УДК 535.14

ТРЕХФОТОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Т.В. ГЕВОРГЯН

Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

e-mail: t_gevorgyan@ysu.am

(Поступила в редакцию 24 августа 2013 г.)

Рассмотрена каскадная параметрическая конверсия фотонов вниз в оптическом резонаторе в импульсном режиме для генерации трехфотонных состояний. Исследованы распределения числа фотонов и функции Вигнера для моды субгармоники в квантовом приближении. Показана трехфотонная структура моды субгармоники и ее трехфазная локализация в фазовом пространстве.

1. Введение

Одним из актуальных направлений квантовой оптики является приготовление и исследование перепутанных многофотонных состояний [1,2]. К настоящему времени двухфотонные перепутанные состояния хорошо изучены, а также разработаны схемы для эффективной генерации пары фотонов, включая параметрическое расщепление фотонов [3-5] и четырехволновое смешение [6,7]. Рождение фотонных пар можно реализовать и на атомных переходах, в частности, на двухуровневых атомах в бихроматическом поле [8-11], а также в процессе резонансной флуоресценции на холодном ионе в ловушке [12]. Что касается получения трехфотонных состояний, то к настоящему времени предложены различные схемы для их генерации: в нелинейном кристалле с воспримчивостью третьего порядка [13,14], в каскадных спонтанных процессах второго порядка [15], включая структурированные нелинейные материалы [16] и каскадные процессы в оптическом резонаторе [17-19], в четырехволновом смешении [20] и в тройном Комптон-эффекте на свободном электроне [21]. Недавно генерация триплета фотонов была реализована с помощью двух фотонных пар в каскадной схеме конверсии вниз в двух последовательных нелинейных кристаллах [22]. Четырехфотонные состояния в основном получены путем комбинирования двух фотонных пар (см. напр., [1,23]).

Настоящая работа является продолжением работ [16,17]. В ней рассмотрена генерация трехфотонных состояний в процессе каскадной параметрической конверсии вниз (КПКВ) в присутствии резонатора в импульсном режиме. Трехфотонные состояния на частоте $\omega_1 \cong \omega/3$ возникают в каскадных процессах расщепления фотона на пару фотонов $\omega \leftrightarrow \omega_1 + \omega_2$, и далее $\omega_2 \leftrightarrow \omega_1 + \omega_1$. Эта схема может содержать два нелинейных кристалла с нелинейностями второго порядка или один кристалл, в котором одновременно выполняются два условия квазифазового синхронизма [16]. Цель работы состоит в исследовании моды субгармоники $\omega_1 \cong \omega/3$ в импульсном режиме генерации, в котором проявляется трехфотонная структура моды резонатора. Эти вопросы рассматриваются в рамках метода матрицы плотности для мод резонатора на основе вычисления распределения числа фотонов и функции Вигнера для моды субгармоники.

2. Каскадная параметрическая конверсия вниз

Рассмотрим каскадную схему получения трехфотонных состояний в присутствии оптического резонатора под действием последовательности лазерных импульсов с гауссовскими амплитудами. Эта система включает две моды поля излучения на частотах $\omega_1 = \omega/3$ и $\omega_2 = 2\omega/3$, которые возникают под действием поля лазера на частоте ω в двухмодовом резонаторе вследствие последовательности двух параметрических процессов преобразования: $\omega \leftrightarrow \omega_1 + \omega_2$ и $\omega_2 \leftrightarrow \omega_1 + \omega_1$. Моды субгармоник имеют одинаковые поляризации и распространяются в одинаковом направлении. Эффективный гамильтониан взаимодействия имеет следующий вид:

$$H_0 = i\hbar\chi(Ea_1^+a_2^+ - E^*a_1a_2) + i\hbar k(a_1^{+2}a_2 - a_1^2a_2^+),$$
(1)

где

$$E(t,z) = E_L f(t) e^{-i(\omega t - k_L z)}, \quad f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-i(t - t_0 - n\tau)^2/T^2}$$

T – длительность импульсов и τ – временной интервал между импульсами. Здесь χ и k являются эффективными постоянными взаимодействия для процессов $\omega \leftrightarrow \omega_1 + \omega_2$ и $\omega_2 \leftrightarrow \omega_1 + \omega_1$, соответственно, и пропорциональны восприимчивостям $\chi^{(2)}$, a_1 и a_2 – есть операторы уничтожения мод субгармоник ω_1 и ω_2 , соответственно, E_L – амплитуда поля накачки на частоте ω . Рассматривается І-тип фазового синхронизма, когда фотоны имеют одинаковые поляризации.

Для каскадной параметрической генерации предлагается следующая схема оптического параметрического генератора (ОПГ), в которой используется круговой резонатор. В этой схеме вход и выход резонатора осуществляются на одном из зеркал резонатора, и только фундаментальная мода возмущается внешним к резонатору лазерным полем. Амплитуды мод в резонаторе α_1 и α_2 связаны с амплитудами поля вне резонатора известными соотношениями. Так, амплитуда внешнего поля $\langle \alpha^{in} \rangle$ вне резонатора связана с амплитудой фундаментальной моды в резонаторе следующим образом: $\langle \alpha^{in} \rangle = E/\sqrt{2\gamma}$. Тогда число фотонов в единицу времени на входе в резонатор равно $n^{in} = |E|^2/2\gamma$, где γ есть коэффициент затухания моды. Амплитуды мод субгармоник, которые генерируются из вакуумных состояний, связаны с амплитудами полей на выхо-

де из резонатора следующим образом: $\alpha_i^{\text{out}} = \sqrt{2\gamma_i} \alpha_i$ (*i* = 1,2). При этом число фотонов в единицу времени на выходе связано с числом фотонов в резонаторе следующим образом: $n_i^{\text{out}} = 2\gamma \langle n \rangle$.

Такая система является диссипативной из-за потерь на зеркалах резонатора и квантовых флуктуаций. По этой причине проблема решается в рамках численного моделирования уравнения для матрицы плотности, которая в этой работе записывается в форме метода квантовых траекторий (метода диффузии квантового состояния [24]) как среднее по квантовому ансамблю в следующей форме:

$$\rho(t) = M(|\psi_{\xi}\rangle\langle\psi_{\xi}|) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{\xi}^{N} |\psi_{\xi}(t)\rangle\langle\psi_{\xi}(t)|.$$
(2)

Здесь $|\psi_{\xi}(t)\rangle$ – стохастические состояния, удовлетворяющие уравнению

$$|d\psi_{\xi}\rangle = -\frac{i}{\hbar}H|\psi_{\xi}\rangle dt - \frac{1}{2}(L^{+}L - 2\langle L^{+}\rangle L + \langle L\rangle \langle L^{+}\rangle)|\psi_{\xi}\rangle dt + (L - \langle L\rangle)|\psi_{\xi}\rangle d\xi, \quad (3)$$

где M обозначает усреднение по стохастическим переменным, $L = \sqrt{\gamma a}$ – оператор Линблада, ξ и $d\xi$ – стохастические переменные винеровского процесса с нормированным независимым белым шумом, которые удовлетворяют фундаментальным соотношениям $M(d\xi) = 0$, $M(d\xi, d\xi) = 0$, $M(d\xi, d\xi^*) = dt$. Приложения этого метода для численного исследования открытых квантовооптических систем приведены, в частности, в работах [25-38].

Детальный анализ этого процесса трехфотонного излучения в случае монохроматического поля накачки f(t) = 1 представлен в работе [16]. Приведем некоторые результаты для рассмотренной выше схемы ОПГ в импульсном режиме и в полуклассическом приближении.

Характерной особенностью этой каскадной схемы является сравнительно низкое значение порога генерации, который, как показано в работе [39], равен

$$E_L \ge \overline{E_{th}} = \frac{\tau}{T\sqrt{\pi}} E_{th} = \frac{\tau}{T\sqrt{\pi}} \frac{2}{3\chi} \sqrt{2\gamma_1\gamma_2} , \qquad (4)$$

где $E_{th} = 2\sqrt{2\gamma_1\gamma_2}/(3\chi)$ – порог для КПКВ с непрерывной накачкой. Далее мы считаем, что коэффициенты затухания мод равны, т.е. $\gamma_2 = \gamma_1 = \gamma$. Другой особенностью этой системы является то, что выше порога генерации каждая из мод субгармоник на частотах $\omega_1 \cong \omega/3$ и $\omega_2 \cong 2\omega/3$ имеет три состояния с одинаковыми числами фотонов и с разными фазами, соответственно: $\phi_1 = \Phi/3$, $\Phi/3 + 2\pi/3$, $\Phi/3 + 4\pi/3$ для моды (1) и $\phi_2 = 2\Phi/3$, $2\Phi/3 - 2\pi/3$, $2\Phi/3 + 4\pi/3$ для моды (2), где Φ – фаза поля накачки.

В настоящей работе мы приводим результаты для каскадной схемы под действием периодической последовательности лазерных гауссовских импульсов, ограничиваясь вычислениями распределения числа фотонов в моде и функции Вигнера для моды субгармоники ω_1 . Наша цель состоит в исследовании трехфотонной структуры и эффектов квантовой интерференции моды субгармоники, которые, как известно, проявляются как отрицательные области функции Вигнера в фазовом пространстве. Отметим, что вопросы контролирования квантовой динамики посредством взаимодействия системы с периодической последовательностью лазерных гауссовских импульсов были недавно рассмотрены для схем оптического параметрического генератора и диссипативного ангармонического осциллятора в работах [36, 38]. Рассмотренная каскадная схема может быть реализована также в тонких нелинейных световодах [40] или в полупроводниковых резонаторах, содержащих нелинейные наноструктуры [41].

3. Функция Вигнера для "трехфотонной" моды

Перейдем к исследованию функции Вигнера и распределения числа фотонов для моды ω_1 , используя уравнения для оператора плотности (2) и (3). Распределение фотонов для моды вычисляется как диагональный элемент $P_1(n) = \langle n | \rho_1(t) | n \rangle$, где $\rho_1 = Sp_2(\rho)$ является матрицей плотности моды (1), которая получается из полной матрицы плотности путем усреднения по переменным второй моды. Вычисление функции Вигнера проводится по известной формуле

$$W(x,p) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \exp\left(-\frac{i}{\hbar} p\xi\right) \left\langle x + \frac{1}{2}\xi \left| \hat{\rho} \right| x - \frac{1}{2}\xi \right\rangle,$$
(5)

где $x = (a + a^+)/\sqrt{2}$ и $y = p = (a - a^+)/\sqrt{2i}$ – соответственно безразмерные координата и импульс моды. Необходимо отметить, что для данной схемы КПКВ в вычислениях учитываются гауссовские временные огибающие амплитуд лазерного поля, поэтому функция Вигнера и распределение числа фотонов являются нестационарными. Ниже рассматривается режим коротких гауссовских импульсов, для которых длительности импульсов являются намного меньше, чем обратные величины коэффициентов затухания мод. С другой стороны, мы предполагаем, что постоянные взаимодействия мод χ и k намного превышают коэффициенты затухания мод.

Результаты вычислений распределения числа фотонов и функций Вигнера моды $\omega_1 \cong \omega/3$ приведены на рис.1 для двух временных интервалов, которые сравнимы или превосходят длительности гауссовских импульсов накачки, однако являются меньше характерных временных интервалов процессов затухания. Рассмотрен случай двух последовательных импульсов с длительностью $T\gamma = 10^{-3}$, разделенных интервалом $\tau\gamma = 6 \times 10^{-3}$, здесь γ – коэффициент затухания мод. Результаты для распределения числа фотонов и функций Вигнера приведены для двух временных интервалов: $t = t_0 + 6.2 \times 10^{-3} \gamma^{-1}$ (рис.1а, б, в), что соответствует максимальному числу фотонов в первом импульсе, и $t = t_0 + 6.2 \times 10^{-2} \gamma^{-1}$ (рис.1г, д, е), что соответствует максимальному числу фотонов во втором импульсе. Распределения числа фотонов приведены на рис.1а, г.



Рис.1. Распределение числа фотонов (а,г), функции Вигнера (б,д) и их контурные сечения (в,е) для моды $\omega_1 \cong \omega/3$ и различных временных интервалов $t = t_0 + 6.2 \times 10^{-3} \gamma^{-1}$ (а,б,в) и $t = t_0 + 6.2 \times 10^{-2} \gamma^{-1}$ (г,д,е). Другие параметры равны: $\chi_1/\gamma_1 = 200$, $\chi_2/\gamma_1 = 100$, $\gamma_2 = \gamma_1 = \gamma$, $T\gamma = 1 \times 10^{-3}$ и $\tau\gamma = 6 \times 10^{-3}$.

Легко заметить, что распределения числа фотонов указывают на трехфотонную структуру моды ω_1 , т.е. максимальные вероятностные значения числа фотонов отделены тремя фотонами.

Функции Вигнера в фазовом пространстве приведены на рис.16, д, а соответствующие контурные сечения функций Вигнера на рис.1в, е. Можно заметить, что функции Вигнера в фазовом пространстве и контурные сечения описывают три фазовые компоненты моды, соответствующие трем состояниям моды субгармоники (1) с приведенными выше фазами $\phi_1 = \Phi/3$, $\Phi/3 + 2\pi/3$, $\Phi/3 + 4\pi/3$. Функция Вигнера имеет область отрицательных значений и проявляет характерную интерференционную картину в фазовом пространстве, которая, как известно, является проявлением квантовых эффектов. Области квантовой интерференции как отрицательные значения в фазовом пространстве отмечены на контурных сечениях функций Вигнера на фазовой плоскости черным цветом. Следует отметить, что эффекты интерференции имеют место только в рассматриваемом импульсном режиме для коротких интервалов времени и исчезают в стационарном режиме генерации согласно результатам, полученным в [16]. В этом режиме функция Вигнера для мод субгармоник положительна во всей области фазового пространства.

Автор выражает благодарность Г.Ю. Крючкяну за обсуждения и Государственному комитету науки Республика Армения за финансовую поддержку в рамках проекта No.13-1C031.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Jian-Wei Pan, Zeng-Bing Chen, Chao-Yang Lu, H. Weinfurter, A. Zeilinger, Marek Żukowski. Rev. Mod. Phys., 84, 777 (2012).
- 2. F. Dell'Anno, S. De Siena, F. Illuminati. Phys. Reports, 428, 53 (2006).
- 3. D.N. Klyshko. JETP, 77, 222 (1993).
- 4. G. Di Giuseppe, M. Atature, M.D. Shaw, A.V. Sergienko, B.E.A. Saleh, M.C. Teich. Phys. Rev. A, 66, 013801 (2002).
- 5. A.B. U'Ren, R.K. Erdmann, M. de la Cruz-Gutierrez, I.A. Walmsley. Phys. Rev. Lett., 97, 223602 (2006).
- O. Alibart, J. Fulconis, G.K.L. Wong, S.G. Murdoch, W.J. Wadsworth, J.G. Rarity. New J. Phys., 8, 67 (2006).
- 7. Q. Lin, F. Yaman, G.P. Agrawal. Optics Lett., 31, 1, 2006.
- 8. M. Jakob, G.Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 58, 767 (1998).
- 9. G.Yu. Kryuchkyan, M. Jakob, A.S. Sargsian. Phys. Rev. A, 57, 2091 (1998).
- 10. M. Jakob, G.Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 57, 1355 (1998).
- 11. M. Jakob, G.Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 61, 053823 (2000).
- 12. M. Jakob, G. Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 59, 2111 (1999).
- 13. T. Felbinger, S. Schiller, J. Mlynek. Phys. Rev. Lett., 80, 492 (1998).
- 14. J. Douady, B. Boulanger. Opt. Lett., 29, 2794 (2004).
- 15. T.E. Keller, M.H. Rubin, Y. Shih, L.A. Wu. Phys. Rev. A, 57, 2076 (1998).
- 16. D.A. Antonosyan, T.V. Gevorgyan, G.Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 83, 043807 (2011).
- 17. G.Yu. Kryuchkyan, N.T. Muradyan. Phys. Lett. A, 286, 113 (2001).
- 18. G.Yu. Kryuchkyan, L.A. Manukyan, N.T. Muradyan. Opt. Com., 190, 245 (2001).
- K.V. Kheruntsyan, G.Yu. Kryuchkyan, N.T. Mouradyan, K.G. Petrossian. Phys. Rev. A, 57, 535 (1998).
- 20. J. Wen, E. Oh, S. Du. JOSA B, 27, Issue 6, A11 (2010).
- 21. E. Lötstedt, U.D. Jentschura. Phys. Rev. Lett, 108, 233201 (2012).
- 22. H. Haubel, D.R. Hamel, A. Fedrizzi, S. Ramelow, K.J. Resch, T. Jennewein. Nature Photonics Lett., 466, 601 (2010).
- 23. M. Eibl, S. Gaertner, M. Bourennane, C. Kurtsiefer, M. Zukowski, H. Weinfurter. Phys. Rev. Lett., 90, 200403 (2003).
- 24. N. Gisin, I.C. Percival. J. Phys. A, 25, 5677 (1992); I.C. Percival. Quantum State Diffusion, Campridge, Cambridge University Press, 2000.
- 25. R. Schack, T.A. Brunn. Comp. Phys. Commun., 102, 210, (1997).
- 26. S.M. Tan. J. Opt. B, 1, 424, (1999).
- 27. S.T. Gevorkyan, G.Yu. Kryuchkyan, N.T. Muradyan. Phys. Rev. A, 61, 043805 (2000).
- 28. H.H. Adamyan, S.B. Manvelyan, G.Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 63, 022102 (2001).
- 29. H.H. Adamyan, S.B. Manvelyan, G.Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. E, 64, 046219 (2001).
- 30. G.Yu. Kryuchkyan, S.B. Manvelyan. Phys. Rev. Lett., 88, 094101 (2002).
- 31. G.Yu. Kryuchkyan, S.B. Manvelyan. Phys. Rev. A, 68, 013823 (2003).
- 32. G.Yu. Kryuchkyan, L. A. Manukyan. Phys. Rev. A, 69, 013813 (2004).
- 33. H.H. Adamyan, N.H. Adamyan, S.B. Manvelyan, G.Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 73, 033810 (2006).
- 34. H.H. Adamyan, G.Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 74, 023810 (2006).
- 35. A. Vukics, H. Ritsch. European Phys. J. D, 44, 585 (2007).
- 36. N.H. Adamyan, H.H. Adamyan, G.Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 77, 023820 (2008).

- 37. T.V. Gevorgyan, A.R. Shahinyan, G.Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 79, 053828 (2009).
- 38. T.V. Gevorgyan, A.R. Shahinyan, G.Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 85, 053802 (2012).
- 39. T.V. Gevorgyan, G.Yu. Kryuchkyan. Proc. SPIE, 8414, 84140A-1 (2012).

40. M. Corona, K. Garay-Palmett, A.B. U'Ren. Phys. Rev. A, 84, 033823 (2011).

41. J. C. López-Carreño, H. Vinck-Posada. Phys. Scripta, T160, 014027 (2014).

ԵՌԱՖՈՏՈՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԸ ՓՈՒԼԱՅԻՆ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆՈՒՄ

Տ.Վ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Դիտարկված է կասկադային պարամետրական ներքև կոնվերսիան օպտիկական ռեզոնատորում՝ իմպուլսային ռեժիմում եռաֆոտոն վիձակների գեներացման համար։ Հետազոտված են ֆոտոնային թվի բաշխվածության և սուբհարմոնիկ մոդի Վիգների ֆունկցիաները քվանտային մոտեցմամբ։ Յույց է տրված սուբհարմոնիկ մոդի եռաֆոտոն կառուցվածքը և նրա եռափուլ լոկալիզացումը փուլային տարածությունում։

THREE-PHOTON STATES IN PHASE SPACE

T.V. GEVORGYAN

Intracavity cascaded parametric down-conversion in a pulsed regime is considered for production of three-photon states. In this way, photon number distributions as well as the Wigner functions are investigated in quantum approach. The three-photon structure of subharmonic mode and its three-phase localization in phase-space are shown.