поляризации прошедшего света исследуется с помощью анализатора (4) и измерителя мощности (5). Поляризация пучка, прошедшего через твист-ячейку НЖК, определяется посредством вращения анализатора и измерения мощности лазерного пучка. В ходе эксперимента обеспечивалось нормальное падение пучка на ячейку с толщиной 100 мкм. Использовался жидкий кристалл типа 5СВ. Эксперимент был проведен при комнатной температуре.

Известно, что, если поляризация лазерного пучка параллельна направлению директора у передней стенки ячейки, то поляризация пучка поворачивается (оставаясь параллельной ориентации молекул) и на выходе ячейки поляризация приобретает направление, перпендикулярное начальной поляризации [18,19].

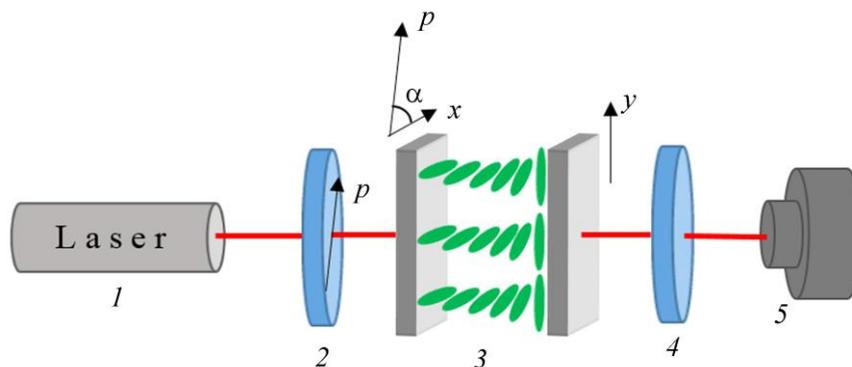


Рис.4. Схема экспериментальной установки: 1 – He-Ne лазер, 2 – поляризатор, 3 – твист-ячейка НЖК (толщина 100 мкм), 4 – анализатор, 5 – измеритель мощности.

Цель настоящего эксперимента состояла в определении изменения поляризации изначально линейно-поляризованного лазерного излучения при условии, что эта поляризация перпендикулярна направлению директора у передней стенки ячейки.

Результаты исследования показывают, что поляризация линейно-поляризованного пучка при прохождении через твист-ориентированную НЖК ячейки изменяется таким образом, что на выходе из ячейки приобретает поляризацию, направление которой перпендикулярно начальной поляризации. Таким образом, при прохождении через твист-ячейку НЖК поляризация линейно-поляризованного лазерного пучка поворачивается на  $90^\circ$  вне зависимости от того поляризация пучка параллельна или перпендикулярна направлению директора у передней стенки ячейки. Особенно следует подчеркнуть частотную независимость (ахроматичность) такого вращения. Экспериментальные результаты подтверждают вышеприведенные теоретические результаты.

Работа выполнена при финансовой поддержке ГКН МОН РА в рамках научного проекта SCS 13-1C240.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский.** Электродинамика сплошных сред. М., Физматлит, 2005.
2. **А. Ярив, П. Юх.** Оптические волны в кристаллах. М., Мир, 1987.
3. **E. Collett, B. Schaefer.** Polarized Light: For Scientists and Engineers. PolaWave Group, Incorporated, 2012.
4. **О.В. Иванов.** Распространение электромагнитных волн в анизотропных и бианизотропных слоистых структурах. Ульяновск, УлГТУ, 2010.
5. **T. Scharf.** Polarized Light in Liquid Crystals and Polymers. John Wiley and Sons, Inc., 2006.
6. **P. Yeh, C. Gu.** Optics of Liquid Crystal Displays. John Wiley and Sons, Inc., 1999.
7. **Ф.В. Игнатович, В.К. Игнатович.** УФН, **182**, 759, (2012).
8. **R.V. Alaverdyan, T.K. Dadalyan.** Armenian Journal of Physics, **6**, 55 (2013).
9. **А.Л. Асланян, Л.С. Асланян, С.К. Назарян.** Изв. НАН Армении, Физика, **47**, 33 (2012).
10. **L. Allen, J. Eberly.** Optical Resonance and Two-Level Atoms. John Wiley and Sons, N.Y.-London-Sydney-Toronto, 1976.
11. **P. de Gennes, J. Prost.** The physics of LC. Oxford, Clarendon Press, 2003.
12. **A.L. Aslanyan, L.S. Aslanyan, Yu.S. Chilingaryan.** Optics and Spectroscopy, **116**, 483 (2014).
13. **A.L. Aslanyan, L.S. Aslanyan, S.K. Nazaryan.** Proceedings of SPIE, **8414** (SPIE Bellingham, WA 2012) 8414 11 - 1-7.
14. **H. Kubo, R. Nagata.** JOSA, **73**, 1719 (1985).
15. **F. Simoni.** NLO Properties of LC and PDLC. Singapore, World Scientific, 1997.
16. **С.М. Аракелян, Ю.С. Чилингарян.** Нелинейная оптика жидких кристаллов. М., Наука, 1974.
17. **А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Э. Хайкин.** Теория колебаний. М., Наука, 1981.
18. **Л.М. Блинов.** Электро- и магнитооптика ЖК. М., Наука, 1978.
19. **W. Helfrich, M. Schadt.** Appl. Phys. Lett., **18**, 127 (1971).

ԲԵՎԵՌՆԱՅՎԱԾ ԼՈՒՅՍԸ ՈԼՈՐՄԱՄԲ ԱՆԻՉՈՏՐՈՊ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Ռ.Բ. ԱԼԱՎԵՐԴՅԱՆ, Ա.Լ. ԱՍԼԱՆՅԱՆ, Լ.Ս. ԱՍԼԱՆՅԱՆ,  
Գ.Ս. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ս.Ց. ՆԵՐՍԻՍՅԱՆ

Տեսական և փորձարարական ճանապարհներով վերլուծված է սահուն-անհամասեռ անիզոտրոպ միջավայրերում լույսի բևեռացման վիճակի էվոլյուցիան: Ստացված են այդպիսի միջավայրում բևեռացման վիճակը նկարագրող վերլուծական արտահայտություններ: Մասնավորապես, վերլուծության արդյունքները կիրառելի են թվիստ կողմնորոշմամբ նեմատիկ հեղուկ բյուրեղի պարագայում: Ցույց է տրված, որ չնայած այդպիսի միջավայրում տարածման ժամանակ բևեռացման վիճակը կրում է օսցիլյացիաներ, որոնց տարածական հաճախությունը կախված է նմուշի հաստությունից, այնուամենայնիվ ելքում դիտվում է ադիաբատիկ հետևման երևույթ ինչպես մուտքային e ալիքի, այնպես էլ o ալիքի դեպքում: Փորձերը հաստատում են տեսական վերլուծության արդյունքները:

POLARIZED LIGHT IN ANISOTROPIC MEDIUM WITH TWISTING

R.B. ALAVERDYAN, A.L. ASLANYAN, L.S. ASLANYAN,  
G.S. GEVORGYAN, S.TS. NERSISYAN

The evolution of condition of polarization of light in smoothly inhomogeneous anisotropic medium is theoretically and experimentally analyzed. Analytical expressions describing the condition of polarization in such medium are derived. In particular, the results of the analysis are applicable to the nematic liquid crystal with twist orientation. It is shown that though the condition of polarization during propagation in such medium undergoes oscillations, spatial frequency of which depends on thickness of the sample, nevertheless a phenomenon of adiabatic tracking is observed at the exit in case of both input e and o waves. Experiments confirm the results of theoretical analysis.