

УДК 535.345

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕРХКОРОТКОГО СВЕТОВОГО ИМПУЛЬСА МАЛОЙ ПЛОЩАДИ ЧЕРЕЗ ТРЕХУРОВНЕВУЮ СРЕДУ

М.А. ОГАННИСЯН

Ереванский государственный университет, Армения

mariam.hovh@rambler.ru

(Поступила в редакцию 3 сентября 2012г.)

Исследовано распространение сверхкороткого (циркулярно-поляризованного) светового импульса малой площади через газовую среду трехуровневых атомов вблизи однофотонного резонанса. Выражение для формы проходящего импульса получено в рамках дипольного приближения и приближения вращающейся волны. Сравнение с результатами двухуровневого приближения проведено как аналитически, так и на базе численных расчетов. Сопоставлены синусоидальные и гауссовы формы входных импульсов, выявлена высокая чувствительность модуляции огибающей светового импульса к ее входной форме.

1. Введение

Исследования в сфере изучения распространения когерентной волны через резонансную среду [1-3] выявили некоторые интересные явления для сверхкоротких импульсов малой площади. Теоретические и экспериментальные вычисления показали, что в отличие от импульсов большой площади для импульсов малой площади (когда $\left| \int_{-\infty}^t (dE(z, t') / \hbar) dt' \right| \ll 1$) проявляются качественно новые явления [1]. Во-первых, в отличие от импульсов большой площади, для импульсов малой площади возможно аналитическое решение уравнения Шредингера, т.е. распространение импульсов малой площади возможно охарактеризовать с точностью более высокой степени. Аналитические выражения импульсов малой площади можно использовать при проверке и истолковании численных результатов для импульсов большой площади. Во-вторых, для импульсов, длительность которых короче длительности релаксационных процессов (включая однородное и неоднородное уширения спектра), появляется значительное отклонение от теоремы Биира [4], которая гласит, что при распространении через среду и площадь, и интенсивность импульса уменьшаются по экспоненциальному закону. Теоретические расчеты показывают, что такие сверхкороткие импульсы распространяются в среде без существенных потерь в интенсивности.

В настоящей работе рассмотрено распространение сверхкороткого светового импульса малой площади через газовую среду трехуровневых атомов V-типа. Расчеты сопоставлены с результатами для газа из двухуровневых атомов [5]. Обсуждена также чувствительность модуляции огибающей поля по отношению к ее входной форме.

2. Модель атома в поле когерентного излучения

Рассмотрим взаимодействие сверхкороткого, циркулярно-поляризованного слабого импульса малой площади с газом трехуровневых атомов. Из-за малой концентрации газа коллективные эффекты атомов не учитываются и предполагается, что поле взаимодействует с газом из свободных атомов. Так как обсуждается распространение сверхкороткого импульса малой площади, то релаксационными процессами атомов можно пренебречь. Тогда гамильтониан системы “атом+поле” в дипольном приближении имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}(z, t), \quad (1)$$

где $\hat{H}_0$ – гамильтониан свободного атома, а

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_0(z, t)e^{i(\omega t - kz)} + \text{с.с.} \quad (2)$$

– напряженность электрического поля. Здесь $\mathbf{E}_0(z, t)$ является медленно меняющейся амплитудой напряженности электрического поля, ω – несущая частота, а $k = \omega/c$ – вакуумный волновой вектор пробного поля.

Для дальнейших вычислений вводятся круговые компоненты для оператора дипольного момента и для амплитуды электрического поля

$$\hat{d}_{\pm} = \hat{d}_x \pm i\hat{d}_y, \quad E_{0\pm}(z, t) = (E_{0x}(z, t) \pm iE_{0y}(z, t))/2. \quad (3)$$

Рассмотрим случай циркулярно-поляризованного входящего поля, например, с положительной поляризацией, то есть $E_{0-}(0, t) = 0$.

Если для краткости энергетические уровни на рис.1 снизу вверх обозначить через 1, 2, 3, то волновую функцию атома в поле можно представить в виде

$$\psi = a(t)|1\rangle e^{-\frac{i}{\hbar}\epsilon_1 t} + b(t)|2\rangle e^{-\frac{i}{\hbar}\epsilon_2 t} + c(t)|3\rangle e^{-\frac{i}{\hbar}\epsilon_3 t}, \quad (4)$$

где $a(t)$ – амплитуда вероятности основного состояния, а $b(t)$ и $c(t)$ – амплитуды возбужденных состояний. Рассматривается случай, когда вся заселенность атомов до взаимодействия находится на основном уровне 1, то есть при $t < 0$ $a(t) = 1$. Так как газ взаимодействует только со слабым пробным полем, то можно считать, что $a(t) \approx 1$ и для $t > 0$. Следовательно, искомыми являются только амплитуды вероятностей возбужденных уровней $b(t)$ и $c(t)$.

Для численных расчетов рассматривается некоторый пар щелочного металла, например, натрия, где вся заселенность атомов до взаимодействия находится на основном состоянии $nS_{-1/2}$. На рис.1 показаны рабочие уровни и схема взаимодействия поля со средой.

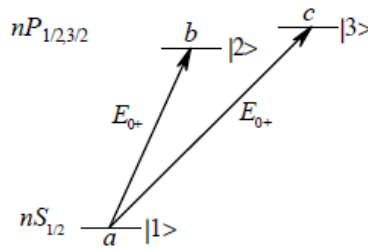


Рис.1. Схематическое представление трехуровневой атомной системы.

Для вычисления амплитуд вероятностей возбужденных уровней атома нужно подставить волновую функцию (4) в уравнение Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi \quad (5)$$

с гамильтонианом (1). После стандартных вычислений для амплитуд вероятностей возбужденных уровней атома получаем

$$b(t) = \frac{i}{\hbar} d_{21} e^{ikz} \int_0^t E_{0+}^*(t', z) e^{-i\Delta_{21}t'} dt', \quad (6)$$

$$c(t) = \frac{i}{\hbar} d_{31} e^{ikz} \int_0^t E_{0+}^*(t', z) e^{-i\Delta_{31}t'} dt', \quad (7)$$

где через d_{ij} обозначены матричные элементы дипольного момента $i|\hat{d}_+|j$ [6], а

через $\Delta_{21} = \omega_{21} - \omega$, $\Delta_{31} = \omega_{31} - \omega$ – соответствующие расстройки однофотонного резонанса. Нижний предел $t=0$ в интегралах (6) и (7) соответствует моменту, когда передний фронт импульса падает на границу среды $z=0$.

3. Распространение поля через среду

Выражения (6) и (7), представляющие собой динамику первоначально незаселенных возбужденных уровней, были получены в рамках теории возмущений по напряженности электрического поля и приближения вращающейся волны [7].

Перейдем к определению напряженности электрического поля в газе. Так как рассматривается случай положительно-поляризованной входящей волны, то существует только один показатель преломления n_+ (). Следовательно, если на входе в среду отрицательно-поляризованный компонент отсутствует, то при прохождении поля в газе его индуцирование невозможно. Для определения положительно-поляризованной компоненты амплитуды электрического поля в газе перейдем к волновому уравнению

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E_+ = \frac{4\pi N}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \langle \hat{d}_+ \rangle, \quad (8)$$

где N – концентрация газа, c – скорость света в вакууме, а символ $\langle \dots \rangle$ обозначает квантовомеханическое усреднение оператора дипольного момента по волновой функции (4). После стандартных вычислений для укороченного уравнения амплитуды электрического поля [8-10] получаем

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) E_{0+}(z, t) = -\frac{2\pi N \omega}{\hbar c} \int_0^t \left(|d_{12}|^2 e^{i\Delta_{21}(t'-t)} + |d_{13}|^2 e^{i\Delta_{31}(t'-t)} \right) E_{0+}(z, t') dt'. \quad (9)$$

Сделаем замену переменных $\tau = t - z/c$ и $\eta = z$. Тогда уравнение для амплитуды электрического поля (9) в новых переменных примет вид

$$\frac{\partial E_1(\tau, \eta)}{\partial \eta} + \frac{2\pi N \omega}{\hbar c} \int_0^\tau \left(|d_{13}|^2 e^{i\Delta(\tau-\tau')} + |d_{12}|^2 e^{-i\Delta(\tau-\tau')} \right) E_1(\tau', \eta) d\tau' = 0, \quad (10)$$

$$E_1(\tau, \eta) = E_{0+}(\tau, \eta) e^{i \frac{\Delta_{21} + \Delta_{31}}{2} \tau}, \quad \Delta = (\Delta_{21} - \Delta_{31}) / 2. \quad (11)$$

Для решения интегро-дифференциального уравнения (10) введем новую

искомую функцию $E_1(\tau, \eta) = \left(\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \Delta^2 \right) E_2(\tau, \eta)$. После подстановки в уравнение (10) для амплитуды электрического поля получается обыкновенное дифференциальное уравнение третьего порядка

$$\left(\frac{\partial^3}{\partial \tau^2 \partial \eta} + \Delta^2 \frac{\partial}{\partial \eta} + \alpha_1 \frac{\partial}{\partial \tau} - i \Delta \alpha_2 \right) E_2(\tau, \eta) = 0, \quad \alpha_{1,2} = \frac{2\pi N \omega}{\hbar c} (|d_{12}|^2 \pm |d_{13}|^2). \quad (12)$$

Это уравнение удобно решить методом Лапласа [11], применяя его относительно безразмерной пространственной координаты $\sigma = k\eta$. Тогда для Лаплас-образа

амплитуды электрического поля $U(\sigma, s) = \int_0^\infty E_2(\sigma, \zeta) e^{-\zeta s} d\zeta$ получается следующее уравнение:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \sigma^2} + \frac{\alpha_1}{k \Delta s} \frac{\partial}{\partial \sigma} - \frac{i \alpha_2}{k \Delta s} + 1 \right) U(\sigma, s) = \frac{1}{\Delta^2 s} E_1(\sigma, 0), \quad (13)$$

решение которого представляет из себя выражение

$$U(\sigma, s) = C_1(s) e^{\beta_1 \sigma} + C_2(s) e^{\beta_2 \sigma} + \frac{1}{\Delta^2 s (\beta_2 - \beta_1)} \int_0^\sigma (e^{\beta_2(\sigma - \sigma')} - e^{\beta_1(\sigma - \sigma')}) E_1(\sigma', 0) d\sigma', \quad (14)$$

где $\sigma = \tau \Delta$, а $\beta_{1,2} = -\alpha_1 / (2 \Delta k s) \pm \sqrt{\alpha_1^2 / (2 \Delta k s)^2 + i \alpha_2 / (\Delta k s) + 1}$.

Функции $C_{1,2}(s)$ определяются с помощью начальных условий. Так как из определения функции $E_2(\sigma, s)$ следует, что $E_2(0, s) = (\partial E_2(\sigma, s) / \partial \sigma)|_{\sigma=0} = 0$ то для соответствующего Лаплас-образа получаются начальные условия $U(0, s) = (\partial U(\sigma, s) / \partial \sigma)|_{\sigma=0} = 0$. Следовательно, $C_1(s) = C_2(s) = 0$ при любых s .

Для того, чтобы окончательно определить амплитуду электрического поля нужно сделать обратное Лаплас-преобразование [11] для функции $U(\sigma, s)$, определенной с помощью уравнения (13). Так как для натрия матричные элементы дипольного момента $|d_{12}|^2 \gg 4|d_{13}|^2$, то под квадратным корнем в выражении (14) можно брать $\beta_1 \approx \beta_2$. Тогда для $\beta_1 \approx \beta_2$ в выражении (14) получается

$$\beta_{1,2} = -\frac{\alpha_1 \mp \alpha_2}{2 \Delta k s} \pm i. \quad (15)$$

После подстановки (15) в уравнение (14) для Лаплас-образа амплитуды электрического поля окончательно получается

$$U(\sigma, s) = -\frac{k}{(\alpha_2 \Delta + 2 i s \Delta^2 k)} \int_0^\sigma \left(e^{-\left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2 \Delta k s} + i\right)(\sigma - \sigma')} - e^{-\left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2 \Delta k s} - i\right)(\sigma - \sigma')} \right) E_1(\sigma', 0) d\sigma'. \quad (16)$$

Так как величина $\frac{\alpha_2}{2 \Delta k s} \ll 2 i s \Delta^2 k$ для всего диапазона изменения s , то ее можно отбросить. Тогда выражение (16) легко обращается с помощью табличных интегралов [11] и для функции $E_2(\sigma, s)$, определенной с помощью уравнения (12), получается

$$\begin{aligned}
E_2(\sigma, \zeta) = & -\frac{1}{2i\Delta^2} \int_0^\sigma \left(J_0[\xi_1(\sigma, \sigma', \zeta)] e^{-i(\sigma-\sigma')} - \right. \\
& \left. - J_0[\xi_2(\sigma, \sigma', \zeta)] e^{i(\sigma-\sigma')} \right) E_1(\sigma', 0) d\sigma', \\
\xi_{1,2}(\sigma, \sigma', \zeta) = & 2\sqrt{(\alpha_1 \pm \alpha_2)(\sigma - \sigma')\zeta / (2\Delta k)}.
\end{aligned} \tag{17}$$

После подстановки выражения (17) в уравнение (12) для амплитуды электрического поля окончательно получаем

$$\begin{aligned}
E_{0+}(\sigma, \zeta) = & E_{0+}(\sigma, 0) - \frac{i}{2} \frac{\alpha_2 \zeta}{\Delta k} E_{0+}(\sigma, 0) + \\
& + \frac{i}{2} \int_0^\sigma \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial J_0[\xi_1(\sigma, \sigma', \zeta)]}{\partial \sigma} e^{-2i\sigma} \right) e^{i \frac{\Delta_{21}\sigma' - \Delta_{31}\sigma}{\Delta}} E_{0+}(\sigma', \zeta) d\sigma' - \\
& - \frac{i}{2} \int_0^\sigma \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial J_0[\xi_2(\sigma, \sigma', \zeta)]}{\partial \sigma} e^{2i\sigma} \right) e^{i \frac{\Delta_{31}\sigma' - \Delta_{21}\sigma}{\Delta}} E_{0+}(\sigma', \zeta) d\sigma',
\end{aligned} \tag{18}$$

где $J_0[f]$ – функция Бесселя нулевого порядка. Уравнение (18) представляет из себя аналитическое выражение для эволюции амплитуды электрического поля в рамках теории возмущений, а также в пределах приближения вращающейся волны и приближения (15).

4. Численные результаты. Обсуждение

В предыдущем разделе обсуждалось взаимодействие поля со средой, состоящей из газа трехуровневых атомов. Сопоставим эти результаты с известными выражениями для газа из двухуровневых атомов [5].

Если в уравнении (18) подставить $|d_{13}|^2 = 0$, т.е. $\alpha_1 = \alpha_2$, то получается выражение для амплитуды электрического поля в газе из двухуровневых атомов:

$$E_{0+}(\sigma, \zeta) = E_{0+}(\sigma, 0) + \int_0^\sigma \frac{\partial J_0[\xi_1(\sigma, \sigma', \zeta)]}{\partial \sigma} e^{-i \frac{\Delta_{21}}{\Delta}(\sigma - \sigma')} E_{0+}(\sigma', 0) d\sigma'. \tag{19}$$

На рис.2 представлена зависимость относительной интенсивности выходящего из газа поля с входящим синусоподобным огибающим импульсом в виде

$$E_{0+}(\sigma, 0) = \begin{cases} \sin^2 \sigma, & 0 < \sigma < \pi \\ 0, & \sigma < 0, \quad \sigma > \pi. \end{cases} \tag{20}$$

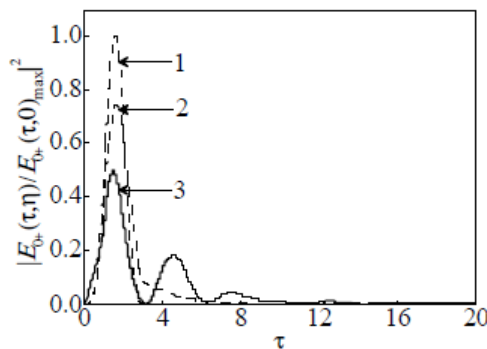


Рис.2. Зависимость относительной интенсивности выходящего из среды поля в случае (1) отсутствия среды, (2) газа двухуровневых атомов, (3) газа трехуровневых атомов. Здесь $\omega_{12} = 3 \cdot 10^{12}$ Гц, $z = 10$ см, $N = 3 \cdot 10^{12}$ см $^{-3}$.

Как видно на рис.2, у поля, выходящего из среды трехуровневых атомов, число и амплитуда осцилляций больше по сравнению с двухуровневым. Это обусловлено тем, что в случае двухуровневого атомного газа поле взаимодействует только с одним дипольно-разрешенным энергетическим переходом. При рассмотрении трехуровневых атомов дипольно-разрешенных энергетических переходов становится двое. В результате интерференции этих двух переходов амплитуда и число осцилляций у выходящего из среды поля больше, чем у двухуровневых атомов.

Также были сравнены интенсивности выходящего из газа двухуровневых атомов поля с входящим синусоподобным огибающим импульсом (20) и гауссовским импульсом [5]. Полуширины и максимальные интенсивности полей выбраны одинаковыми (рис.3).

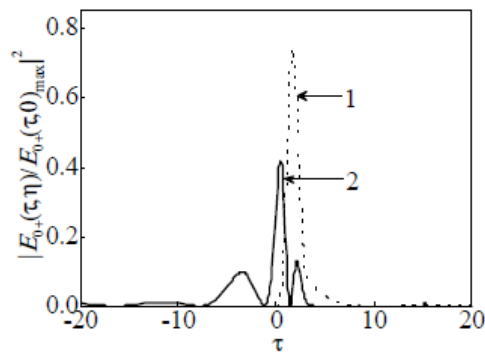


Рис.3. Зависимость относительной интенсивности выходящего поля из газа двухуровневых атомов с входящим (1) синусоподобным огибающим импульсом (как показано на рис.1) и (2) гауссовским импульсом с одинаковыми полуширинами.

Как видно из рис.3, модуляция огибающей светового импульса и, следовательно, показатель преломления, очень чувствительны к его входной форме. У выходящего из среды импульса с входящим гауссоподобным видом и осцилляции, и амплитуды осцилляций больше, в силу чего максимальное значение значительно меньше, чем у синусоподобного. Это обусловлено тем, что ультракороткий импульс с малой площадью не успевает взаимодействовать с веществом и вид входящего импульса на выходе из среды почти не изменяется.

5. Заключение

В настоящей работе рассмотрено распространение сверхкороткого, циркулярно-поляризованного светового импульса малой площади через резонансную среду трехуровневых атомов. Получено аналитическое выражение для выходящего из среды поля в рамках дипольного приближения и приближения вращающейся волны. Полученные результаты сопоставлены с результатами для двухуровневой модели и показано, что у газа трехуровневых атомов число и амплитуда осцилляций выходящего из среды поля существенно больше по сравнению с двухуровневым. Также сопоставлены синусоидальные и

гауссовские формы входных импульсов, вследствие чего была выявлена высокая чувствительность модуляции огибающей светового импульса от его входной формы.

Автор выражает благодарность А.Ж. Мурадян за постановку задачи и полезные обсуждения. Работа выполнена в рамках гранта Госкомитета науки МВОН Армении 11-1с215.

ЛИТЕРАТУРА

1. **S.L. McCall, E.L. Hahn.** Phys. Rev. Letters, **18**, 908 (1967).
2. **G.B. Hocker, C.L. Tang.** Phys. Rev. Letters, **21**, 591 (1968).
3. **C.K. Rhodes, A. Szoke.** Phys. Rev. Letters, **25**, 184 (1969).
4. **A. Beer.** Ann. Chem. Phys., **86**, 78 (1852).
5. **M.D. Crisp.** Phys. Rev. A, **1**, 1604 (1970).
6. **Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц.** Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М., Наука, 1974.
7. **Н.Б. Делоне, Б.П. Крайнов.** Атом в сильном световом поле. М., Энергоатомиздат, 1984.
8. **F.T. Arrechi, R. Bonifacio.** IEEE J. Quant. Electron. QE-1, 169 (1965).
9. **R. Feynman, F. Vernon, R. Hellwarth,** J. Appl. Phys., **28**, 49 (1957).
10. **M.D. Crisp.** Opt. Commun., **1**, 59 (1969).
11. **M. Abramowitz, I.A. Stegun.** Handbook of mathematical functions. New York, Dover Publications, 1970.

!

ՓՈՔԻ ՄԱԿԵՐԵՍՈՎ ԳԵՐԿԱՐՃ ԼՈՒՍԱՅԻՆ ԻՄՊՈՒԼՍԻ
ՏԱՐԱԾՈՒՄԸ ԵՌԱՄԱԿԱՐԴԱԿ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՎ

Մ.Հ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Հետազոտված է գերկարճ (շրջանային բևեռացված) փոքր մակերեսով լուսային իմպուլսի տարածումը եռամակարդակ ատոմների զազային միջավայրով միաֆոտոն ռեզոնանսի պայմաններում: Նյութում տարածվող իմպուլսի տեսքի արտահայտությունը ստացված է դիպոլային մոտավորության և պտտվող ալիքի մոտավորության շրջանակներում: Համեմատությունը երկմակարդակ մոտավորության հետ կատարված է ինչպես անալիտիկորեն, այնպես էլ թվային հաշվարկների միջոցով: Սինուսանման և գաուսյան տիպի մուտքային իմպուլսների համեմատության արդյունքում ցույց է տրված ելքային իմպուլսի բարձր կարգի զգայունությունը կախված մուտքայինի տեսքից:

SMALL-AREA ULTRASHORT PULSE PROPAGATION THROUGH A THREE-LEVEL MEDIUM

M.H. HOVHANNISYAN

We study an ultrashort, small-area (circular polarized) pulse propagation through a gas medium of three-level atoms near one photon-resonance condition. The expression for the propagated pulse is obtained in frame of the rotated wave and dipole wave approximations. A comparison with the results for two-level model is made both analytically and numerically. Sinusoidal and Gaussian shapes of input pulses are compared, and a high sensitivity of modulation of the light pulse envelop to its input shape is revealed.