Известия НАН Армении, Физика, т.50, №1, с.3-13 (2015)

УДК 621.384

О СООТНОШЕНИИ МЕЖДУ ОСНОВНОЙ И РАЗНОСТНОЙ ТРАЕКТОРИЯМИ ПУЧКА В ЛИНЕЙНЫХ УСКОРИТЕЛЯХ

А.А. САРГСЯН*, Г.А. АМАТУНИ, В.В. СААКЯН, В.М. ЦАКАНОВ

Институт синхротронных исследований КЕНДЛ, Ереван, Армения

*e-mail: asargsyan@ysu.am

(Поступила в редакцию 17 марта 2014 г.)

Рассмотрена связь между основной и разностной орбитами пучка в линейных ускорителях. Для траектории пучка получено новое интегральное уравнение и дано рекуррентное аналитическое решение, что позволяет найти центральную траекторию на основе информации о разностной траектории. Представлены результаты численного моделирования для ондуляторной секции Европейского рентгеновского ЛСЭ.

1. Введение

Прецизионная коррекция траектории электронного пучка в самоиндуцируемом лазере на свободных электронах (ЛСЭ) на основе линейного ускорителя или в будущем электрон-позитронном линейном коллайдере важна для предотвращения увеличения эмиттанса пучка и достижения проектных характеристик [1-5]. Среди различных источников возмущения траектории пучка в реальном ускорителе случайные смещения квадрупольных линз от оси имеют наиболее сильное воздействие, поскольку градиенты магнитного поля квадруполей, как правило, изменяются линейно с увеличением энергии вдоль ускорителя. Одним из наиболее эффективных методов прецизионной коррекции траектории пучка является метод коррекции, который осуществляется на основе информации о траектории пучка при изменении энергии пучка или параметров ускорителя (градиентов квадрупольных линз, градиентов ускорения и т.д.) и разности траекторий, измеренных с помощью датчиков положения пучка (ДПП) до и после изменения параметров [6-9].

Целью настоящей работы было исследование взаимосвязи между оригинальной и разностной траекториями в линейных ускорителях при наличии случайных смещений квадрупольных линз, допусков на юстировку и конечной разрешимости ДПП. В первом разделе оценивается среднеквадратичное отклонение траектории пучка в линейных ускорителях, вызванное смещениями квадрупольных магнитов. Далее на основе уравнений движения для двух траекторий (соответствующих двум разным энергиям электронного пучка) выводится новое интегральное уравнение, которое однозначно связывает основную и разностную траектории. Новое уравнение учитывает эффекты корректирующих дипольных магнитов, случайных смещений квадрупольных магнитов и конечной разрешимости ДПП. Получено рекуррентное аналитическое решение этого уравнения. Представлены результаты численного моделирования для ондуляторной секции Европейского рентгеновского ЛСЭ [4]. Используя полученную аналитическую формулу, оценено воздействие случайных ошибок счета ДПП на остаточную траекторию. Полученные результаты сравниваются с результатами численного моделирования.

В рассматриваемой модели ускорителя предполагается, что каждый квадрупольный магнит совмещен с дипольным корректором и ДПП. Исследование основано на линеаризованном уравнении движения и не включает эффекты ошибок ускоряющей системы, ошибок магнитного поля и связи между горизонтальными и вертикальными колебаниями.

2. Траектория пучка при смещении квадрупольных линз

Рассмотрим линейный ускоритель с постоянным градиентом ускорения и с системой фокусировки, состоящей из периодических симметричных ФОДО ячеек, где Ф и Д соответствуют фокусирующему и дефокусирующему квадрупольным линзам, а О – прямолинейному промежутку.

Предположим, что квадрупольные магниты имеют случайные смешения. Траектория пучка в линейном ускорителе со смещенными квадруполями возмущается за счет дополнительного дипольного магнитного поля на оси ускорителя. Центральная траектория пучка при этом задается следующим уравнением движения [10]:

$$y''+\frac{\gamma'}{\gamma}y'+K_i(y-y_{qi})=0, \qquad (1)$$

где y_0 и y'_0 – начальные отклонение и наклон траектории пучка при входе в ускоритель (z = 0). В уравнении (1) производные взяты по отношению к продольной координате z вдоль ускорителя, $\gamma = \gamma_0 + \gamma' z$ есть энергия равновесной частицы в терминах Лоренц-фактора, γ_0 – начальная энергия, γ' – прирост энергии на единицу длины, K_i и y_{qi} – нормированная сила и случайное смещение i-ого квадруполя. Решение уравнения (1) задается суперпозицией свободных бетатронных колебаний и возмущенной траектории, вызванной смещениями квадрупольных магнитов [7]:

$$y(z)=y^{(c)}(z)+\sum_i L_q K_i y_{qi} M_{12}(z_i,z), \qquad (2)$$

где $y^{(c)}(z)$ характеризует свободные бетатронные колебания пучка, L_q – длина квадрупольного магнита, z_i – координата i-ого квадруполя вдоль ускорителя, $M_{12}(z_i,z)$ – элемент матрицы перехода с z_i к $z\,(z_i<z)$, который определяется формулой [10]

$$M_{12}(z_i,z)=\sqrt{\frac{\gamma(z_i)}{\gamma(z)}}\sqrt{\beta(z)\beta(z_i)}\sin\left[\varphi(z)-\varphi(z_i)\right], \qquad (3)$$

где $\beta(z)$ и $\varphi(z)$ – соответственно бетатронная функция и набег фазы в позиции z. В формуле (2) суммирование производится по всем квадруполям, расположенным до положения z.

3. Основная и разностная траектории

Рассмотрим две траектории, соответствующие проектной энергии $\gamma_1(z)=\gamma_{10}+\gamma'_1 z$ (основная траектория) и смещенной энергии $\gamma_2(z)=\gamma_{20}+\gamma'_2 z$ (смещенная траектория). Здесь γ_{10},γ_{20} есть начальные энергии, γ'_1,γ'_2 – градиенты ускорения для двух режимов работы. Для простоты предполагается, что отношение $\alpha=\gamma_2/\gamma_1$ является постоянным вдоль ускорителя, что подразумевает постоянное отношение градиентов ускорения $\alpha=\gamma'_2/\gamma'_1$ и $\gamma'_1/\gamma_1=\gamma'_2/\gamma_2$, $\gamma_{10}/\gamma_1=\gamma_{20}/\gamma_2$. Квадрупольные магниты и ДПП имеют случайные смещения относительно оси линейного ускорителя со среднеквадратичными значениями σ_q и σ_b, соответственно. Также предположим, что ДПП имеют случайные ошибки счета r_k со среднеквадратичным значением σ_r.

Учитывая формулу (2), k-ый ДПП ($k=2,3,...,n$), расположенный в точке z_k, будет регистрировать следующие значения для траектории пучка [7]:

$$\begin{aligned} m_{1k} &= r_k(t_1)-b_k+y_1^{(c)}(z_k)+\sum_{i=1}^{k-1}\theta_{qi}M_{12}^{(1)}(z_i,z_k),\\ m_{2k} &= r_k(t_2)-b_k+y_2^{(c)}(z_k)+\sum_{i=1}^{k-1}\frac{\gamma_{1i}}{\gamma_{2i}}\theta_{qi}M_{12}^{(2)}(z_i,z_k), \end{aligned} \tag{4}$$

где m_{1k} соответствует энергии γ_1, m_{2k} – энергии γ_2, $\theta_{qi}=L_qK_iy_{qi}$ есть угол отклонения равновесной частицы в i-ом квадруполе, b_k – случайное отклонение k-ого ДПП, $r_k(t)$ – стохастическая случайная величина, дающая ошибку счета k-ого ДПП в момент измерения t, $M_{12}^{(1)}(z_i,z_k)$ и $M_{12}^{(2)}(z_i,z_k)$ – элементы матрицы перехода для двух разных энергий γ_1 и γ_2, соответственно, $y_{1,2}^{(c)}$ – вклад бетатронных колебаний пучка, вызванных случайным начальным поперечным отклонением орбиты:

$$y_{1,2}^{(c)}(z)=a_{10,20}\sqrt{\frac{\gamma_{10,20}}{\gamma_{1,2}(z)}}\sqrt{\beta_{1,2}(z)}\cos[\varphi_{1,2}(z)-\vartheta_{10,20}], \tag{5}$$

где $a_{10,20}$ и $\vartheta_{10,20}$ – константы, определяемые начальным отклонением $y_{1,2}^{(c)}(0)$ и наклоном $y'^{(c)}_{1,2}(0)$ траектории пучка, $\beta_{1,2}(z)$ и $\varphi_{1,2}(z)$ – соответственно бетатронная функция и набег фазы, соответствующие энергии $\gamma_{1,2}(z)$.

Разностная траектория получается путем вычитания исходной основной траектории из смещенной:

$$\Delta m_k=\Delta r_k+\Delta y_k^{(c)}+\sum_{i=1}^{k-1}\theta_{iq}\left[\frac{\gamma_{1i}}{\gamma_{2i}}M_{12}^{(2)}(z_i,z_k)-M_{12}^{(1)}(z_i,z_k)\right], \tag{6}$$

где $\Delta r_k=r_k(t_2)-r_k(t_1)$ и $\Delta y_k^{(c)}=y_2^{(c)}(z_k)-y_1^{(c)}(z_k)$ есть вклады, вызванные ошибками счета датчиков положения пучка и начальным поперечным отклонением пучка, соответственно.

Как следует из формулы (6), разностная траектория пучка не зависит от смещений ДПП. При отсутствии ошибок счета ДПП и начального поперечного отклонения пучка система алгебраических уравнений (6) позволяет определить неизвестные случайные смещения квадрупольных магнитов, что является достаточным для коррекции центральной траектории с помощью дипольных корректоров. При этом траектория пучка совпала бы с осью ускорителя, а разностная траектория была бы равна нулю, т.е. траектория и дисперсия были бы идеально скорректированы. В реальном ускорителе, однако, из-за ошибок центральную траекторию и дисперсию можно скорректировать только с конечной точностью.

Отметим, что вклад начального поперечного отклонения орбиты $\Delta y_k^{(c)}$ в формуле (6) можно найти с помощью показаний двух ДПП, расположенных перед участком применения коррекции, измерив разницы $\Delta y^{(c)}(0)$ и $\Delta y'^{(c)}(0)$ начальных параметров траекторий пучка. В дальнейшем этот вклад не рассматривается, поскольку его можно измерить, и предполагается, что конечная разрешимость ДПП является единственным источником ошибок измерений разностной траектории.

4. Аналитическое соотношение

Рассмотрим уравнения движения для пучков с основной и смещенной энергиями. Напомним, что в рассматриваемой модели положения квадрупольных линз и соответствующих им дипольных корректоров вдоль ускорителя совпадают. Уравнения для двух траекторий $y_1(z)$ и $y_2(z)$ тогда будут иметь вид

$$\begin{aligned} y''_1 + \frac{\gamma'_1}{\gamma_1} y'_1 + K_1 y_1 = \theta'_1 , \\ y''_2 + \frac{\gamma'_2}{\gamma_2} y'_2 + K_2 y_2 = \theta'_2 , \end{aligned} \qquad (7)$$

где K_1 и $K_2 = K_1\gamma_1/\gamma_2$ – нормированные фокусирующие силы квадрупольных линз, θ'_1 и $\theta'_2 = \theta'_1\gamma_1/\gamma_2$ – угловые отклонения орбит, вызванные квадрупольными магнитами и корректорами на единицу длины. Индексы 1 и 2 соответствуют режимам работы с энергиями γ_1 и γ_2, соответственно. Отметим, что вторая траектория y_2 (что соответствует энергии γ_2) может быть получена также путем изменения только магнитных полей: $K_2 = K_1/\alpha$, $\theta_2 = \theta_1/\alpha$.

Из формулы (7) для траектории $y_2(z)$ получим

$$y_2(z) = \frac{1}{\alpha} y_1(z) + C(z) , \qquad (8)$$

где $C(z)$ является решением уравнения

$$C''+\frac{\gamma'_2}{\gamma_2}C'+K_2C=-d_2K_2y_1 \tag{9}$$

с $C(0)=0$ и $d_2=\left(\gamma_1-\gamma_2\right)/\gamma_2$. Решение уравнения (9) дается формулой

$$C(z)=-d_2\int_0^z K_2(z')y_1(z')M_{12}^{(2)}(z',z)dz'. \tag{10}$$

Из уравнений (8)–(10) для разностной орбиты $\Delta y=y_2-y_1$ получим

$$\begin{aligned}\Delta y(z)&=d_2[y_1(z)-\int_0^z K_2(z')y_1(z')M_{12}^{(2)}(z',z)dz'],\\ \Delta y(z)&=d_1[y_2(z)-\int_0^z K_1(z')y_2(z')M_{12}^{(1)}(z',z)dz'],\end{aligned} \tag{11}$$

где $d_1=\left(\gamma_1-\gamma_2\right)/\gamma_1$ и

$$\int_0^z K_2(z')y_1(z')M_{12}^{(2)}(z',z)dz'=\int_0^z K_1(z')y_2(z')M_{12}^{(1)}(z',z)dz'. \tag{12}$$

Как следует из формулы (11), траектория пучка $y_1(z)$ определяется интегральным эффектом смещения орбиты пучка в предыдущих квадрупольных линзах.

Используя (11) и (12), уравнение для $y_1(z)$ можно переписать в виде

$$y_1(z)=\frac{\Delta y(z)}{d_2}+\int_0^z K_1(z')[y_1(z')+\Delta y(z')]M_{12}^{(1)}(z',z)dz'. \tag{13}$$

Уравнение (13) связывает траекторию пучка $y_1(z)$ с разностной траекторией $\Delta y(z)$ и имеет единственное решение, если $\Delta y(z)$ известно. Заменяя интеграл суммой по квадрупольным магнитам и используя приближение тонких линз, решение (13) можно записать в рекуррентной форме:

$$\begin{aligned}&y_1(z_1)=0,\qquad y_1(z_2)=\frac{\Delta y(z_2)}{d_2},\\ &y_1(z_n)=\frac{\Delta y(z_n)}{d_2}+\\ &+\sum_{k=2}^{n-1}K_{1k}L_q\left(y_1(z_k)+\Delta y(z_k)\right)\sqrt{\frac{\gamma_{1k}}{\gamma_{1n}}}\sqrt{\beta_{1n}\beta_{1k}}\sin(n-k)\frac{\mu_1}{2},\quad n\ge 3,\end{aligned} \tag{14}$$

где μ_1 – набег фазы за ФОДО период.

Используя уравнение (14), можно найти основную траекторию, если разностная траектория известна. Отметим, что уравнение (14) можно использовать и в случае, когда не применяется коррекция.

Отметим, что при получении формулы (14), где применяется переход от интеграла к сумме по квадруполям, предполагается, что в приближении тонких линз подынтегральное выражение в (13) на длине квадрупольных магнитов можно считать постоянным. Эта аппроксимация приводит к тому, что формулу (14) можно использовать, если число квадрупольных магнитов невелико.

5. Численные примеры

Результаты аналитического представления (14) были сравнены с результатами численного моделирования программой ELEGANT [11] для ондуляторной секции SASE1 Европейского рентгеновского ЛСЭ. Список параметров ондуляторной секции SASE1 представлен в табл.1 [4].

Табл.1. Список параметров ондуляторной секции SASE1 Европейского рентгеновского ЛСЭ.

Фокусирующая сила K_1 (м$^{-2}$)	0.6386
Длина квадруполя L_q (м)	0.1
Число ФОДО периодов N	17
Длина ФОДО периода L_c (м)	12.2
Набег фазы за ФОДО период μ_1 (градус)	22.3
Среднеквадратичное смещение квадруполя σ_q (мкм)	100
Среднеквадратичная ошибка счета ДПП σ_r (мкм)	1.0

Были рассмотрены два случая – без применения коррекции и коррекция на основе минимизации разностной орбиты.

На рис.1а показана основная траектория, полученная программой ELEGANT (сплошная линия) и по формуле (14) (штриховая линия). Максимальное отклонение между ними равно примерно 0.2 мм. Приведенная орбита соответствует относительной разности энергий $d_1 = (\gamma_1 - \gamma_2)/\gamma_1 = 0.2$ при одной случайной выборке ошибок счета ДПП (одно измерение орбиты). Очевидно, что точность формулы (14) будет улучшена, если усреднить траекторию по многим измерениям (выборкам ошибок счета ДПП). Соответствующее сравнение для основной орбиты, усредненной по 100 измерениям, приведено на рис.1б. В этом случае значение максимального отклонения равно примерно 0.06 мм.

Теперь рассмотрим случай, когда коррекция основной траектории основана на минимизации разностной траектории.

С помощью корректоров разница траекторий Δm_k (см. формулу (6)) может быть минимизирована путем решения задачи наименьших квадратов для функционала [7]

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\left[\Delta m_k + \Delta Y_k\right]^2}{2\sigma_r^2} \tag{15}$$

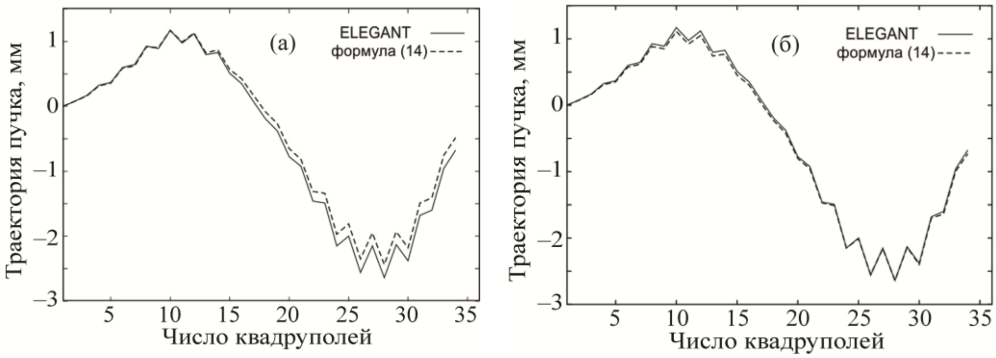

Рис.1. (а) Траектории пучка по программе ELEGANT и по формуле (14) для одной выборки ошибок счета ДПП; (б) траектория пучка по программе ELEGANT и по формуле (14), усредненная по 100 выборкам ошибок счета ДПП.

относительно углов отклонения траектории пучка корректорами. В (15) величина ΔY_k соответствует разностной орбите, вызванной только корректорами. Поскольку ошибки счета ДПП некоррелированы, то среднеквадратичный вклад ошибок счета ДПП в измерение разностной орбиты будет определяться как $<\Delta r^2>=2\sigma_r^2$. Минимальная разностная траектория в квадрупольных магнитах тогда будет иметь вид

$$\Delta y(z_k) = -\Delta r_k \,, \tag{16}$$

т.е. разностная траектория будет скорректирована до уровня ошибок счета ДПП, поскольку ошибки алгоритма, обычно, на несколько порядков меньше по сравнению с ошибками счета ДПП.

На рис.2 представлены численные (сплошная линия) и аналитические

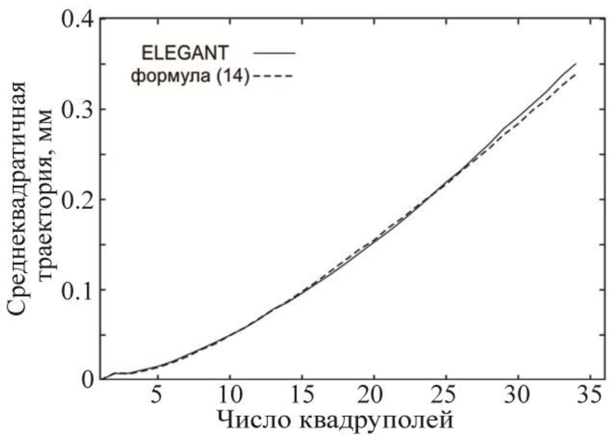

Рис.2. Среднеквадратичная остаточная орбита с учетом 100 случайных выборок ошибок счета ДПП. Сплошная линия соответствует численному моделированию; штриховая – аналитическому представлению.

(штриховая линия) результаты для среднеквадратичной остаточной орбиты пучка после минимизации разностной орбиты. Усреднение осуществлялось по 100 случайным выборкам ошибок счета ДПП. Коррекция разностной орбиты на основе решения задачи наименьших квадратов проводилась с помощью программы MATLAB с использованием метода разложения по сингулярным значениям [12].

Как видно из рис.1 и 2, получено хорошее соответствие между аналитической формулой (14) и результатами численного моделирования.

6. Аналитическое представление остаточной траектории в случае минимизации разностной траектории

Теперь, используя формулу (13) для случая малого набега фазы за ФОДО период ($\mu \ll 1$), оценим влияние ошибок счета ДПП на остаточную траекторию после минимизации разностной траектории.

Так как в рассматриваемом случае разностная траектория корректируется до уровня ошибок счета ДПП, уравнение (13) для скорректированной основной траектории $y_1(z)$ можно переписать в виде

$$y_1(z) = \frac{r(z)}{d_2} + \int_0^z K_2(z')y_1(z')M_{12}^{(2)}(z',z)dz', \qquad (17)$$

где $r(z) = \Delta y(z)$ есть гладкая кривая, которая в квадрупольных магнитах равна $r(z_k) = -\Delta r_k$. Для малого набега фазы за ФОДО период ($\mu << 1$) и числа ФОДО периодов $N \le 2\pi/\mu$ можно получить приближенное решение уравнения (17) путем замены $M_{12}^{(2)}(z',z) \approx z - z'$. Уравнение (17) при этом преобразуется в интегральное уравнение Вольтерры второго рода [13]

$$u_1(z) - \int_0^z (z-z')K_2(z')u_1(z')dz' = R(z), \qquad (18)$$

где

$$u_1(z) = y_1(z)\sqrt{\gamma_2(z)}, \qquad R(z) = d_2^{-1}r(z)\sqrt{\gamma_2(z)}. \qquad (19)$$

Решение уравнения (18) в нашем приближении есть [13]

$$u_1(z) = R(z) + \int_0^z (z-z')K_2(z')R(z')dz'. \qquad (20)$$

Таким образом, для скорректированной основной траектории имеем

$$y_1(z) = d_2^{-1}\left[r(z) + \int_0^z (z-z')\sqrt{\frac{\gamma_2(z')}{\gamma_2(z)}}K_2(z')r(z')dz' \right]. \qquad (21)$$

Для оценки остаточного искажения траектории, вызванного ошибками счета ДПП $r(z_k) = -\Delta r_k$, интеграл в (21) может быть аппроксимирован суммой по квадруполям. Так как в случае $\alpha = \mathrm{const}$ имеем $\gamma_{2j}/\gamma_{2n} = \gamma_{1j}/\gamma_{1n}$, то для скорректированной траектории в n-ом квадруполе получим

$$y_1(z_n) = -d_2^{-1}\left[\Delta r_n + \sum_{j=1}^{n} K_{2j} L_q D(n-j)\sqrt{\frac{\gamma_{1j}}{\gamma_{1n}}}\Delta r_j\right]. \qquad (22)$$

Первым слагаемым в формуле (22) можно пренебречь по сравнению с доминирующим вторым слагаемым. Учитывая, что $<\Delta r_i \Delta r_j>=0$ для $i \neq j$ и $d_1 K_2 = d_2 K_1$, $K_1 L_q D \approx \mu_1$, среднеквадратичная траектория после коррекции представится в виде

$$\begin{aligned} y_{1rms}^2(z_n) &\approx 2 d_1^{-2} \sigma_r^2 \mu_1^2 \sum_{j=1}^{n} (n-j)^2 \frac{\gamma_{1j}}{\gamma_{1n}} = \\ &= \frac{2}{d_1^2}\sigma_r^2 \mu_1^2 \left[\frac{n^3}{12}\left(1+3\frac{\gamma_{10}}{\gamma_{1n}}\right) - \frac{n^2}{2}\frac{\gamma_{10}}{\gamma_{1n}} - \frac{n}{12}\left(1-3\frac{\gamma_{10}}{\gamma_{1n}}\right)\right]. \end{aligned} \qquad (23)$$

Для участка ускорителя без ускорения ($\gamma_{1n} = \gamma_{10}$) формула (23) преобразуется к виду

$$y_{1rms}^2(z_n) = \frac{\sigma_r^2 \mu_1^2}{d_1^2}\left[\frac{2n^3}{3} - n^2 + \frac{n}{3}\right]. \qquad (24)$$

На рис.3 показана скорректированная среднеквадратичная траектория пучка вдоль ондуляторной линии SASE1 (табл.1). Видно, что для рассмотренного случая результаты численного моделирования (сплошная линия) находятся в согласии с аналитическим представлением (24) (штриховая линия).

Формулы (23) и (24) показывают, что коррекция только разностной ор-

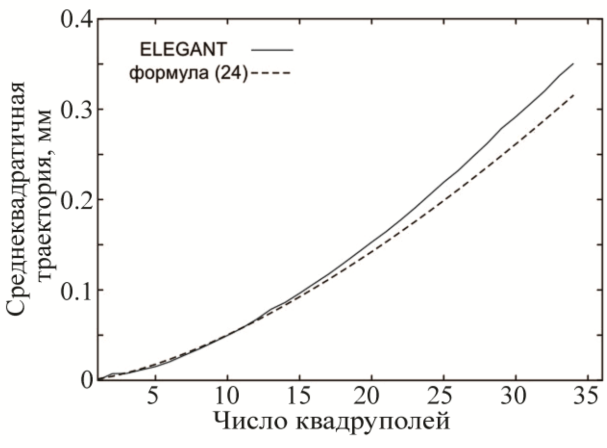

Рис.3. Среднеквадратичная остаточная траектория при рассмотрении 100 случайных выборок ошибок счета ДПП. Сплошная линия соответствует численному моделированию; штриховая – аналитическому представлению.

биты в описанной форме минимизирует дисперсию, но приводит к увеличению среднеквадратичной орбиты вдоль ускорителя.

7. Заключение

В работе исследовано соотношение между основной и разностной траекториями в линейных ускорителях и получено новое интегральное уравнение, которое связывает основную и разностную траектории. Получено рекуррентное решение, которое позволяет определить траекторию пучка, когда разностная траектория известна. Проведен сравнительный анализ между полученной формулой и результатами численного моделирования с помощью программы ELEGANT для ондуляторной секции SASE1 Европейского рентгеновского лазера на свободных электронах.

Для малого набега фазы за ФОДО период получено приближенное аналитическое выражение для остаточной среднеквадратичной траектории в случае минимизации разностной траектории. Представленное исследование может быть использовано для улучшения эффективности существующих алгоритмов и разработки новых методов прецизионной коррекции орбиты в современных ускорителях.

Исследование выполнено при финансовой поддержке ГКН МОН РА в рамках научного проекта № SCS 13YR-1C0007.

ЛИТЕРАТУРА

1. **K. Kubo et al.** Beam Dynamics Challenges for the ILC, ICFA Beam Dyn. Newsletter, **44** (2007).
2. **K. Kubo.** Phys. Rev. ST Accel. Beams, **14**, 014401 (2011).
3. **Г. Аматуни.** Изв. НАН Армении, Физика, **40**, 416 (2005).
4. **R. Brinkmann, W. Decking et al.** The European X-Ray Free-Electron Laser (XFEL) Technical design report, DESY 2006-097 (2007).
5. **F. Zimmermann et al.** Linac Coherent Light Source (LCLS) Design Study Report, SLAC-R-521 (1998).
6. **P. Tenenbaum, T. Raubenheimer.** Phys. Rev. ST Accel. Beams, **3**, 052801 (2000).
7. **T. Raubenheimer, R. Ruth.** NIM (A), **302**, 191 (1991).
8. **D. Schulte, T. Raubenheimer.** The Ballistic Alignment Method, Proc. 1999 Particle Accelerator Confer., New York, 1999, pp. 3441-3443.
9. **T. Raubenheimer, P. Tenenbaum.** Brief Review of Linear Collider Beam-Based Alignment for Linacs, LCC-0129, SLAC-TN-03-071 (2004).
10. **H. Wiedemann.** Particle Accelerator Physics – I. Basic Principles and Linear Beam Dynamics, Springer, 1999.
11. **M. Borland.** Elegant: A Flexible SDDS-compliant Code for Accelerator Simulation, APS LS-287 (2000).
12. **G. Strang.** Linear Algebra and its Applications, Harcourt, Orland, 1988.
13. **A. Polyanin, A. Manzhirov.** Handbook of Integral Equations. Boca Raton, CRC Press, 1998.

ՓՆՋԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ԵՎ ՏԱՐԲԵՐՈՒԹՅՈՒՆ ՀԵՏԱԳԾԵՐԻ ՄԻՋԵՎ ԿԱՊԸ ԳԾԱՅԻՆ ԱՐԱԳԱՑՈՒՑԻՉՆԵՐՈՒՄ

Ա.Ա. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Գ.Ա. ԱՄԱՏՈՒՆԻ, Վ.Վ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, Վ.Մ. ՑԱԿԱՆՈՎ

Հետազոտված է գծային արագացուցիչներում փնջի հիմնական և տարբերություն հետագծերի միջև կապը: Փնջի հետագծի համար ստացված է նոր ինտեգրալ հավասարում: Այդ նոր հավասարման համար գտնված է ռեկուրենտ անալիտիկ լուծում, որը թույլ է տալիս գտնել հիմանկան հետագիծը, եթե հայտնի է տարբերություն հետագիծը: Ներկայացված են Եվրոպական ռենտգենյան ԱԷԼ պրոյեկտի օնդուլյատորային սեկցիայի համար կատարված թվային հաշվարկների արդյունքները:

ON THE RELATIONSHIP BETWEEN BEAM ORIGINAL AND DIFFERENCE ORBITS IN LINEAR ACCELERATORS

A.A. SARGSYAN, G.A. AMATUNI, V.V. SAHAKYAN, V.M. TSAKANOV

A relationship between beam original and difference orbits in linear accelerators is considered. A new integral equation for the beam orbit is derived and a recurrent analytical solution is given, which allows evaluating the original trajectory when the information about the difference orbit is known. Numerical results for the undulator section of the European XFEL project are presented.