

УДК 535.14

ОТРИЦАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ ВИГНЕРА ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ДИССИПАТИВНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА В ИМПУЛЬСНОМ РЕЖИМЕ

Т.В. ГЕВОРГЯН^{1*}, Г.Ю. КРЮЧКЯН^{1,2}¹ Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак, Армения² Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

(Поступила в редакцию 15 сентября 2012 г.)

*tgevorg@ysu.am

Исследовано формирование неклассических состояний с отрицательной функцией Вигнера для ангармонического осциллятора под воздействием параметрического возбуждения. Рассмотрен установившийся импульсный режим осциллятора с последовательностью гауссовских импульсов как возмущающего лазерного поля. Результаты получены с полным учетом эффектов диссипации и декогерентности.

1. Введение

Осцилляторные системы с нелинейностью представляют собой базисные системы квантовой механики, которые используются как для исследования фундаментальных проблем физики, начиная с нелинейных явлений до квантовых компьютеров, так и для многочисленных приложений. Тем не менее, до сих пор даже диссипативный нелинейный одномодовый осциллятор, возмущенный монохроматической силой не исследован в полной мере, в деталях. Квантовая теория нелинейного диссипативного осциллятора под действием монохроматической силы во всех порядках по квантовому шуму приведена в работах [1] лишь в установившемся режиме, для больших временных интервалов, на основе стационарного, потенциального решения уравнения Фоккера–Планка для известного Р-квазираспределения. Правильность такого решения до сих пор не анализирована для строго квантового режима, который имеет место, если отношение нелинейного параметра осциллятора к коэффициенту диссипации χ/γ порядка единицы и число возбужденных состояний осциллятора мало. Другим примером осцилляторных систем является ангармонический осциллятор под действием параметрического возбуждения. Такая система может быть реализована на основе хорошо известного оптического параметрического осциллятора (ОПО), комбинированного с фазовой модуляцией, в которой мода ангармонического осциллятора в резонаторе возбуждается через процесс вниз-конверсии под действием монохроматического поля лазера. В резонатор включен нелинейный элемент с восприимчивостью третьего порядка, который ведет к фазовой модуляции моды, т.е. к ее ангармоничности. Эта система была рассмотрена в специальном случае без эффектов диссипации и квантовых флуктуаций [2,3], а также в последовательном квантовом подходе [4-6] через стационарное, потенциальное решение уравнения Фоккера–Планка для установившегося режима, для больших временных интервалов, и для случая достаточно большого уровня числа возбужденных состояний. Сравнительно простые аналитические выражения для функций Вигнера мод осцилляторов для установившегося режима были

также получены для ангармонического осциллятора (АО) [7] и для ангармонического осциллятора под воздействием параметрического возбуждения (АОПВ) в работе [5]. Временная эволюция системы для строгого квантового режима, в котором только низшие состояния осциллятора возбуждаются, была рассмотрена в [8]. Как следует из результатов работ [5,7,8], функции Вигнера мод АО, а также АОПВ для случая установившегося режима являются положительными на всей фазовой плоскости. Таким образом, моды осцилляторов не проявляют эффектов квантовой интерференции в установившемся режиме.

В настоящей работе рассматривается ангармонический осциллятор под воздействием параметрического возбуждения (АОПВ) в импульсном режиме. Здесь в качестве внешнего воздействия выбрана последовательность гауссовских импульсов. Таким образом, данная работа является продолжением статьи [8], в которой был рассмотрен АОПВ под действием монохроматического возмущения.

Недавно было показано, что обычный ангармонический одномодовый диссипативный осциллятор под действием последовательности гауссовских импульсов приводит к возникновению фоковских и суперпозиционных состояний. Соответственно, в этом режиме функция Вигнера была вычислена с отрицательной частью в фазовой плоскости [9,10]. Здесь показано, что аналогичная ситуация имеет место для АОПВ и при определенном режиме мода осциллятора находится в суперпозиционном состоянии фоковских состояний, а соответствующая функция Вигнера отрицательна. Оригинальность рассмотрения АОПВ для инженерии квантовых состояний состоит в том, что в этом случае гамильтониан системы имеет определенную симметрию в фазовом пространстве по отношению к повороту на π относительно начала координат, поэтому осцилляторные состояния приобретают такую же симметрию.

2. Численный анализ АОПВ

Рассматриваемая система диссипативна вследствие затухания осцилляторной моды на зеркалах резонатора и из-за квантовых флуктуаций. Эффекты диссипации и декогеренции рассматриваются здесь в рамках уравнения для оператора плотности моды осциллятора

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_i \left(L_i \rho L_i^\dagger - \frac{1}{2} L_i^\dagger L_i \rho - \frac{1}{2} \rho L_i^\dagger L_i \right), \quad (1)$$

где $L_1 = \sqrt{N\gamma}a^\dagger$ и $L_2 = \sqrt{(N+1)\gamma}a$ — операторы Линдблада, γ — коэффициент диссипации моды и N определяет среднее число квантов теплового резервуара. Ниже рассматривается чисто квантовый случай, $N=0$. Гамильтониан взаимодействия для АОПВ в резонансном приближении имеет вид

$$H = \hbar \Delta a^\dagger a + \hbar \chi (a^\dagger a)^2 + \hbar (f(t) a^{+2} + f(t)^* a^2), \quad (2)$$

$$f(t) = \Omega \sum_n \exp(-(t - n\tau)^2 / T^2), \quad (3)$$

где T — временная ширина импульса, τ — временной промежуток между импульсами. Параметр Ω пропорционален амплитуде внешнего поля E , $a^\dagger$ и a являются операторами рождения и уничтожения моды осциллятора, χ — параметр нелинейности и $\Delta = \omega_0 - \omega/2$ есть расстройка между собственной частотой осциллятора и половиной частоты возмущающей силы. Второй и третий члены в гамильтониане описывают фазовую модуляцию моды и параметрическое трехволновое взаимодействие полуклассического внешнего поля с осцилляторной

модой, соответственно.

Если $f(t) = \Omega$, то уравнения (1), (2) описывают случай параметрического возбуждения осциллятора внешним монохроматическим полем. Как было отмечено выше, в этом случае и для установившегося режима удастся найти решения уравнения Фоккера-Планка для P -функции квазираспределения. Приведем для полноты изложения функцию Вигнера моды ω_0 осциллятора, которая выражается через функцию Бесселя

$$W(\alpha) = N e^{-2|\alpha|^2} \left| J_{\lambda-1/2} \left(2\alpha^* \sqrt{r} e^{i\theta} \right) \right|^2 / \left| \alpha^{\lambda-1/2} \right|^2. \quad (4)$$

Здесь N — постоянная нормировки, α — комплексная переменная, соответствующая оператору a и параметры равны $\lambda = (\Delta - i\gamma)/2\chi$, $r = \Omega/\chi$, $\theta = (\phi_L - \pi)/2$, где ϕ_L — фаза амплитуды внешнего поля E .

Очевидно, что это выражение положительно определено на всей фазовой плоскости. Одним из особенностей этой функции Вигнера является то, что она имеет двухпиковую структуру в фазовом пространстве [5]. В области бистабильности структура становится трехпиковой. Два пика для регулярного режима в полуклассическом приближении соответствуют эффекту фазовой локализации, т.е. формированию двух фазовых состояний моды осциллятора выше порога генерации [4]. Было показано, что фазовая локализация имеет место также для АОПВ, когда возбуждение осуществляется на уровне нескольких квантов [8].

В случае импульсного возмущения (см. выражение (3)) аналитическое рассмотрение АОПВ невозможно и должны быть использованы численные методы. Далее, временная эволюция матрицы плотности моды осциллятора вычисляется методом усреднения по траекториям:

$$\rho(t) = M \left(|\Psi_\xi(t)\rangle \langle \Psi_\xi(t)| \right) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum |\Psi_{\xi^{(n)}}(t)\rangle \langle \Psi_{\xi^{(n)}}(t)|, \quad (5)$$

где состояние $|\Psi_\xi(t)\rangle$ удовлетворяет стохастическому уравнению Шредингера, согласно методу диффузии квантового состояния [11], и $\xi^{(n)}$ — стохастическая переменная, по которой проводится усреднение. Детали метода и описание пакета программ приведены в работах [12-14]. Приложения касаются численных исследований в области квантового хаоса [15-19], генерации перепутанных состояний с непрерывными переменными [20-23] и трехфотонных перепутанных состояний [24-26].

Отметим, что формирование неклассических состояний с отрицательной функцией Вигнера для нелинейного наномеханического осциллятора, взаимодействующего с электромагнитной модой в резонаторе в стационарном режиме, показано в [27]. Точное измерение функции Вигнера фотонных состояний ангармонического осциллятора на основе сверхпроводящей джозефсоновской фазовой цепи продемонстрировано в [28] в режиме слабой нелинейности. Получение фоковских состояний в АОПВ без учета диссипативных эффектов рассмотрено в работе [29].

3. Функция Вигнера и суперпозиционные состояния

В этом разделе приводятся результаты вычислений функций Вигнера моды АОПВ в импульсном режиме для различных параметров осциллятора: χ , Ω , Δ , а также параметров гауссовских импульсов. Как показано в работе [8], в случае сильных нелинейностей можно выбрать расстройку между энергетиче-

скими уровнями осциллятора $E_n = E_0 + \hbar\omega + \hbar\chi n^2$ с $n = 0, 1, 2, \dots$, соответствующими фоковским состояниям $|n\rangle$ и несущей частотой лазера так, чтобы селективно заселить низшие фоковские состояния. В частности, выбирая расстройку $\delta = (E_2 - E_0)/\hbar - \omega = 2\Delta + 4\chi$ и параметр Ω/γ , можно эффективно заселить состояние $|2\rangle$ в двухквантовом переходе $|0\rangle \rightarrow |2\rangle$.

В присутствии гауссовских импульсов среднее число возбуждений осциллятора (среднее число фотонов), а также функция Вигнера являются нестационарными и для интервалов времени, которые превосходят характерный интервал времени диссипации $t \gg 1/\gamma$ повторяют периодическую зависимость (3) амплитуды внешнего поля. Ниже мы ограничимся исследованием распределения чисел фотонов и функции Вигнера моды осциллятора для определенных интервалов времени внутри области T — временной ширины импульса, которые, однако, превосходят характерный интервал времени диссипации. На рис. 1 приведены результаты для распределения чисел фотонов (числа возбужденных состояний осциллятора) $P(n)$ и функции Вигнера моды осциллятора для параметров при которых эффективным является двухквантовый переход $|0\rangle \rightarrow |2\rangle$. Как можно заметить, для интервалов $t = k\tau - 2T$, $k = 1, 2, 3, \dots$ мода осциллятора находится в вакуумном состоянии, как следует из распределения рис. 1а и соответственно, функция Вигнера есть гауссовское распределение в фазовом пространстве (рис. 1f).

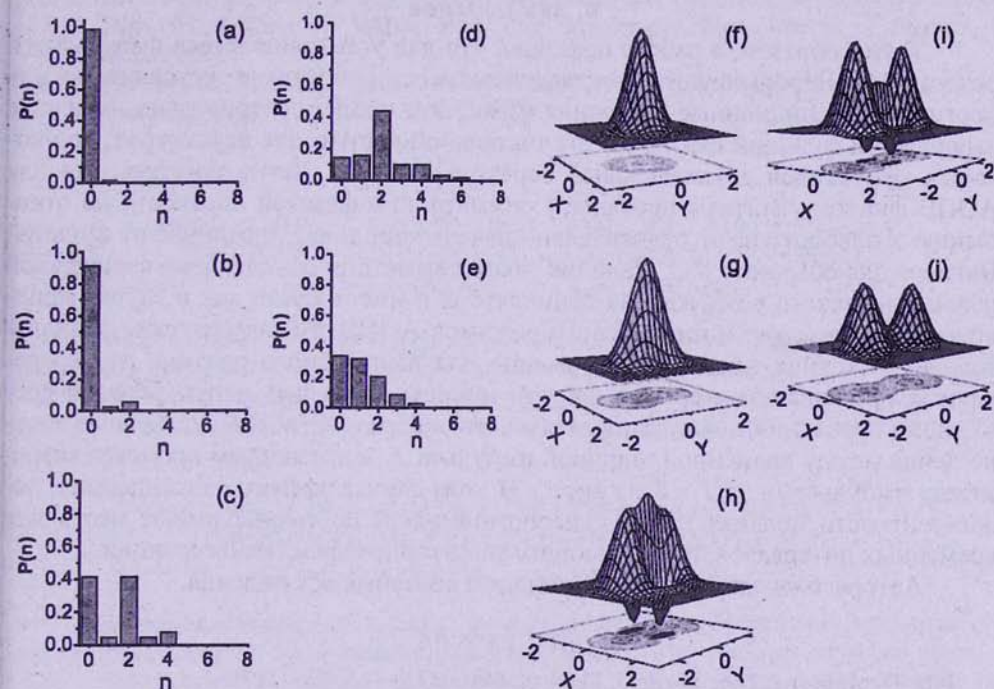


Рис. 1. Распределение числа возбужденных состояний осциллятора для временных интервалов: $t = 2\tau - 2T$ (а); $t = 2\tau - 1.8T$ (б); $t = 2\tau - 0.4T$ (в); $t = 2\tau$ (д); $t = 2\tau + 0.6T$ (е) и соответствующие функции Вигнера для тех же интервалов. Черные контуры на фазовой плоскости соответствуют областям с отрицательными значениями функций Вигнера. Параметры имеют следующие значения $\Delta/\gamma = -2$, $\chi/\gamma = 5$, $\Omega/\gamma = 10$, $\tau = 4/\gamma$, $T = 0.5/\gamma$.

При временной эволюции в области временной ширины импульса для интервала $t = k\tau - 1.8T$ функция Вигнера является сжатой в фазовом пространстве (см. рис.1g), что указывает на формирование сжатых состояний моды осциллятора. Для временных интервалов $t = k\tau - 0.4T$, как следует из рис.1c, эффективным образом заселяются состояния $|0\rangle$ и $|2\rangle$, а функция Вигнера проявляет свойство квантовой интерференции, обусловленной отрицательными частями на фазовой плоскости (рис.1h). Легко заметить, что указанная функция Вигнера приблизительно совпадает с функцией Вигнера чистого суперпозиционного состояния $|\psi\rangle = (|0\rangle + |2\rangle)/\sqrt{2}$.

Необходимо отметить, что, как показывают вычисления, формирование такого состояния происходит для временного интервала, когда среднее число фотонов в моде имеет максимальное значение. При более больших временных интервалах, $t = k\tau$, распределение чисел заполнения является максимальным для состояния $|2\rangle$, хотя другие осцилляторные состояния также заполнены (рис.1d), а функция Вигнера описывает собой формирование двух фазово-локализованных состояний с квантовой интерференцией между ними (рис.1i). Для временных интервалов вблизи концов импульсов, $t = k\tau + 0.6T$, отрицательные части исчезают и функция Вигнера описывает смесь двух фазово-локализованных состояний (см. рис.1j), как для случая АОПВ под действием монохроматического поля [8].

4. Заключение

Таким образом, в работе показано, что для установившегося импульсного режима АОПВ формируются неклассические осцилляторные состояния, в частности, суперпозиционные состояния Фока. Это продемонстрировано на основе вычислений функций Вигнера с отрицательной частью для параметров, при которых эффективен двухквантовый переход $|0\rangle \rightarrow |2\rangle$. Легко заметить, что для АОПВ функции Вигнера проявляют симметрию в фазовой плоскости по отношению к повороту на π относительно начала координат, в отличие от функций Вигнера для обычного АО. Наличие такой симметрии обусловлено спецификой параметрического возбуждения осциллятора и имеет место как в случае монохроматического, так и импульсного режимов АОПВ. Неклассические осцилляторные состояния формируются именно для импульсного режима, на определенных временных интервалах внутри ширины импульса и при условии временной корреляции между импульсами, что подразумевает определенные соотношения между временной шириной импульса T и временным промежутком τ между импульсами ($\tau/T = 8$ на рис.1). В этом случае эффекты диссипации и декогерентности подавляются и суперпозиционные состояния имеют место для временных интервалов, превышающих характерное время декогерентности.

Авторы благодарны А.Р. Шагинян за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. P.D. Drummond, D.F. Walls. J. Phys. A: Math. Gen., 13, 725 (1980).
2. B. Wielinga, G.J. Milburn. Phys. Rev. A, 48, 2494 (1993).
3. F.Di. Filippo, V. Natarajan, K.R. Boyce, D.E. Pritchard. Phys. Rev. Lett., 68 (1992) 2859.
4. G.Yu. Kryuchkyan, K.V. Kheruntsyan. Opt. Commun. 127, 230 (1996).
5. K.V. Kheruntsyan, D.S. Krahmer, G.Yu. Kryuchkyan, K.G. Petrossian. Opt. Commun., 139, 157 (1997).
6. G.Yu. Kryuchkyan, K.V. Kheruntsyan, V.O. Papanyan, K.G. Petrossian. Quantum Semiclass. Opt., 7, 965 (1995).

7. K.V. Kherunstyanyan. J. Opt. B, 1, 225 (1999).
8. Т.В. Геворкян, Г.Ю. Крючкян. Изв. НАН Армении, Физика, 48, 161 (2013).
9. T.V.Gevorgyan, A.R.Shahinyan, G.Yu.Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 79, 053828 (2009).
10. T.V.Gevorgyan, A.R.Shahinyan, G.Yu.Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 85, 053802 (2012).
11. C. Percival. Quantum State Diffusion. Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
12. R. Schack, T.A. Brunn. Comp. Phys. Commun., 102, 210 (1997).
13. H.H. Adamyan, N.H. Adamyan, N.T. Gevorgyan, T.V. Gevorgyan, G.Yu. Kryuchkyan, Physics of Particles and Nuclei Lett., 5, 161 (2008).
14. H. Astsatryan, T. Gevorgyan, A. Shahinyan. Journal of Software Engineering and Applications, 5, 864 (2012).
15. S.T.Gevorkyan, G.Yu. Kryuchkyan, N.T. Muradyan. Phys. Rev. A, 61, 043805 (2000).
16. H.H. Adamyan, S.B. Manvelyan, G.Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. E, 64, 046219 (2001).
17. H.H. Adamyan, S.B. Manvelyan, G.Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 63, 022102 (2001).
18. G.Yu. Kryuchkyan, S.B. Manvelyan. Phys. Rev. Lett., 88, 094101 (2002).
19. G.Yu. Kryuchkyan, S. B. Manvelyan. Phys. Rev. A, 68, 013823 (2003).
20. G.Yu. Kryuchkyan, L.A. Manukyan. Phys. Rev. A, 69, 013813 (2004).
21. H.H. Adamyan, N.H. Adamyan, S.B. Manvelyan, G.Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 73, 033810 (2006).
22. H.H. Adamyan, G.Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. A 74, 023810 (2006).
23. N.H. Adamyan, H.H. Adamyan, G. Yu. Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 77, 023820 (2008).
24. G.Yu. Kryuchkyan, N.T. Muradyan. Phys. Lett. A, 286, 113 (2001).
25. G.Yu. Kryuchkyan, L.A. Manukyan, N.T. Muradyan. Opt. Commun., 190, 245 (2001).
26. D.A.Antonosyan, T.V.Gevorgyan, G.Yu.Kryuchkyan. Phys. Rev. A 83, 043807 (2011).
27. S. Rips, M. Kiffner, I. Wilson-Rae, M.J. Hartmann. New Journal of Physics, 14, 023042 (2012).
28. Y. Shalibo, R. Resh, O. Fogel, et al. arXiv:1208.2441v1 [quant-ph] (2012).
29. W. Leonski. Phys. Rev. A, 54, 3369 (1996).

ԻՄՊՈՒԼՍԱՑԻՆ ՌԵԺԻՄՈՒՄ ՈՉ ԳԵԱՑԻՆ ԴԻՍԻՊԵՏԻՎ
ՏԱՏԱՆԱԿԻ ԲԱՑԱՍԱԿԱՆ ՎԻԳՆԵՐԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆ
Տ.Վ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Գ.Յ. ԿՐՅՈՒՉԿՅԱՆ

Ուսումնասիրված է անհարմոնիկ տատանակի պարամետրական զրգման (ԱՏՊԳ) ներքո բացասական Վիգների ֆունկցիայով ոչ դասական վիճակների ստացումը: Ուսումնասիրված է ԱՏՊԳ վերջնային իմպուլսային ռեժիմի փոխազդեցությունը Գաուսյան լազերային իմպուլսների շարանի հետ: Արդյունքները ստացված են ներառելով դիսիպացիայի և դեկոհերենտության երևույթները:

NEGATIVE WIGNER FUNCTION OF NONLINEAR
DISSIPATIVE OSCILLATOR IN THE PULSED REGIME

T.V. GEVORGYAN, G.Yu. KRYUCHKIAN

Preparation of nonclassical states that are described by negative Wigner functions is studied for an anharmonic oscillator under parametric excitation (AOPE). The over-transient pulsed regime of AOPE driven by a train of Gaussian laser pulses is analyzed. The results are obtained by complete consideration of dissipative and decoherence effects.