Известия НАН Армении, Физика, т.49, №6, с.375-381 (2014)

УДК 530.145

# ТЕНЗОР ЭНЕРГИИ-ИМПУЛЬСА ВАКУУМА В МОДЕЛЯХ С НЕТРИВИАЛЬНОЙ ТОПОЛОГИЕЙ ПРИ НАЛИЧИИ ГРАНИЦ

Т.Ш. НАВАСАРДЯН*, А.А. СААРЯН

Ереванский государственный университет, Армения

*e-mail: tateviknavasardyan@yahoo.com

(Поступила в редакцию 9 июля 2014 г.)

Исследовано вакуумное среднее тензора энергии-импульса скалярного поля в моделях с компактным подпространством произвольной геометрии в присутствии параллельных пластин. На пластинах оператор поля удовлетворяет граничным условиям Робина с постоянными коэффициентами. В зависимости от значений коэффициентов плотность энергии вакуума, индуцированная пластинами, может быть как положительной, так и отрицательной. В качестве примера рассмотрен случай одномерного внутреннего пространства.

## 1. Введение

Данная работа является продолжением нашей предыдущей статьи [1], где рассматривалось воздействие границ на свойства вакуума квантованного скалярного поля при наличии компактного подпространства. Модели с компактными пространственными измерениями играют важную роль в ряде фундаментальных теорий, таких как теория Калуцы–Клейна, теории струн и супергравитации. Теоретико-полевые модели с компактными размерностями используются в цилиндрических и тороидальных нанотрубках в рамках модели Дирака, описывающей длинноволновые возбуждения электронов в графене [2,3]. При наличии границ условия, налагаемые на оператор поля, приводят к изменению спектра вакуумных флуктуаций, в результате чего изменяются также вакуумные средние физических величин. В частности, появляются силы, действующие на границы. Это явление известно под общим названием эффект Казимира [4,5].

Глобальные характеристики вакуума (полная энергия, силы, действующие на границы) для скалярного поля при наличии компактных измерений исследовались в ряде работ [6-10]. Более подробная информация о свойствах вакуума содержится в локальных характеристиках, таких как вакуумные средние квадрата поля и тензора энергии-импульса. В данной работе на основе результатов [1] для функции Уайтмена исследовано вакуумное среднее тензора энергии-импульса, индуцированное плоскопараллельными границами с граничными условиями Робина.

## 2. Геометрия задачи

Рассмотрим фоновое $(D+1)$ -мерное пространство-время, описываемое интервалом

$$ds^2 = g_{MN} dx^M dx^N = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - \gamma_{ij} dX^i dX^j - dy^2, \quad (1)$$

где μ, ν = 0, 1. …, $D_1 - 1$, $i, j = 1, \ldots, D_2$, $\eta_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(1, -1, \ldots, -1)$ – метрический тензор $D_1$ -мерного пространства-времени Минковского, а координаты $X^i$ покрывают $D_2$ -мерное компактное внутреннее пространство $\Sigma$, $D = D_1 + D_2$. В данной работе мы рассмотрим вакуумное среднее тензора энергии-импульса квантового скалярного поля $\varphi(x)$ при наличии плоскопараллельных пластин с координатами $y = a_1$ и $y = a_2$ при $a_1 < a_2$. На пластинах оператор поля удовлетворяет граничным условиям Робина:

$$\left(1 + \beta_j n^M \nabla_M\right)\phi(x) = \left(1 + \beta_j (-1)^{j-1} \partial_y\right)\phi(x) = 0 \quad y = a_j, \quad j = 1, 2, \quad (2)$$

где $\nabla_M$ – оператор ковариантной производной, $n^M$ – нормаль к границам, а $\beta_1$ и $\beta_2$ – постоянные. Для поля с параметром связи с кривизной ζ уравнение движения имеет вид

$$\left(g^{MN} \nabla_M \nabla_N + m^2 + \zeta R\right)\phi(x) = 0, \quad (3)$$

где $R$ – скаляр кривизны фонового пространства-времени. Для интервала (1) скалярная кривизна дается выражением $R = -R_{(\gamma)}$, где $R_{(\gamma)}$ – скалярная кривизна для метрики $\gamma_{ik}$.

В работе [1] исследована положительно-частотная двухточечная функция Уайтмена $W(x, x') = \langle 0|\varphi(x)\varphi(x')|0\rangle$, где $|0\rangle$ – вакуумное состояние. В области между пластинами эта функция представляется в виде

$$W(x, x') = W_0(x, x') + W_b^{(j)}(x, x') + W_b^{(jj')}(x, x'), \quad (4)$$

где $j' = 1$ при $j = 2$ и $j' = 2$ при $j = 1$, $W_0(x, x')$ – функция Уайтмена при отсутствии границ, $W_b^{(j)}(x, x')$ – часть, индуцированная наличием пластины с $y = a_j$, когда вторая пластина отсутствует, а $W_b^{(jj')}(x, x')$ обусловлена наличием второй пластины с $y = a_{j'}$. Для заданной функции Уайтмена вакуумное среднее тензора энергии-импульса вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} \langle 0|T_{MN}|0\rangle &= \lim_{x' \to x} \partial_M \partial'_N \langle 0|\varphi(x)\varphi(x')|0\rangle + \\ &+ \left[(\zeta - 1/4) g_{MN} \nabla_L \nabla^L - \zeta \nabla_M \nabla_N - \zeta R_{MN}\right]\langle 0|\varphi^2|0\rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

где для компонент тензора Риччи имеем $R_{\mu\sigma} = R_{DD} = 0$, $R_{ik} = \mathrm{R}_{(\gamma)ik}$ с координатой $x^D = y$. В правой части формулы (5) использовано выражение тензора энергии-импульса скалярного поля, которое отличается от стандартного слагаемым, исчезающим в решениях уравнений поля [11]. Рассмотрим сначала вакуумный тензор энергии-импульса для одной пластины.

## 3. Тензор энергии-импульса для одной пластины

Подставив выражение функции Уайтмена в геометрии одной пластины, а также соответствующее среднее квадрата поля [1] в формулу (5), вакуумное среднее тензора энергии-импульса для одиночной пластины с $y = a_j$ представится в виде

$$\langle T_M^N \rangle^{(j)} = \langle T_M^N \rangle_0 + \langle T_M^N \rangle_b^{(j)}, \tag{6}$$

где $\langle T_M^N \rangle_0$ – вакуумное среднее в геометрии без границ, а слагаемое $\langle T_M^N \rangle_b^{(j)}$ индуцировано наличием пластины. Последнее дается выражением

$$\langle T_M^N \rangle_b^{(j)} = -A_{D_1} \sum\nolimits_\beta \left|\psi_\beta(X)\right|^2 \int_{m_\beta}^{\infty} du \left(u^2 - m_\beta^2\right)^{D_1/2-1} \frac{u\beta_j + 1}{u\beta_j - 1} e^{-2u|y-a_j|} F_{\beta M}^N \left(u, m_\beta\right), \tag{7}$$

где $A_{D_1} = \left(4\pi\right)^{-D_1/2} / \Gamma\left(D_1/2\right)$, $m_\beta = \sqrt{\lambda_\beta^2 + m^2}$ , а также определены функции

$$F_{\beta D}^i\left(u, v\right) = -2_n^{(j)}\left(\zeta - \frac{1}{4}\right) u \eta_\beta^i\left(X\right) \tag{8}$$

для компоненты $^{i}_{D}$ ($n^{(j)} = 1$ для области $y > a_j$ и $n^{(j)} = -1$ для области $y < a_j$) и

$$F_{\beta M}^N\left(u, v\right) = F_{\beta M}^{(0)N}\left(v\right) + u^2 F_{\beta M}^{(1)N} \tag{9}$$

для остальных компонент. В формуле (9) введены обозначения

$$\begin{aligned}
&F_{\beta\mu}^{(0)\sigma}\left(v\right) = \delta_\mu^\sigma \left[\left(\zeta - \frac{1}{4}\right)\eta_\beta\left(X\right) - \frac{v^2}{D_1}\right], && F_{\beta\mu}^{(1)\sigma} = 4\delta_\mu^\sigma\left(\zeta - \zeta_{D_1}\right), \\
&F_{\beta D}^{(0)D}\left(v\right) = \left(\zeta - \frac{1}{4}\right)\eta_\beta\left(X\right), && F_{\beta D}^{(1)D} = 0, \\
&F_{\beta i}^{(0)k}\left(v\right) = -t_{\beta i}^k\left(X\right)\left|\psi_\beta\left(X\right)\right|^{-2}, && F_{\beta i}^{(1)k} = \left(4\zeta - 1\right)\delta_i^k,
\end{aligned} \tag{10}$$

где $\zeta_{D_1} = \left(D_1 - 1\right) / \left(4D_1\right)$.

В выражении (7) функция $\psi_\beta$ является собственной функцией оператора $\Delta_{(\gamma)} + \zeta R_{(\gamma)}$ с собственным значением $-\lambda_\beta^2$

$$[\Delta_{(\gamma)} + \zeta R_{(\gamma)}]\psi_\beta\left(X\right) = -\lambda_\beta^2 \psi_\beta\left(X\right), \tag{11}$$

где $\Delta_{(\gamma)}$ – оператор Лапласа для метрики $\gamma_{ik}$, а остальные функции определены согласно выражениям

$$\begin{aligned}
&\eta_\beta\left(X\right) = \frac{\Delta_{(\gamma)}\left|\psi_\beta(X)\right|^2}{\left|\psi_\beta(X)\right|^2}, \quad \eta_\beta^i\left(X\right) = -\gamma^{ik}\frac{\partial_k\left|\psi_\beta(X)\right|^2}{\left|\psi_\beta(X)\right|^2}, \\
&t_{\beta ik}\left(X\right) = \nabla_{(\gamma)i}\psi_\beta\left(X\right)\nabla_{(\gamma)k}\psi_\beta^*\left(X\right) + \\
&+\left[\left(\zeta - \frac{1}{4}\right)\gamma_{ik}\Delta_{(\gamma)} - \zeta\nabla_{(\gamma)i}\nabla_{(\gamma)k} - \zeta R_{(\gamma)ik}\right]\left|\psi_\beta\left(X\right)\right|^2,
\end{aligned} \tag{12}$$

где $\nabla_{(\gamma)i}$ – оператор ковариантной производной для метрики $\gamma_{ik}$. Из выражения (7) следует, что при заданном расстоянии от пластины, основной вклад в вакуумное среднее тензора энергии-импульса дают моды с $m_\beta < 1/|y - a_j|$. Вклад мод с большими $m_\beta$ экспоненциально подавлен.

Для однородного внутреннего пространства функция Уайтмена зависит от $X$ и $X'$ через геодезическое расстояние между соответствующими точками. В этом случае недиагональная ${}_{D}^{i}$-компонента обращается в нуль и вакуумный тензор энергии-импульса диагонален.

В частных случаях граничных условий Дирихле и Неймана после интегрирования получаем следующие выражения:

$$\langle T_D^i\rangle_b^{(j)} = \pm n^{(j)}\left(4\zeta-1\right)\frac{\left(2\left|y-a_j\right|\right)^{-D_1}}{2\left(2\pi\right)^{(D_1+1)/2}}\sum\nolimits_\beta \gamma^{ik}\partial_k\left|\psi_\beta(X)\right|^2 f_{(D_1+1)/2}\left(2m_\beta\left|y-a_j\right|\right) \tag{13}$$

для ${}_{D}^{i}$-компоненты и

$$\begin{aligned}\langle T_M^N\rangle_b^{(j)} = \pm\frac{\left(2\left|y-a_j\right|\right)^{1-D_1}}{\left(2\pi\right)^{(D_1+1)/2}}\sum\nolimits_\beta\left|\psi_\beta(X)\right|^2 \Bigg\{ & D_1 F_{\beta M}^{(1)N}\,\frac{f_{(D_1+1)/2}\left(2m_\beta\left|y-a_j\right|\right)}{4\left|y-a_j\right|^2}+ \\ & +\left[F_{\beta M}^{(0)N}\left(m_\beta\right)+m_\beta^2F_{\beta M}^{(1)N}\right]f_{(D_1-1)/2}\left(2m_\beta\left|y-a_j\right|\right)\Bigg\}\end{aligned} \tag{14}$$

для остальных компонент. В этих формулах верхний знак соответствует условию Дирихле, а нижний – условию Неймана.

Вакуумное среднее (7) расходится на пластине $y = a_j$. Подобные расходимости хорошо известны в квантовой теории поля с границами и обусловлены идеализацией модели границы, которая отражает все моды квантового поля. В реальных физических ситуациях границы прозрачны для мод с достаточно малыми длинами волн. В области вблизи пластины основной вклад в интеграл формулы (7) дают большие значения $u$, для которых $(u\beta_j + 1)/(u\beta_j - 1) \approx -\delta_j$, где $\delta_j = -1$ при $\beta_j \neq 0$ и $\delta_j = 1$ при $\beta_j = 0$. Отсюда следует, что ведущие члены в асимптотическом разложении вблизи границы получаются из соответствующих результатов для граничного условия Дирихле, умноженные на $\delta_j$. С учетом того, что при $x \ll 1$ имеем $f_\nu(x) \approx 2^{\nu-1}\Gamma(\nu)$, из (13) и (14) в ведущем приближении находим

$$\begin{aligned}\langle T_D^i\rangle_{b\beta}^{(j)} &\approx \delta_j n^{(j)}\frac{(4\zeta-1)\Gamma\left(\left(D_1+1\right)/2\right)}{2\left(4\pi\right)^{(D_1+1)/2}\left|y-a_j\right|^{D_1}}\gamma^{ik}\partial_k\left|\psi_\beta\left(X\right)\right|^2, \\ \langle T_D^D\rangle_{b\beta}^{(j)} &\approx \delta_j\,\frac{\left(4\zeta-1\right)\Gamma\left(\left(D_1-1\right)/2\right)}{4\left(4\pi\right)^{(D_1+1)/2}\left|y-a_j\right|^{D_1-1}}\Delta_{(\gamma)}\left|\psi_\beta\left(X\right)\right|^2,\end{aligned} \tag{15}$$

и для остальных компонент

$$\langle T_M^N\rangle_{b\beta}^{(j)} \approx \delta_j\,\frac{2D_1\Gamma\left(\left(D_1+1\right)/2\right)F_{\beta M}^{(1)N}}{2\left(4\pi\right)^{(D_1+1)/2}\left|y-a_j\right|^{D_1+1}}\left|\psi_\beta\left(X\right)\right|^2, \tag{16}$$

В этих формулах $\langle T_M^N\rangle_{b\beta}^{(j)}$ представляет вклад моды с заданным $\beta$ в вакуумное среднее тензора энергии-импульса, определяемый согласно $\langle T_M^N\rangle_b^{(j)} = \sum\nolimits_\beta \langle T_M^N\rangle_{b\beta}^{(j)}$.

В частности, из (16) следует, что в случае граничного условия Дирихле, плотность энергии вакуума вблизи пластины отрицательна для минимально и конформно связанных полей и положительна при $\beta_j \neq 0$.

## 4. Вакуумное среднее тензора энергии-импульса в области между пластинами

Аналогично выражению (4) для функции Уайтмена, вакуумный тензор энергии-импульса в области между параллельными пластинами представляется в виде

$$\langle T_M^N \rangle = \langle T_M^N \rangle_0 + \langle T_M^N \rangle_b^{(j)} + \langle T_M^N \rangle_b^{(jj')}, \tag{17}$$

где слагаемое $\langle T_M^N \rangle_b^{(jj')}$ обусловлено наличием второй пластины с координатой $y = a_{j'}$ (определение см. после формулы (4)). Эта часть вакуумного среднего получается из соответствующей части в функции Уайтмена с помощью формулы (5). Соответствующее выражение можно представить в виде

$$\langle T_M^N \rangle_b^{(jj')} = -2A_{D_1} \sum_\beta \left|\psi_\beta(X)\right|^2 \int_{m_\beta}^\infty du \frac{\left(u^2 - m_\beta^2\right)^{D_1/2-1} G_M^N\left(u, m_\beta\right)}{\frac{(\beta_1 u - 1)(\beta_2 u - 1)}{(\beta_1 u + 1)(\beta_2 u + 1)} e^{2au} - 1}, \tag{18}$$

где $a = a_2 - a_1$. Определены новые функции

$$\begin{aligned}
&G_{\beta\mu}^{\sigma}\left(u,v\right) = F_{\beta\mu}^{\sigma}\left(u,v\right) F_j\left(u\right) - \delta_\mu^\sigma\left(4\zeta - 1\right)u^2, \\
&G_{\beta D}^{D}\left(u,v\right) = F_{\beta \mathrm{D}}^{(0)D}\left(v\right) F_j\left(u\right) - u^2, \\
&G_{\beta D}^{i}\left(u,v\right) = \left(\zeta - \frac{1}{4}\right)\eta_\beta^i\left(X\right)\partial_y F_j\left(u\right), \\
&G_{\beta k}^{i}\left(u,v\right) = F_{\beta k}^{i}\left(u,v\right) F_j\left(u\right) - \delta_i^k\left(4\zeta - 1\right)u^2
\end{aligned} \tag{19}$$

и введено обозначение

$$F_j\left(u\right) = 1 + \frac{u^2\beta_j^2 + 1}{u^2\beta_j^2 - 1}\cosh\left[2u\left|y - a_j\right|\right] - \frac{2u\beta_j}{u^2\beta_j^2 - 1}\sinh\left[2u\left|y - a_j\right|\right]. \tag{20}$$

Заметим, что $F_j(u) = -2\sinh^2(u|y - a_j|)$ для граничного условия Дирихле и $F_j(u) = 2\cosh^2(u|y - a_j|)$ для условия Неймана. Выражение в правой части (18) конечно при $y = a_j$ и расходится при $y = a_{j'}$. Структура расходимостей такая же, что и в геометрии одиночной пластины с координатой $y = a_{j'}$. Как и в случае одной пластины, так и для случая однородного внутреннего пространства вакуумный тензор энергии-импульса в области между пластинами диагонален. Конкретные свойства плотности энергии и натяжений вакуума зависят от геометрии внутреннего подпространства.

Рассмотрим пример одномерного внутреннего пространства ($D_2 = 1$) $\Sigma = S^1$ с длиной окружности $L$ и $0 \le X \le L$. Вдоль координатной линии $X$ поле удовлетворяет квазипериодическому условию с постоянной фазой $0 \le \alpha \le 2\pi$:

$$\phi\left(t,x^1,\ldots,x^{D-2},X+L,y\right)=e^{i\alpha}\phi\left(t,x^1,\ldots,x^{D-2},X,y\right) \tag{21}$$

Для соответствующих собственных функций имеем $\psi_\beta\left(X\right)=e^{iKX}/\sqrt{L}$. Собственные значения квантового числа $K$, определяемые из условия (21), равны

$$K=K_\beta=\left(2\pi\beta+\alpha\right)/L,\quad \beta=0,\pm1,\pm2,\ldots. \tag{22}$$

Для рассматриваемого примера в приведенных выше формулах следует положить $\lambda_\beta^2=K_\beta^2$ и $\sum_\beta =\sum_{\beta=-\infty}^{+\infty}$. Поскольку $\eta_\beta=0$, то ${}_D^D$-компонента тензора энергии-импульса, индуцированная одной пластиной, обращается в нуль, $\langle T_D^D\rangle_b^{(j)}=0$. В области между пластинами эта компонента не зависит от $y$ и определяет силы Казимира, действующие на пластины.

Для краткости дальнейшего изложения мы рассмотрим только плотность энергии вакуума для граничного условия Дирихле на обеих пластинах. Полагая, что координаты пластин равны $y$ = 0 ($a_1$ = 0) и $y = a$ ($a_2 = a$), из общих формул, представленных выше, в области между пластинами ($0 < y < a$) находим

$$\begin{aligned}\langle T_0^0\rangle_b&=\frac{A_{D_1}}{D_1L}\sum_{\beta=-\infty}^{+\infty}m_\beta^D\int_1^\infty du\frac{\left(u^2-1\right)^{D_1/2-1}}{e^{2am_\beta u}-1}\times\\&\times\left\{\left[4D_1u^2\left(\zeta-\zeta_{D_1}\right)-1\right]\left[e^{2ym_\beta u}-e^{2(a-y)m_\beta u}\right]+1-u^2\right\},\end{aligned} \tag{23}$$

где $\langle T_0^0\rangle_b=\langle T_0^0\rangle+\langle T_0^0\rangle_0$ – плотность энергии, индуцированная пластинами, и $D_1 = D - 1$. В области $y < 0$ имеем

$$\begin{aligned}\langle T_0^0\rangle_b&=\frac{\left(2|y|/L\right)^{-D}}{\left(2\pi\right)^{D/2}L^{D+1}}\sum_{\beta=-\infty}^{+\infty}\Big[D_1\left(\zeta-\zeta_{D_1}\right)f_{D/2}\left(2m_\beta|y|\right)+\\&+\left(\zeta-1/4\right)\left(2v_\beta|y|\right)^2f_{D/2-1}\left(2m_\beta|y|\right)\Big],\end{aligned} \tag{24}$$

а в области $y > a$ соответствующее выражение получается из (24) заменой $|y|\to\left(y-a\right)$.

Для минимально связанного скалярного поля оба выражения (23) и (24) являются отрицательными. В геометрии одной пластины абсолютная величина плотности энергии монотонно убывает с расстоянием от пластины. В области же между пластинами плотность энергии симметрична относительно плоскости $y = a/2$ и в этой точке минимальна по абсолютной величине. Заметим, что приведенные выражения являются периодическими функциями $\alpha$ с периодом $2\pi$. При $0 < \alpha < 2\pi$ нулевая мода отсутсвует ($m_\beta \neq 0$ для всех $\beta$), и в пределе $L \to 0$ при фиксированном расстоянии от пластин эффекты, индуцированные пластинами, экспоненциально подавлены. Если же $\alpha = 0$, то в пределе малых длин компактной размерности основной вклад дает нулевая мода с $\beta = 0$. Вклад этой моды совпадает с соответствуюшим результатом для эффекта Казимира в $D$-мерном пространстве-времени Минковского с тривиальной топологией, деленным на $L$. Вклад остальных мод в рассматриваемом пределе экспоненциально мал.

## 4. Заключение

В данной работе на основе функции Уайтмена, найденной в [1], исследовано вакуумное среднее тензора энергии-импульса скалярного поля в пространстве с произвольным компактным подпространством при наличии плоскопараллельных пластин, на которых оператор поля удовлетворяет граничным условиям Робина. Последние естественно возникают в ряде задач теории поля и являются обобщением известных условий Дирихле и Неймана. В общем случае неоднородного внутреннего пространства вакуумный тензор энергии-импульса недиагонален. В зависимости от граничных условий, налагаемых на оператор поля, плотность энергии вакуума может быть как положительной, так и отрицательной. В частности, могут быть нарушены условия энергодоминантности, играющие важную роль в формулировках теорем о сингулярностях в общей теории относительности. В качестве примера внутренного пространства рассмотрен $\Sigma = S^1$ с условием квазипериодичности на оператор поля вдоль компактой размерности.

ЛИТЕРАТУРА


1. **Т.Ш. Навасардян, А.А. Саарян.** Изв. НАН Армении, Физика, **49**, 3 (2014).
2. **S. Bellucci, A.A. Saharian.** Phys. Rev. D, **79**, 085019 (2009).
3. **S. Bellucci, A.A. Saharian, V.M. Bardeghyan.** Phys. Rev. D, **82**, 065011 (2010).
4. **M. Bordag, G.L. Klimchitskaya, U. Mohideen, V.M. Mostepanenko**. Advances in the Casimir Effect. Oxford, Oxford University Press, 2009.
5. Lecture Notes in Physics: Casimir Physics, **834**, edited by **D. Dalvit, P. Milonni, D. Roberts, F. da Rosa.** Springer, Berlin, 2011.
6. **H.B. Cheng.** Phys. Lett. B, **643**, 311 (2006); **668**, 72 (2008).
7. **S.A. Fulling, K. Kirsten.** Phys. Lett. B, **671**, 179 (2009).
8. **K. Kirsten, S.A. Fulling.** Phys. Rev. D, **79**, 065019 (2009).
9. **L.P. Teo.** Phys. Lett. B, **672**, 190 (2009); Nucl. Phys. B, **819**, 431 (2009).
10. **E. Elizalde, S.D. Odintsov, A.A. Saharian.** Phys. Rev. D, **83**, 105023 (2011).
11. **A.A. Saharian.** Phys. Rev. D, **69**, 085005 (2004).


## VACUUM ENERGY-MOMENTUM TENSOR IN MODELS WITH NON-TRIVIAL TOPOLOGY IN THE PRESENCE OF BOUNDARIES


T.Sh. NAVASARDYAN, A.A. SAHARIAN



The vacuum expectation value of the energy-momentum tensor for a scalar field in models with the compact subspace of an arbitrary geometry in presence of parallel plates is investigated. On the plates the field obeys Robin boundary conditions with constant coefficients. Depending on the values of the coefficients, the vacuum energy density can be either positive or negative. As an example, the case of one-dimensional internal space is considered.