

УДК 535.14

## **ДИНАМИКА КОРРЕЛЯЦИИ ФЛУКТУАЦИЙ КВАДРАТУРНЫХ АМПЛИТУД И КОРРЕЛЯЦИИ ФЛУКТУАЦИЙ ЧИСЛА ФОТОНОВ МОД ПОЛЯ В ПРОЦЕССЕ ВНУТРИРЕЗОНАТОРНОЙ ГЕНЕРАЦИИ ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИКИ**

С.Т. ГЕВОРГЯН<sup>1\*</sup>, М.С. ГЕВОРГЯН<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак, Армения

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия

\* e-mail: saribek@ipr.sci.am, saribek.gevorgyan@gmail.com

(Поступила в редакцию 10 сентября 2014 г.)

Для процесса внутрирезонаторной генерации третьей гармоники исследована динамика корреляционной функции квантовых флуктуаций квадратурных амплитуд, а также динамика корреляционной функции квантовых флуктуаций числа фотонов фундаментальной моды и моды третьей гармоники. Показано, что в случае эволюции системы из начальных вакуумных состояний обеих мод в область больших времен взаимодействия обе корреляционные функции стремятся к стационарному значению. Показано, что эти корреляции сильно зависят от коэффициента нелинейной связи между модами. В случае малых коэффициентов связи корреляция флуктуаций квадратурных амплитуд и эволюции числа фотонов мала. При увеличении коэффициента связи обе корреляции растут (состояния подсистем начинают перепутываться по соответствующим переменным). При дальнейшем росте коэффициента связи корреляция флуктуаций квадратурных амплитуд стремится к исчезновению (перепутанность состояний подсистем по квадратурным амплитудам исчезает), а корреляция флуктуаций числа фотонов не исчезает (подсистемы остаются перепутанными по переменным числа фотонов).

### **1. Введение**

Квантовая динамика процесса внутрирезонаторной генерации третьей гармоники очень мало исследована. В работе [1] в положительном Р-представлении получены уравнения Ланжевена для стохастических амплитуд мод поля для процесса генерации третьей гармоники. В полуклассическом представлении найдена точка бифуркации системы и показано, что выше этой точки полуклассические значения числа фотонов взаимодействующих мод переходят в режим автоколебания. Далее в работе [2] выше точки бифуркации системы в положительном Р-представлении исследованы функции распределения фаз фундаментальной моды и моды третьей гармоники. Показано, что функции распределения имеют двухкомпонентную структуру. Исследованы также функции совместного распределения числа фотонов и фаз взаимодейст-

вующих мод. Показано, что при переходе системы из устойчивой области в неустойчивую картина фазового согласования мод резко меняется. В неустойчивой области взаимодействия функция совместного распределения фаз вместо пика в точке, определяющей классическое согласование фаз, имеет яму, которая показывает, что в этой области взаимодействия вероятность реализации классического согласования фаз равна нулю. В работе [3] выше точки бифуркации оптической системы в положительном Р-представлении исследованы функции распределения числа фотонов фундаментальной моды и моды третьей гармоники, а также совместное распределение числа фотонов этих мод. Показано, что при переходе системы из устойчивой области в неустойчивую вышеуказанные функции из однокомпонентной структуры переходят в двухкомпонентную. В работе [4] с помощью метода “Монте Карло волновая функция” [5] исследована динамика функции Вигнера, квантовой энтропии и числа фотонов взаимодействующих мод при развитии системы из начальных вакуумных состояний фундаментальной моды и моды третьей гармоники. Показано, что функции Вигнера мод стационарного состояния системы сильно зависят от коэффициента нелинейной связи между модами и амплитуды возмущения фундаментальной моды извне. В работе [6] для процесса внутривибраторной генерации третьей гармоники в области неустойчивого поведения системы в случае развития взаимодействующих мод из начальных когерентных состояний исследована квантовая динамика состояния поля. Показано, что в этом случае функции Вигнера состояний мод и средние значения квадратурных амплитуд полей могут иметь осцилляции, которые исчезают при переходе системы в устойчивую область.

В настоящей работе методом “Монте Карло волновая функция” исследуется корреляция квантовых флуктуаций квадратурных амплитуд, а также корреляция квантовых флуктуаций числа фотонов фундаментальной моды и моды третьей гармоники в случае развития из начальных вакуумных состояний обеих мод системы. Исследована зависимость этих величин от коэффициента нелинейной связи между модами.

## **2. Нелинейная система, основные уравнения и алгоритмы вычисления**

Мы рассматриваем модель генерации третьей гармоники внутри двухмодового резонатора. Нелинейная среда помещена внутрь резонатора, который настроен на частоты фундаментальной моды  $\omega_1$  и моды третьей гармоники с частотой  $\omega_2$ , где  $\omega_2 = 3\omega_1$ . Фундаментальная мода резонансно возмущается внешним классическим полем. Уравнение матрицы плотности этой оптической системы можно представить в следующем виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = (i\hbar)^{-1} [H_{sys}, \rho] + L(\rho), \quad (1)$$

где

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = (i\hbar)^{-1} [H_{\text{sys}}, \rho] + L(\rho), \quad (2)$$

$$L(\rho) = \sum_{i=1}^2 \frac{\gamma_i}{2} (2a_i \rho a_i^\dagger - \rho a_i^\dagger a_i - a_i^\dagger a_i \rho). \quad (3)$$

Здесь  $a_i$  и  $a_i^\dagger$  ( $i=1,2$ ) – операторы уничтожения и рождения фотонов фундаментальной моды и моды третьей гармоники, соответственно,  $\chi$  – коэффициент связи между модами, пропорциональный нелинейной восприимчивости  $\chi^{(3)}$  среды,  $E$  – классическая амплитуда возмущающего поля на частоте  $\omega_1$ ,  $\gamma_i$  ( $i=1,2$ ) – коэффициенты затухания взаимодействующих мод через зеркала резонатора. В выражении (2) фаза возмущающего поля для простоты опущена.

Исследуем динамику нормированной корреляционной функции флуктуаций квадратурных амплитуд фундаментальной моды и моды третьей гармоники

$$g_x(t) = \frac{\langle ((x_1(t) - \langle x_1(t) \rangle) + (x_2(t) - \langle x_2(t) \rangle))^2 \rangle}{(\langle x_1(t)^2 \rangle - \langle x_1(t) \rangle^2) + (\langle x_2(t)^2 \rangle - \langle x_2(t) \rangle^2)}. \quad (4)$$

Здесь  $x_i = (a_i + a_i^\dagger) / 2$ , ( $i=1,2$ ) квадратурные амплитуды фундаментальной моды и моды третьей гармоники, соответственно. Формулу (4) можно представить в следующем виде

$$g_x(t) = 1 + \frac{2\langle x_1(t)x_2(t) \rangle - \langle x_1(t) \rangle \langle x_2(t) \rangle}{\langle x_1(t)^2 \rangle - \langle x_1(t) \rangle^2 + \langle x_2(t)^2 \rangle - \langle x_2(t) \rangle^2}. \quad (5)$$

При отсутствии корреляции между флуктуациями квадратурных амплитуд взаимодействующих мод значение корреляционной функции (5) стремится к единице.

Исследуем динамику нормированной корреляционной функции флуктуаций числа фотонов фундаментальной моды и моды третьей гармоники

$$g_n(t) = \frac{\langle ((n_1(t) - \langle n_1(t) \rangle) + (n_2(t) - \langle n_2(t) \rangle))^2 \rangle}{(\langle n_1^2(t) \rangle - \langle n_1(t) \rangle^2) + (\langle n_2^2(t) \rangle - \langle n_2(t) \rangle^2)}. \quad (6)$$

Здесь  $n_i = a_i^\dagger a_i$ , ( $i=1,2$ ) – операторы числа фотонов фундаментальной моды и моды третьей гармоники, соответственно. Формулу (6) можно представить в следующем виде

$$g_n(t) = 1 + \frac{2\langle n_1(t)n_2(t) \rangle - \langle n_1(t) \rangle \langle n_2(t) \rangle}{\langle n_1^2(t) \rangle - \langle n_1(t) \rangle^2 + \langle n_2^2(t) \rangle - \langle n_2(t) \rangle^2}. \quad (7)$$

При отсутствии корреляции между флуктуациями числа фотонов взаимодействующих мод значение корреляционной функции (7) стремится к единице.

Уравнение (1) для матрицы плотности оптической системы решаем чис-

ленным методом “Монте-Карло, волновая функция” [5]. В этом методе матрица плотности системы представляется как математическое ожидание матриц плотности квантовых траекторий. Каждая из этих матриц траекторий представляет чистое состояние и его можно найти с помощью некоторого алгоритма вычисления

$$\rho(t) = M \left\{ |\varphi^{(\alpha)}(t)\rangle \langle \varphi^{(\alpha)}(t)| \right\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{(\alpha)} |\varphi^{(\alpha)}(t)\rangle \langle \varphi^{(\alpha)}(t)|. \quad (8)$$

Здесь  $(\alpha)$  представляет номер траекторий, а  $N$  – число независимых квантовых траекторий. Алгоритм этого метода для вычисления одной квантовой траектории для процесса внутрирезонаторной генерации третьей гармоники приведен в работе [4].

Динамику системы исследуем для одинакового значения коэффициентов затухания мод в резонаторе ( $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ ) в безразмерном времени  $\tau = \gamma t$  и в безразмерных параметрах системы  $\varepsilon = E / \gamma$ ,  $k = \chi / \gamma$ . Все вычисления выполнены в случае эволюции системы из начального вакуумного состояния фундаментальной моды и моды третьей гармоники.

### 3. Динамика корреляционных функций

В начале рассмотрим динамику корреляции флуктуаций квадратурных амплитуд, а также динамику корреляции флуктуаций числа фотонов фундаментальной моды и моды третьей гармоники в случае малого коэффициента нелинейной связи между взаимодействующими модами ( $k = 0.01$ ). На рис.1 пред-

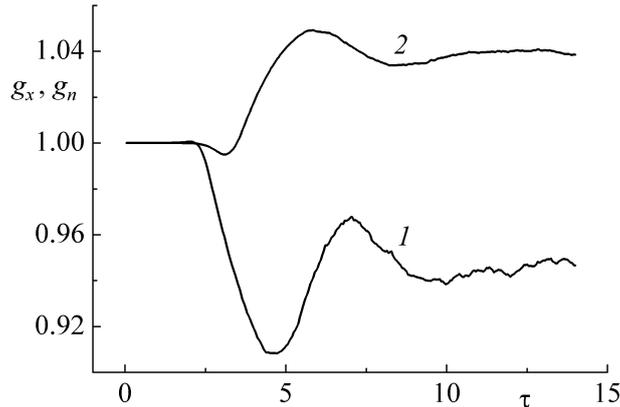


Рис.1. Динамика корреляционной функции флуктуаций квадратурных амплитуд взаимодействующих мод (кривая 1) в случае слабой связи между модами  $k = 0.01$  и для значения возмущения фундаментальной моды  $\varepsilon = 3$ . Кривая 2 представляет динамику корреляции флуктуаций числа фотонов этих мод для тех же значений параметров системы. Каждая из функций вычислена с помощью 5000 квантовых траекторий оптической системы.

ставлена динамика этих функций для значения параметра  $\varepsilon = 3$ . Кривая 1 представляет динамику корреляционной функции флуктуаций квадратурных амплитуд фундаментальной моды и моды третьей гармоники. Кривая 2 представляет динамику корреляционной функции флуктуаций числа фотонов этих мод. В области больших времен взаимодействия обе функции очень близки к единице, что свидетельствует об отсутствии перепутанности между состояниями фундаментальной моды и моды третьей гармоники как по переменным квадратурной амплитуды, так и по переменным числа фотонов для этого случая.

На рис.2 представлена динамика корреляционной функции флуктуаций квадратурных амплитуд (кривая 1) и динамика корреляционной функции флуктуаций числа фотонов (кривая 2) взаимодействующих мод для того же значения возмущения фундаментальной моды, что и в предыдущем случае  $\varepsilon = 3$ , но при достаточно большом коэффициенте связи между модами  $k = 0.5$ . В этом случае корреляционные функции флуктуаций квадратурных амплитуд и флуктуаций числа фотонов в стационарной области много меньше единицы. Это показывает, что состояние фундаментальной моды и моды третьей гармоники стали перепутанными как по переменным квадратурной амплитуды, так и по переменным числа фотонов.

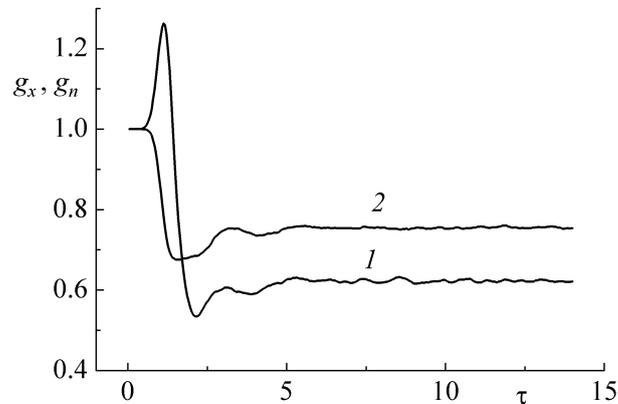


Рис.2. Динамика корреляционной функции флуктуаций квадратурных амплитуд (кривая 1) для значений параметров системы  $k = 0.5$  и  $\varepsilon = 3$ . Кривая 2 представляет динамику корреляции флуктуаций числа фотонов этих мод для тех же значений параметров системы. Каждая из функций вычислена с помощью 5000 квантовых траекторий оптической системы.

Дальнейшее увеличение коэффициента связи между модами приводит не к уменьшению корреляционной функции квадратурных амплитуд, а, наоборот, к ее увеличению и стремлению к единице значения этой функции. Это указывает на уменьшение корреляции флуктуаций и уменьшение перепутанности состояний взаимодействующих мод по переменным квадратурной амплитуды. В

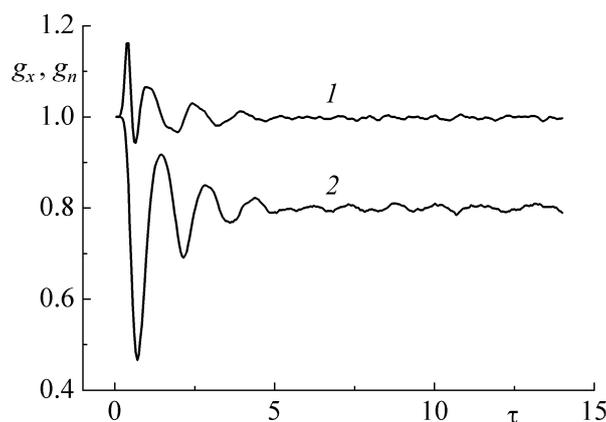


Рис.3. Динамика корреляционной функции флуктуаций квадратурных амплитуд взаимодействующих мод (кривая 1) в случае сильной связи между модами  $k = 7.5$  и для значения возмущения  $\varepsilon = 3$ . Кривая 2 представляет динамику корреляции флуктуаций числа фотонов этих мод для тех же значений параметров системы. Каждая из функций вычислена с помощью 2000 квантовых траекторий оптической системы.

области больших значений коэффициента нелинейной связи между модами, в отличие от корреляционной функции флуктуаций квадратурных амплитуд, корреляционная функция флуктуаций числа фотонов взаимодействующих мод не стремится к единице, а остается достаточно отличной от единицы. Это указывает на то, что в этой области взаимодействия взаимодействующие моды остаются перепутанными по переменным числа фотонов. На рис.3 представлена динамика корреляционной функции флуктуаций квадратурных амплитуд (кривая 1) и динамика корреляционной функции флуктуаций числа фотонов (кривая 2) взаимодействующих мод для того же значения возмущения фундаментальной моды, что и в предыдущих случаях  $\varepsilon = 3$ , но в случае очень большого коэффициента нелинейной связи между модами  $k = 7.5$ . Представленные на рис.3 кривые корреляционных функций хорошо демонстрируют вышеуказанное явление.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. S.T. Gevorkyan, G.Yu. Kryuchkyan, K.V. Kheruntsyan. Opt. Commun, **134**, 440 (1997).
2. S.T. Gevorkyan. Phys. Rev. A, **58**, 4862 (1998).
3. С.Т. Геворкян, М.С. Геворкян. Оптика и спектроскопия, **107**, 128 (2009).
4. С.Т. Геворкян, М.С. Геворкян. Оптика и спектроскопия, **112**, 502. (2012).
5. K. Molmer, Y. Gastin, J. Dalibard. JOSA B, **10**, 1447 (1992).
6. С.Т. Геворкян, М.С. Геворкян. Оптика и спектроскопия, **113**, 576 (2012).

ԴԱՇՏԻ ՄՈՂԵՐԻ ՔԱՌԱԿՈՒՄԱՅԻՆ ԱՄՊԼԻՏՈՒԴՆԵՐԻ ՖԼՈՒԿՏՈՒԱՑԻԱՆԵՐԻ  
ԵՎ ՖՈՏՈՆՆԵՐԻ ԹՎԵՐԻ ՖԼՈՒԿՏՈՒԱՑԻԱՆԵՐԻ ԿՈՐԵԼՅԱՑԻԱՆԵՐԻ  
ԴԻՆԱՄԻԿԱՆ ՆԵՐՈՒԶՈՆԱՏՈՐԱՑԻՆ ԵՐՐՈՐԴ ՀԱՐՄՈՆԻԿԻ  
ԳԵՆԵՐԱՑԻԱՅԻ ԵՐԵՎՈՒՅԹՈՒՄ

Ս.Թ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Մ.Ս. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Երրորդ հարմոնիկի ներոեզոնատորային երևույթի համար հետազոտված են ֆունդամենտալ մոդի և երրորդ հարմոնիկի մոդի քառակուսային ամպլիտուդների քվանտային ֆլուկտուացիաների, ինչպես նաև ֆոտոնների թվերի ֆլուկտուացիաների կորելյացիոն ֆունկցիաները: Ցույց է տրված, որ համակարգի երկու մոդերի՝ վակուումային սկզբնական վիճակից զարգացման դեպքում փոխազդեցության մեծ ժամանակների տիրույթում երկու կորելյացիոն ֆունկցիաներն էլ ձգտում են ստացիոնար արժեքի: Ցույց է տրված, որ այդ կորելյացիաները խիստ կախված են մոդերի ոչ գծային կապի գործակցից: Փոքր կապի գործակցիցների պարագայում քառակուսային ամպլիտուդների ֆլուկտուացիաների, ինչպես նաև ֆոտոնների թվերի ֆլուկտուացիաների կորելյացիաները փոքր են: Կապի գործակցի աճի դեպքում երկու կորելյացիաներն էլ աճում են (ենթահամակարգերի վիճակները սկսում են խճճվել համապատասխան փոփոխականներով): Կապի գործակցի հետագա աճի դեպքում քառակուսային ամպլիտուդների ֆլուկտուացիաների կորելյացիան վերանում է (ենթահամակարգերի վիճակների խճճվածությունը քառակուսային ամպլիտուդով վերանում է), իսկ ֆոտոնների թվերի ֆլուկտուացիաների կորելյացիան չի վերանում (ենթահամակարգերը մնում են ֆոտոնների թվերի փոփոխականներով խճճված):

DYNAMICS OF CORRELATION OF QUADRATURE AMPLITUDES  
FLUCTUATIONS AND OF CORRELATION OF PHOTON NUMBER  
FLUCTUATIONS OF FIELD MODES IN INTRACAVITY  
THIRD-HARMONIC GENERATION PROCESS

S.T. GEVORGYAN, M.S. GEVORGYAN

For the process of intracavity third-harmonic generation, the dynamics of the correlation function of quantum fluctuations of the quadrature amplitudes, as well as the dynamics of correlation function of quantum fluctuations of the number of photons of the fundamental mode and the mode of the third harmonic are studied. It is shown that in the case of evolution of the system from initial vacuum states of both modes, both correlation functions converges to stationary values. It is shown that these correlations highly depend on the coefficient of nonlinear coupling between the modes. In the case of small coupling coefficients the correlation of fluctuations of the quadrature amplitudes as well as the correlation of fluctuations of the number of photons are weak. With the growth of the coupling coefficient both correlations increase (states of the subsystems become more entangled by the corresponding variables). With the further increase of the coupling coefficient correlation of fluctuations of the quadrature amplitudes tends to disappear (the entanglement of subsystem states related to the quadrature amplitudes disappears), and the correlation of fluctuations of the number of photons does not disappear (subsystems remain entangled over the photon-number variable).