

УДК 535.14

## ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ОСЦИЛЛЯТОРНЫХ СОСТОЯНИЙ И СИММЕТРИЯ В ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Т.В. ГЕВОРГЯН<sup>1†</sup>, Г.Ю. КРЮЧКЯН<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак, Армения

<sup>2</sup>Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

<sup>†</sup>e-mail: t\_gevorgyan@ysu.am

(Поступила в редакцию 15 сентября 2012 г.)

Исследовано возбуждение диссипативного нелинейного осциллятора под действием монохроматической силы на уровне нескольких квантов. С этой целью рассмотрен оптический параметрический осциллятор, комбинированный с фазовой модуляцией, в котором мода осциллятора в резонаторе возбуждается через процесс вниз-конверсии под действием монохроматического поля лазера. Вычислены временные осцилляции раби-фоковских состояний и исследованы свойства моды осциллятора в фазовом пространстве на основе функций Вигнера.

### 1. Введение

В последнее время разработка искусственных нелинейных осцилляторных систем в строгом квантовом режиме представляет большой интерес для применений в квантовых технологиях, в частности, для инженерии квантовых состояний и квантовой логики [1,2]. Такие системы также используются для сверхтонких измерений [3] и как модели для исследования нелинейных явлений [4]. Это направление эффективно развивается благодаря разработке техники приготовления нано-механических и нано-оптико-электрических осцилляторов, а также нелинейных осцилляторов на основе джозефсоновского перехода в области низких температур, в строгом квантовом режиме (см. [2] и приведенные ссылки). Как известно, для обычного осциллятора энергетические уровни состояний Фока  $|n\rangle$  являются эквидистантными. Для нелинейного осциллятора эквидистантность осцилляторных уровней энергии нарушается и появляется возможность селективного заселения фоковских состояний. Это обстоятельство было продемонстрировано для приготовления низших фоковских состояний ангармонического осциллятора в импульсном режиме [5], для исследования модулированного по времени ангармонического осциллятора в мезо-режиме [6] при наличии диссипации и для осциллятора с чирпом при наличии квантовых флуктуаций [7,8]. В настоящей статье рассмотрен ангармонический осциллятор под действием параметрического возбуждения (АОПВ). Одной из реализаций

такой модели может быть хорошо известная схема оптического параметрического осциллятора (ОПО), комбинированного с фазовой модуляцией, в которой мода осциллятора в резонаторе возбуждается через процесс вниз-конверсии под действием монохроматического поля лазера. В резонатор включен нелинейный элемент с восприимчивостью третьего порядка, который ведет к фазовой модуляции моды или к керровской ангармоничности. Эта система была ранее рассмотрена в специальном случае без эффектов диссипации [9], а также в последовательном квантовом подходе [10,11] для установившегося режима, для больших временных интервалов и в случае достаточно большого уровня числа возбужденных состояний. В этой работе рассматривается временная эволюция системы и строгий квантовый режим, в котором возбуждаются только низшие состояния осциллятора.

Необходимо отметить, что комбинационные системы в резонаторах обладают рядом свойств, которые отсутствуют в каждом из подсистем в отдельности (см. обзорную статью [12], а также [13]). Таким образом, мода ангармонического осциллятора вследствие параметрического двухквантового возбуждения приобретает нетривиальную динамику по аналогии с атомом в бихроматическом поле [14-16], а также новую симметрию в фазовом пространстве по сравнению со случаем ангармонического осциллятора под действием обычного возбуждения (см. ниже).

## 2. Оптический параметрический осциллятор с фазовой модуляцией

Гамильтониан взаимодействия для ангармонического осциллятора под действием параметрического возбуждения в приближении вращающейся волны имеет следующий вид:

$$H = \hbar\Delta a^+ a + \hbar\chi (a^+ a)^2 + \hbar(\Omega a^{+2} + \Omega^* a^2), \quad (1)$$

где параметр  $\Omega$  пропорционален амплитуде внешней силы  $E$ ,  $a^+$  и  $a$  являются операторами рождения и уничтожения моды осциллятора,  $\chi$  – параметр нелинейности и  $\Delta = \omega_0 - \omega/2$  есть расстройка между собственной частотой осциллятора и половиной частоты возмущающей силы. Второй и третий члены в гамильтониане описывают фазовую модуляцию моды и параметрическое трехволновое взаимодействие полуклассического внешнего поля с осцилляторной модой, соответственно.

Отметим, что эта модель может быть реализована для некоторых физических систем. Одним из наиболее удобных представляется линейная цепь, в которую включен джозефсоновский сверхпроводящий элемент с нелинейным осцилляторным потенциалом (см., например, работы по теории [17] и эксперименту [18]). Показано, что гамильтониан такого резонатора (линеаризованной цепи) для нормальных осцилляторных мод имеет форму, аналогичную гамильтониану (1) [19]. Он содержит, как керровские нелинейные члены, так и параметрические члены, которые соответствуют параметрическому усилению [20].

Существенно, что параметр нелинейности осциллятора может быть получен для разных режимов от слабой до очень сильной нелинейностей по отношению к параметру диссипации моды; таким образом, указанные системы могут быть приготовлены в строгом квантовом режиме.

В случае, когда возбуждение моды отсутствует, энергетические уровни ангармонического осциллятора, соответствующие фоковским состояниям  $|n\rangle$ , равны  $E_n = E_0 + \hbar\omega_0 n + \hbar\chi n^2$  с  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Таким образом, вследствие нелинейного вклада энергетический спектр является не эквидистантным и появляется возможность селективно заселить разные фоковские состояния осциллятора. В частности, выбирая расстройку  $\delta = (1/\hbar)(E_2 - E_0) - \omega = 2\Delta + 4\chi$  и параметр  $\Omega/\gamma$ , можно эффективно заселить фоковское состояние  $|2\rangle$  в параметрическом двухквантовом переходе  $|0\rangle \rightarrow |2\rangle$ . Для иллюстрации, низшие состояния осциллятора и двухквантовые переходы приведены на рис.1.

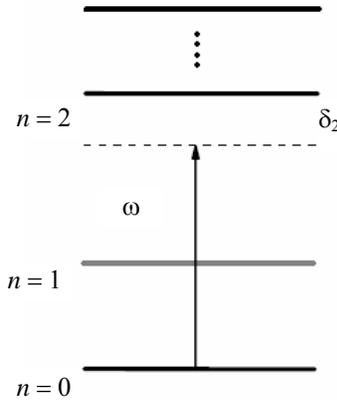


Рис.1. Уровни энергии и переход  $|0\rangle \rightarrow |2\rangle$  для ангармонического осциллятора с параметрическим двухфотонным возбуждением.

Такая система диссипативна вследствие затухания моды на зеркалах резонатора и из-за квантовых флуктуаций. Эффекты диссипации и декогеренции рассматриваются здесь в рамках уравнения для оператора плотности моды осциллятора:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_i \left( L_i \rho L_i^\dagger - \frac{1}{2} L_i^\dagger L_i \rho - \frac{1}{2} \rho L_i^\dagger L_i \right), \quad (2)$$

где  $L_1 = \sqrt{N\gamma}a^\dagger$ ,  $L_1 = \sqrt{(N+1)\gamma}a$  есть операторы Линдблада,  $\gamma$  – коэффициент диссипации моды и  $N$  определяет среднее число квантов теплового резервуара. Ниже рассматривается чисто квантовый случай,  $N = 0$ .

Для установившегося режима, для больших временных интервалов, аналитическое решение уравнения Фоккера–Планка для этой системы, а также распределения чисел фотонов моды (чисел возбуждения осциллятора) и функции Вигнера были получены в работах [10,11] с учетом квантового шума во

всех порядках теории возмущений. Правильность такого решения до сих пор не анализирована для строго квантового режима, который имеет место, если отношение нелинейного параметра к коэффициенту диссипации,  $\chi/\gamma$ , не мало и число возбужденных состояний осциллятора составляет несколько квантов. Такое аналитическое решение не представляется возможным получить для произвольных временных интервалов. Поэтому в этой работе используется численное моделирование уравнения (2) в рамках метода диффузии квантового состояния и метода квантовых траекторий [21]. Детали вычислений и приложения метода для исследования квантово-оптических систем приведены в работах [22-37].

Вначале приведем результаты полуклассического приближения для интенсивности моды  $n$  (в единицах чисел фотонов) и фазы амплитуды поля моды  $\phi$ , которые выражаются через амплитуду моды осциллятора  $\alpha = n^{1/2} \exp(i\phi)$ . В режиме выше порога эти величины даются следующими выражениями:

$$n = \frac{\gamma}{2\chi} \left[ \frac{\Delta}{\gamma} + (J-1)^{1/2} \right], \quad \sin(\Phi - 2\phi) = J^{1/2}, \quad (3)$$

где  $J = I\Omega^2/\gamma^2$ ,  $\Phi$  есть фаза и  $I$  – интенсивность внешнего поля с амплитудой  $E = I^{1/2} \exp(i\Phi)$ . Режим выше порога имеет место, если  $I > I_{th} = (\gamma^2/\Omega^2) \times (1 + \Delta^2/\gamma^2)$ , а моностабильное поведение реализуется для отрицательных расстройок. Эти результаты получены в установившемся режиме, для случая больших чисел фотонов,  $n \gg 1$  [10]. Ниже приводятся результаты анализа в рамках рассмотрения матрицы плотности моды осциллятора.

### 3. Раби осцилляции и функции Вигнера для режима возбуждения на уровне нескольких квантов

Рассмотрим теперь строгий квантовый режим для моностабильной динамики осциллятора для случая сильных нелинейностей,  $\chi/\gamma \geq 1$ , тогда возможно селективно возбудить несколько нижних уровней нелинейного осциллятора. С этой целью предполагаем, что близким к резонансному является двухквантовый переход  $|0\rangle \rightarrow |2\rangle$ , т.е. расстройка  $\delta = (1/h)(E_2 - E_0) - \omega = 2\Delta + 4\chi$  мала; конкретно принимается, что  $\delta = 16\gamma$  и  $\Omega/\gamma = 7$ . Такая расстройка реализуется, в частности, если  $\Delta/\gamma = -2$  и  $\chi/\gamma = 5$ . Для этих параметров расстройка для другого двухквантового перехода  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ , а именно,  $\delta = (1/h)(E_3 - E_1) - \omega = 2\Delta + 8\chi$  равна  $\delta = 36\gamma$ , т.е. намного больше, чем расстройка для перехода  $|0\rangle \rightarrow |2\rangle$ . Таким образом, можно предположить, что поведение АОПВ будет аналогично поведению двухуровневого атома.

Полученные результаты подтверждают это утверждение. Численные результаты приведены на рис.2 для временной эволюции среднего числа фотонов (среднего числа возбуждений осциллятора) и вероятностей низших состояний  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$ , а также распределений числа фотонов в моде и функции Вигнера в стационарном режиме. Мы полагаем, что в начальный момент времени система находится в вакуумном состоянии. На рис.2а приведена временная эволюция среднего числа фотонов. Как легко заметить, населенности состояний, связан-

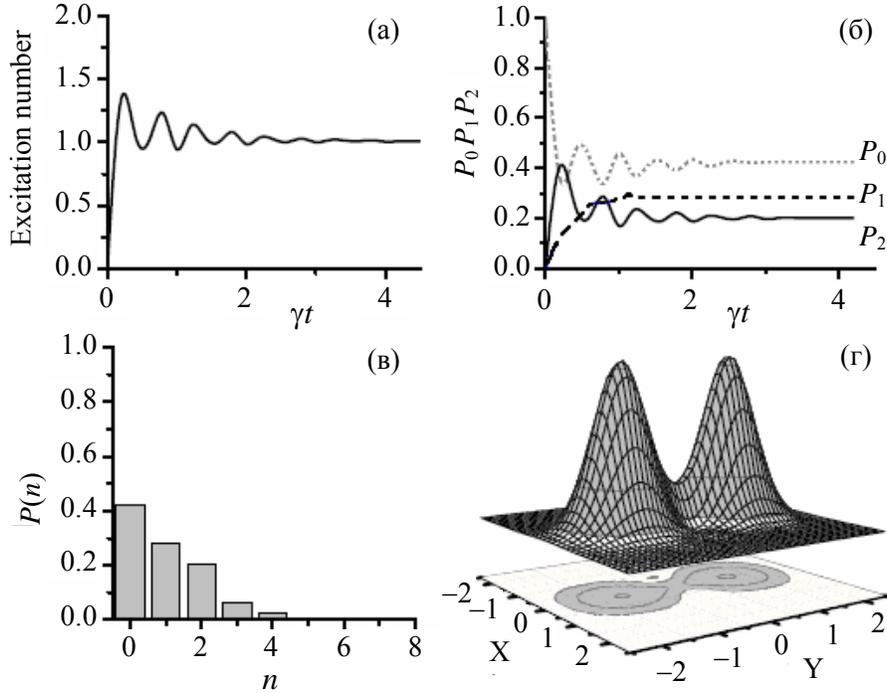


Рис.2. Временная эволюция среднего числа фотонов (а); временные осцилляции Раби населенностей низших фоковских состояний (б); распределение вероятностей чисел фотонов (в) и функция Вингера (г) в стационарном режиме. Параметры равны  $\Delta/\gamma = -2$ ,  $\Omega/\gamma = 7$ .

ных условием резонанса, показывают характерную квантовую динамику осцилляций Раби (см. рис.2б) двухуровневой системы. Эти осцилляции затухают по времени из-за диссипации. Что касается вероятности состояния  $|1\rangle$ , то она показывает монотонное поведение. Распределение фотонов в стационарном режиме представлено на рис.2в, которое соответствует результатам рис.2б для больших временных интервалов. Функция Вигнера моды осциллятора в стационарном режиме представлена на рис.2г. Интересно отметить, что функция Вигнера имеет двухпиковую структуру в фазовом пространстве и симметрию по отношению к повороту на  $\pi$  относительно начала координат. Такое явление, известное как локализация фаз, было продемонстрировано ранее для вырожденного оптического параметрического осциллятора выше порога генерации и связано с образованием двух фазовых состояний моды субгармоники. Локализация фазы имеет место также для ОПО, комбинированного с фазовой модуляцией, рассматриваемого в данной работе. Действительно, наличие двух фазовых состояний моды осциллятора в полуклассическом приближении, в режиме надпороговой генерации следует из формул (3), а в квантовом подходе двухфазовая локализация была продемонстрирована в рамках функции Вигнера для случая очень большого числа фотонов [11]. Здесь показано, что локализация в фазовом пространстве имеет место также для строгого квантового режима АОПВ, в слу-

чае, когда только низшие состояния осциллятора возбуждаются или генерация ОПО с фазовой модуляцией осуществляется на уровне двух-трех осцилляторных квантов. Такая фазовая симметрия имеет общую природу и следует из симметрии взаимодействия (1) и диссипативных членов в уравнении Линдблада (2).

Авторы благодарны А.Р. Шагинян за полезные обсуждения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **S.Haroche, J.M.Raimond.** Exploring the Quantum-Atoms, Cavities and Photons, Ch.3. Oxford Univ. Press, Oxford, UK, 2006.
2. **J.Q.You, F.Nori.** Nature, **474**, 585 (2011); **I.Buluta, S.Ashhab, F.Nori.** Rep. Prog. Phys., **74**, 104401 (2011).
3. **G.L.Baker, J.A.Blackburn.** The Pendulum. Oxford Univ. Press, 2005.
4. **H.Khalil.** Nonlinear Systems. Prentice-Hall, 1996.
5. **T.V.Gevorgyan, A.R.Shahinyan, G.Yu.Kryuchkyan.** Phys. Rev. A, **79**, 053828 (2009).
6. **T.V.Gevorgyan, A.R.Shahinyan, G.Yu.Kryuchkyan.** Phys.Rev. A, **85**, 053802 (2012).
7. **K.W.Murch, R.Vijay, I.Barth, et al.** Nat. Phys. Lett., **7**, 105 (2011).
8. **I.Barth, L.Friedland, O.Gat, A.G.Shagalov.** Phys. Rev. A, **84**, 013837 (2011).
9. **B.Wielinga, G.J.Milburm.** Phys. Rev. A, **48**, 2494 (1993); Phys. Rev. A, **49**, 5042 (1994).
10. **G.Yu.Kryuchkyan, K.V.Kheruntsyan,** Opt. Comm., **120**, 132 (1996).
11. **K.V.Kheruntsyan, D.S.Krahmer, G.Yu.Kryuchkyan, K.G.Petrosian.** Opt. Comm., **139**, 157 (1997).
12. **S.M.Saltiel, A.A.Sukhorukov, Y.S.Kivshar.** Prog. Optics, **47**, 1 (2004).
13. **K.V.Kheruntsyan, G.Yu.Kryuchkyan, N.T.Mouradyan, K.G.Petrosian.** Phys. Rev. A, **57**, 535 (1998).
14. **M.Jakob, G.Yu.Kryuchkyan.** Phys. Rev. A, **58**, 767 (1998).
15. **G.Yu.Kryuchkyan, M.Jakob, A.S.Sargsian.** Phys. Rev. A, **57**, 2091 (1998).
16. **M.Jakob, G.Yu.Kryuchkyan.** Phys. Rev. A, **57**, 1355 (1998).
17. **J.Bourassa, J.M.Gambetta, et al.** Phys. Rev. A, **80**, 032109 (2009).
18. **T.Niemczyk, F.Deppe, H.Huebl, E.P.Menzel, et al.** Nat. Phys., **6**, 772 (2010).
19. **J.Bourassa, F.Beaudoin, Jay M.Gambetta, A.Blais.** Phys. Rev. A, **86**, 013814 (2012).
20. **T.Yamamoto, K.Inomata, M.Watanabe, et al.** Appl. Phys. Lett., **93**, 042510 (2008).
21. **I.C.Percival.** Quantum State Diffusion. Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
22. **R.Schack, T.A.Brunn.** Comp. Phys. Commun., **102**, 210 (1997).
23. **S.M.Tan.** J. Opt. B, **1**, 424, (1999).
24. **S.T.Gevorkyan, G.Yu.Kryuchkyan, N.T.Muradyan.** Phys. Rev. A, **61**, 043805 (2000).
25. **H.H.Adamyanyan, S.B.Manvelyan, G.Yu.Kryuchkyan.** Phys. Rev. A, **63**, 022102 (2001).
26. **H.H.Adamyanyan, S.B.Manvelyan, G.Yu.Kryuchkyan.** Phys. Rev. E, **64**, 046219 (2001).
27. **G.Yu.Kryuchkyan, N.T.Muradyan.** Phys. Lett. A, **286**, 113 (2001).
28. **G.Yu.Kryuchkyan, L.A.Manukyan, N.T.Muradyan.** Opt. Comm., **190**, 245 (2001).
29. **G.Yu.Kryuchkyan, S.B.Manvelyan.** Phys. Rev. Lett., **88**, 094101 (2002).
30. **G.Yu.Kryuchkyan, S.B.Manvelyan.** Phys. Rev. A, **68**, 013823 (2003).
31. **G.Yu.Kryuchkyan, L.A.Manukyan.** Phys. Rev. A, **69**, 013813 (2004).
32. **H.H.Adamyanyan, G.Yu.Kryuchkyan.** Phys. Rev. A, **74**, 023810 (2006).
33. **A.Vukics, H.Ritsch.** Eur. Phys. J. D, **44**, 585 (2007).
34. **N.H.Adamyanyan, H.H.Adamyanyan, G.Yu.Kryuchkyan.** Phys. Rev. A, **77**, 023820 (2008).
35. **H.H.Adamyanyan, N.H.Adamyanyan, N.T.Gevorgyan, T.V.Gevorgyan, G.Yu.Kryuchkyan.** Phys. Part. Nuclei Lett., **5**, 161 (2008).
36. **D.A.Antonosyan, T.V.Gevorgyan, G.Yu.Kryuchkyan.** Phys. Rev. A, **83**, 043807 (2011).
37. **H.Atsatryan, T.Gevorgyan, A.Shahinyan.** J. Softw. Eng. Appl., **5**, 864 (2012).

ՏԱՏԱՆԱԿԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԻ ՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ԳՐԳՌՈՒՄՆԵՐ  
ԵՎ ՀԱՄԱՉԱՓՈՒԹՅՈՒՆԸ ՓՈՒԼԱՅԻՆ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐՈՒՄ

Տ.Վ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Գ.ՅՆԼ. ԿՐՅՈՒՉԿՅԱՆ

Հետազոտված են ոչ գծային դիսիպատիվ տատանակի գրգռումները մի քանի քվանտային մակարդակների համար: Այս նպատակով դիտարկված է օպտիկական պարամետրական տատանակ համակցված փուլային մոդուլյացիայով, որում տատանակի մոդան ռեզոնատորում գրգռվում է մոնոքրոմատային լազերային դաշտում գտնվող ներքև-կոնվերսիայի պրոցեսի արդյունքում: Ցույց են տրված Ֆոկի վիճակների Ռաբի տատանումները և ուսումնասիրված են սուբհարմոնիկ մոդի հատկությունները փուլային տարածությունում:

PARAMETRIC EXCITATION OF OSCILLATORY STATES  
AND SYMMETRY IN PHASE SPACE

T.V. GEVORGYAN, G.Yu. KRYUCHKYAN

We study the excitation of nonlinear dissipative oscillator on a level of a few quanta. For this goal, an optical parametric oscillator combined with phase-modulation in which the oscillatory mode is excited through down-conversion process under a monochromatic laser field is considered. The temporal Rabi oscillations of Fock states as well as the properties of oscillatory mode in phase space are studied on the base of the Wigner functions.