УДК 535.3

ВЛИЯНИЕ ФАЗОВОГО СДВИГА МЕЖДУ ОРТОГОНАЛЬНЫМИ КОМПОНЕНТАМИ ЦИРКУЛЯРНО-ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА В ВИХРЕВОЙ ФАЗОВОЙ ПЛАСТИНЕ НА СТРУКТУРУ ДИФРАГИРОВАННОГО ПУЧКА

А.Е. МАРТИРОСЯН^{*}

Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак, Армения

*e-mail: armar@ipr.sci.am

(Поступила в редакцию 16 декабря 2013 г.)

Рассмотрено влияние фазового сдвига между ортогональными компонентами циркулярно-поляризованного света на структуру дифрагированного пучка, образованного вихревой фазовой пластиной на основе среды двулучепреломления. Показано, что при отклонении от идеального фазового сдвига π , структура дифрагированного на фазовой пластине пучка состоит из суперпозиции двух составляющих: вихревого пучка с глубокой ямой и сохранившего свои начальные характеристики падающего пучка. Представлены данные расчетов влияния фазового сдвига на дифракцию в вихревой фазовой пластине для пучков Гаусса и Эйри, которые указывают на чувствительный характер зависимости параметров вихревого пучка даже при малых отклонениях от идеального фазового сдвига. Проанализированы характеристики вихревой фазовой пластины, необходимые для формирования строго вихревого пучка.

1. Введение

Вихревая фазовая пластина (ВФП) на основе среды двулучепреломления (ДП) – это оптический элемент, позволяющий изменять фазу падающего на него циркулярно-поляризованного излучения в зависимости от угловой полярной координаты и получать вихревые пучки различных мод. В качестве среды двулучепреломления для вихревых фазовых пластин в настоящее время применяются жидкие кристаллы и жидкокристаллические полимеры [1-3]. Вихревые пучки используються для оптического захвата и манипуляций микрочастицами [4,5] и атомами [6,7]. Эти пучки также могут быть использованы для обнаружения планет вне солнечной системы. Для отображения такой планеты основной проблемой является подавление света звезды, вокруг которой она вращается. Дело в том, что яркость звезды в миллионы раз больше яркости соответствующей планеты, и это обстоятельство препятствует ее обнаружению. Для подавления яркости изображения звезды в последние годы были предложены коронографы на основе вихревой фазовой пластины [8]. В работе [9], с помощью использования оптических вихрей, исследовалось разделение двух независимых световых пучков в области дифракционного предела. Основываясь на численных вычислениях, был получен критерий коронографа для второй геликоидальной моды [10]. Вихревые пучки используются также в микроскопии так называемого вынужденного ослабления излучения (stimulated emission depletion – STED) [11]. Применение STED позволяет преодолевать дифракционный предел в флуоресцентной микроскопии и получать изображения с разрешением 25 нм [12]. Кроме того, в работе [13] предложено использовать вихревые пучки для литографии с высоким разрешением, которое может достигать 1/13 от длины волны используемого лазерного излучения. Следует констатировать, что практически в каждом из вышеперечисленных применений важным условием является обеспечение низкой интенсивности света в приосевых областях вихревого пучка, т.е. в области ямы. Следовательно, обнаружение и исследование причин, приводящих к ухудшению параметров вихревого пучка, является важной практической задачей.

2. Прохождение циркулярно-поляризованного света через ВФП ДП

Рассмотрим прохождение циркулярно-поляризованного света через ВФП ДП с угловой ориентацией микроструктур среды $\alpha = k\varphi$, где k – целое или поуцелое число (порядок полярного вектора), φ – полярный угол. На рис.1 для примера представлен случай, когда k = 1, что соответствует геликоидальной моде m = 2 (т.к. геликоидальная мода равна удвоенному значению порядка полярного вектора фазовой пластины). Подчеркнем однако, что дальнейшие рассуждения действительны также для любого k. Проследим за поведением светового луча с круговой поляризацией с компонентами амплитуды E_{x0} и E_{y0}



Рис.1. Прохождение циркулярно-поляризованного светового луча с компонентами поляризации амплитуды E_{x0} и E_{y0} по осям *x* и *y*, падающего на произвольную точку *D* с координатой полярного угла φ на поверхности ВФП ДП с осью в O_1 , с k = 1 (m = 2) и с ориентацией микроструктур среды α (на рисунке показана только четвертая часть поверхности фазовой пластины круговой формы).

по осям x и y, падающим на произвольную точку D поверхности фазовой пластины с ориентацией микроструктур среды α . Если амплитуда волны вращается против часовой стрелки, то x- и y-компоненты, соответственно, осциллируют на входной поверхности фазовой пластины во времени t' как -sin($2\pi ct'/\lambda$) и $\cos(2\pi ct'/\lambda)$, где c – скорость света, а λ – длина волны падающего пучка.

Элементарный расчет показывает, что *x*-компонента амплитуды падающего луча E_{x0} на выходе фазовой пластины расщепляется на *x*- и *y*-компоненты, которые осциллируют во времени следующим образом:

$$E_{x1} = -\sin^2 \alpha \sin(\beta + \frac{\gamma}{2}) + \cos^2 \alpha \sin(\beta - \frac{\gamma}{2}), \qquad (1)$$

$$E_{y1} = -\sin\alpha\cos\alpha\sin(\beta + \frac{\gamma}{2}) - \sin\alpha\cos\alpha\sin(\beta - \frac{\gamma}{2}), \qquad (2)$$

Здесь $\beta = 2\pi ct/\lambda$ – временное изменение фазы луча на выходной поверхности пластины. Принимая во внимание, что строго вихревые пучки образуются при фазовом сдвиге π между ортогональными компонентами поляризации светового луча на выходе ВФП ДП, в уравнениях (1),(2) γ характеризует фазовое отклонение от идеального фазового сдвига для формирования строго вихревых пучков.

В то же время у-компонента амплитуды падающего луча E_{y0} на выходе фазовой пластины расщепляется на следующие *x*- и у-компоненты:

$$E_{x2} = \sin\alpha\cos\alpha\cos(\beta + \frac{\gamma}{2}) + \sin\alpha\cos\alpha\cos(\beta - \frac{\gamma}{2}), \qquad (3)$$

$$E_{y2} = \cos^2 \alpha \cos(\beta + \frac{\gamma}{2}) - \sin^2 \alpha \cos(\beta - \frac{\gamma}{2}).$$
(4)

Из уравнений (1)-(4), после элементарных преобразований, можно получить *x*- и *y*-компоненты поляризации прошедшего через фазовую пластину луча на ее выходной поверхности:

$$E_{x} = E_{x1} + E_{x2} = \cos\frac{\gamma}{2}\sin(2\alpha + \beta) - \sin\frac{\gamma}{2}\cos\beta, \qquad (5)$$

$$E_{y} = E_{y1} + E_{y2} = \cos\frac{\gamma}{2}\cos(2\alpha + \beta) - \sin\frac{\gamma}{2}\sin\beta.$$
(6)

Таким образом, на выходной поверхности фазовой пластины каждая из *x*- и *y*-компонент поляризации луча состоит из двух членов, которые характеризуют два совершенно различных состояния света. При $\gamma = 0$ (или кратном 2π) «работают» только члены, зависящие от ориентации микроструктур среды α . Если же $\gamma = \pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi$ (и т.д.), то наоборот: «работают» только члены, не зависящие от α . В результате, в случае идеального фазового сдвига π (т.е. $\gamma = 0$) в ВФП ДП между ортогональными компонентами амплитуды световой луч с круговой поляризацией меняет начальное направление вращения поляризации: с начальным вращением поляризации против часовой стрелки на вращение по часовой стрелке и наоборот. Кроме того, в случае идеального фазового сдвига ($\gamma = 0$) фаза светового луча с круговой поляризацией является строго геликоидальной. А если $\gamma = \pi$, то световой луч вообще не содержит геликоидальной составляющей.

При отклонении фазового сдвига от π или от нуля, относительная интенсивность световой волны E^2 на выходе фазовой пластины в произвольной точке *D* изменяется во времени следующим образом:

$$E^{2} = E_{x}^{2} + E_{y}^{2} = 1 - \sin\gamma\sin(2\alpha + 2\beta).$$
(7)

На рис.2 представлено изменение интенсивности световой волны на выходе ВФП ДП при $\alpha = 0$. Жирная сплошная линия соответствует случаям, когда интенсивность постоянна, что происходит при $\gamma = 0$ или $\gamma = \pi$. Как было уже сказано, в первом случае образуется строго геликоидальный пучок, а во втором – падающий пучок полностью сохраняет свои начальные характеристики. Тонкая сплошная кривая соответствует случаю, когда $\gamma = \pi/8$, а штриховая – $\gamma = \pi/2$. Следует подчеркнуть, что с изменением α интенсивность световой волны на выходе ВФП ДП сохраняет форму распределения во времени и просто смещается по оси β влево или вправо.



Рис.2. Временное изменение интенсивности световой волны на выходе ВФП ДП при идеальном фазовом сдвиге π (т.е. при $\gamma = 0$) или при отсутствии фазового сдвига $\gamma = \pi$ (жирная сплошная линия), при $\gamma = \pi/8$ (тонкая сплошная кривая) и при $\gamma = \pi/2$ (штриховая кривая).

3. Пространственное распределение дифракции гауссового пучка на ВФП ДП при различных значениях фазового сдвига

Аналитические соотношения для параксиальной дифракции Френеля и Фраунгофера на фазовой пластине для произвольного *m* при использовании падающего гауссового пучка были получены в [14]. Для исследования характеристик дифрагированных на оптических элементах световых пучков была разработана программа для вычисления интеграла Френеля в случае дифракции света на аксиконах [15,16], которая в настоящей работе была изменена и применена для изучения дифракции пучков на ВФП ДП:

$$A_{x,y}(R,\lambda,z,h,k,\gamma) = \frac{iA_0}{\lambda z} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{0}^{\infty} r \exp(-\frac{r^2}{R^2}) E_{x,y}(k,\phi,\gamma) \exp(-\frac{2i\pi z'}{\lambda}) d\phi dr.$$
(8)

Здесь A_0 – амплитуда падающего на ВФП ДП гауссового пучка на оси, λ и R – длина волны и радиус пучка, r и φ – радиальная и угловая координаты произвольной точки D на фазовой пластине (рис.3), z – расстояние между пластиной и плоскостью наблюдения, h – радиальная координата точки наблюдения P, z' – расстояние между произвольной точкой D на фазовой пластине и точкой наблюдения P, $A_{x,y}(R, \lambda, z, h, k, \gamma) – x$ - и у-компоненты амплитуды дифрагированного пучка на расстоянии z от пластины и на радиальном рестоянии h от центра плоскости наблюдения, $E_{x,y}(k, \varphi, \gamma) - x$ - и у-компоненты поляризации светового луча на выходной плоскости ВФП ДП, которые определяются из уравнений (5),(6).



Рис.3. Схема дифракции падающего светового пучка на ВФП ДП. r и φ – радиальная и угловая координаты произвольной точки D на фазовой пластине с осью в O_1 , z – расстояние между пластиной и плоскостью наблюдения, h – радиальная координата точки наблюдения P относительно оси распространения дифрагированного пучка O_2 , z' – расстояние между произвольной точкой D на фазовой пластине и точкой наблюдения P.

С помощью тригонометрических функций мы можем вычислить расстояние *z*':

$$z' = \sqrt{z^2 + r^2 + h^2 - 2rh\cos\phi} \,. \tag{9}$$

Для более удобного представления уравнения (8) можно использовать следующие нормализованные величины: $W = R/\lambda$, H = h/R, Z = z/R, w = r/R. С вводом этих соотношений в уравнение (8), *x*- и *y*-компоненты амплитуды дифрагированного пучка утрачивают зависимость от четырех величин с размерностью длины (R, λ , z и h) и, вместо этого, приобретают зависимость лишь от трех безразмерных переменных W, Z и H, что позволяет значительно унифицировать различные возможные случаи распределения $A_{x,y}$:

$$A_{x,y}(W,Z,H,k,\gamma) =$$

$$= iA_0W \int_{-\pi}^{\pi} \int_{0}^{\infty} \frac{w}{Z} \exp(-w^2) E_{x,y}(k,\phi,\gamma) \exp[-2i\pi W \sqrt{Z^2 + w^2 + H^2 - 2wH\cos\phi}] d\phi dw.$$
(10)

На рис.4 показаны распределения относительной интенсивности гауссового пучка, дифрагированного на ВФП ДП с полярным вектором k = 5 (m = 10) при W = 800, Z = 1000 как в случае идеального фазового сдвига $\gamma = 0$ (сплошная кривая), так и при отсутствии фазового сдвига $\gamma = \pi$ (пунктирная кривая). В случае идеального фазового сдвига ($\gamma = 0$) образуется строго геликоидальный пучок с глубокой ямой. А при отсутствии фазового сдвига ($\gamma = \pi$), как и следовало ожидать, падающий гауссовый пучок полностью сохраняет свои характеристики – без образования геликоидального пучка.



Рис.4. Распределение относительной интенсивности гауссового пучка, дифрагированного на ВФП ДП с полярным вектором k = 5 (m = 10) при W = 800, Z = 1000 для идеального фазового сдвига $\gamma = 0$ (сплошная кривая) и при отсутствии фазового сдвига $\gamma = \pi$ (штриховая кривая, шкала интенсивности уменьшена на порядок).

Распределения относительной интенсивности гауссового пучка, дифрагированного на ВФП ДП с k = 5 (m = 10) при W = 800, Z = 1000 в случаях наложения геликоидального и гауссового пучков, когда γ не равно нулю или целому π , показаны на рис.5: при $\gamma = \pi/16$ (пунктирная кривая) и $\gamma = \pi/32$ (сплошная кривая). Сравнение экспериментальных данных [2] с расчетной кривой распределения интенсивности вихревого пучка по радиальной координате указыват на то, что на практике удается достигать значений для γ лишь порядка $\pi/32$.

Как уже было сказано, для различных прикладных целей весьма важно исследовать характеристики области ямы геликоидального пучка. В качестве параметра глубины ямы можно использовать фактор контрастности F_{max}/F_H , где F_H является интенсивностью дифрагированного пучка в яме в заданной точке H, а F_{max} представляет собой максимальную интенсивность распределения ди-



Рис.5. Распределение относительной интенсивности гауссового пучка, дифрагированного на ВФП ДП с k = 5 (m = 10) при W = 800, Z = 1000 в случаях, когда $\gamma = \pi/16$ (штриховая кривая) и $\gamma = \pi/32$ (сплошная кривая).

фракции. На рис.6 представлено распределение фактора контрастности от величины γ при H = 0.5 (пунктирная кривая) и H = 0.8 (сплошная кривая). Данные соответствуют случаю, когда используется ВФП ДП с k = 5 (m = 10) при W = 800, Z = 1000. Очевидно, что фактор контрастности очень чувствителен к малейшим изменениям фазового сдвига между ортогональными компонентами циркулярно-поляризованного света в ВФП ДП. Следовательно, исходя из полученных результатов можно констатировать, что для сохранения фактора контрастности геликоидального пучка хотя бы на уровне $10^4 \div 10^5$ отклонение от идеального фазового сдвига не должно превышать $\gamma = 0.001\pi$.



Рис.6. Зависимость фактора контрастности F_{max}/F_H от γ для H = 0.5 (пунктирная кривая) и H = 0.8 (сплошная кривая). Данные соответствуют случаю, когда используется гауссовый пучок, который проходит через ВФП ДП с k = 5 (m = 10) при W = 800, Z = 1000.

4. Пространственное распределение дифракции пучка Эйри на ВФП ДП при различных значениях фазового сдвига

В случае исследования звезды телескопом с круговой апертурой, с угловым разрешением хуже, чем угловой диаметр наблюдения звезды, отображается диск Эйри, который состоит из центрального яркого круга, окруженного гораздо менее яркими кольцами. Интенсивность света в диске Эйри *I_r* в зависимости от радиальной нормированной координаты *w* распределяется как [17]

$$I_r = I_0 \left[\frac{2J_1(bw)}{bw} \right]^2, \tag{11}$$

где I_0 – интенсивность света в центре изображения, $J_1(bw)$ – функция Бесселя первого рода и первого порядка, b – постоянная, которая характеризует масштаб шкалы нормированной радиальной координаты. Для сравнения результатов с данными, полученными в предыдущем разделе, определим радиус пучка Эйри как расстояние от его центра до точки, где амплитуда излучения падает в e раз (что имеет место и в случае распределения гауссового пучка). Расчеты показывают, что это осуществляется при b = 2.584.

Распределения относительной интенсивности дифрагированного на ВФП ДП с k = 5 (m = 10) пучка Эйри при W = 800, Z = 1000 в случаях идеального фазового сдвига $\gamma = 0$ (сплошная кривая) и при отсутствии фазового сдвига $\gamma = \pi$ (пунктирная кривая) представлены на рис.7. В отличие от дифракции гауссового пучка на ВФП ДП, распределение дифракции пучка Эйри приобретает модуляцию в области ямы вихревого пучка, связанную с особенностью распределения пучка Эйри, т.е. с наличием колец с нулевой интенсивностью. На рис.8 показано распределение фактора контрастности от величины γ при H = 0.5



Рис.7. Распределение относительной интенсивности пучка Эйри, дифрагированного на ВФП ДП с k = 5 (m = 10) при W = 800, Z = 1000 для идеального фазового сдвига $\gamma = 0$ (сплошная кривая) и при отсутствии фазового сдвига $\gamma = \pi$ (штриховая кривая, шкала интенсивности уменьшена на порядок).



Рис.8. Зависимость фактора контрастности $F_{max}F_H$ от γ для H = 0.5 (пунктирная кривая) и H = 0.8 (сплошная линия). Данные соответствуют случаю, когда используется пучок Эйри, который проходит через ВФП ДП с k = 5 (m = 10) при W = 800, Z = 1000.

(пунктирная кривая) и H = 0.8 (сплошная линия) при использовании фазовой пластины с k = 5 (m = 10) при W = 800, Z = 1000. Уменьшение этого фактора при H = 0.8 даже при идеальном фазовом сдвиге связана с модуляцией интенсивности вихревого пучка и образованием локального максимума интенсивности в области $H = 0.8 \div 1$ (см. рис.7).

5. Заключение

В настоящей работе показано, что для получения строго геликоидального пучка и увеличения фактора контрастности следует обеспечить близкий к идеальному фазовый сдвиг π (т.е. $\gamma \rightarrow 0$) между ортогональными компонентами циркулярно-поляризованного света. Если разность коэффициентов преломления в ВФП ДП между обыкновенным и необыкновенным лучами составляет Δn , то максимально допустимое отклонение Δs толщины двулучепреломляюшей среды определяется из формулы $2\pi\Delta n\Delta s/\lambda = \gamma$, где γ в данном случае характеризует необходимую точность фазового сдвига для соответствующей цели. Отсюда следует, что Δs обратно пропорционален значению Δn : $\Delta s = \lambda \gamma/2\pi\Delta n$. Например, если $\gamma = 0.001\pi$, $\lambda = 1$ мкм, то при $\Delta n = 0.01$ получаем $\Delta s = \pm 50$ нм, а при Δn = 0.1 допустимая погрешность для Δs составляет ± 5 нм. Следовательно, чтобы обеспечить формирование строго геликоидальных пучков, следует выбрать среду для ВФП ДП с небольшим значением Δn , что приведет к увеличению толщины фазовой пластины.

Остановимся также на вопросе определения фактора контрастности. Дело в том, что в этом контексте, в некоторых приложениях (например, в коронографии) следует ориентироваться на осевое значение интенсивности падающего пучка ($I_0 \sim A_0^2$) вместо F_{max} . Следует иметь в виду, что величина «осевого» фактора контрастности, определяемого с точки зрения «опустошения» световой энергии падающего излучения в приосевых областях с помощью вихревых фазовых пластин – I_0/F_H , может значительно превосходить значение F_{max}/F_H . Например, как следует из рис. 4 и 7, «осевой» фактор контрастности превосходит величину F_{max}/F_H в 20 и 12 раз, соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. L. Marrucci, C. Manzo, D. Paparo. Phys. Rev. Lett., 96, 163905 (2006).
- N.V. Tabiryan, S.R. Nersisyan, H. Xianyu. Fabricating Vector Vortex Waveplates for Coronagraphy, Aerospace Conference, IEEE, 1 (2012).
- 3. S.R. Nersisyan, N.V. Tabiryan, D. Mawet, E.Serabyn. Opt. Express, 21, 8205 (2013).
- 4. K.T. Gahagan, G.A. Swartzlander. JOSA B, 16, 533 (1999).
- 5. D.G. Grier. Nature, 424, 810 (2003).
- 6. T. Kuga, Y. Torii, N. Shiokawa, et al. Phys. Rev. Lett., 78, 4713 (1997).
- 7. D.P. Rhodes, D.M. Gherardi, J. Livesey, et al. Journal of Modern Optics, 53, 547 (2006).
- 8. G. Foo, D.M. Palacios, G.A. Swartzlander. Opt. Lett., 30, 3308 (2005).
- 9. F. Tamburini, G. Anzolin, G. Umbriaco, et al. Phys. Rev. Lett., 97, 163903 (2006).
- 10. E. Mari, F. Tamburini, G.A. Swartzlander, et al. Opt. Express, 20, 2445 (2012).
- 11. P. Dedecker, J. Hofkens, J. Hotta. Materials Today, 11, 12 (2008).
- 12. B. Harke, J. Keller, C.K. Ullal, et al. Opt. Express, 16, 4154 (2008).
- 13. R. Menon, H. I. Smith. JOSA A, 23, 2290 (2006).
- 14. В.В. Котляр, А.А. Ковалев, Д. Коджек, и др. Компьютерная оптика, 30, 30 (2006).
- 15. A.E. Martirosyan, C. Altucci, C. DeLisio, et al. JOSA A, 21, 770 (2004).
- 16. **А.Е. Мартиросян.** Изв. НАН Армении, Физика, **43**, 182 (2008).
- 17. J.E. Greivenkamp. Field Guide to Geometrical Optics, SPIE press book, FG01, 88 (2004).

INFLUENCE OF RETARDATION BETWEEN ORTHOGONAL COMPONENTS OF CIRCULARLY POLARIZED LIGHT IN A VORTEX PHASE PLATE ON THE STRUCTURE OF DIFFRACTION PATTERN

A.E. MARTIROSYAN

The influence of retardation between orthogonal components of circularly polarized light on diffraction pattern generated by the vortex phase plate with a birefringence medium is considered. It is shown that if the ideal retardation π is broken, the pattern diffracted from the phase plate is described by superposition of two components: the vortex beam with the deep hole and the incident beam which preserves its initial characteristics. The computation results characterizing the influence of retardation on the Gaussian and Airy beams transformation in the vortex phase plate is presented. These results point out that vortex beam characteristics are very sensitive to retardation shift from its ideal value. We analyze and present the characteristics of the vortex phase plate that are required for the true vortex pattern generation.