Известия НАН Армении, Физика, т.48, №1, с.20-32 (2013)

УДК 548.732

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ, ПЕРЕСЕКАЮЩЕЙ ВОЛНОВОД С ДИСПЕРСНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ЕГО ОСИ

Э.Д. ГАЗАЗЯН[†], Г.Г. ОКСУЗЯН, А.Д. ТЕР-ПОГОСЯН

Национальная научная лаборатория им. А.И. Алиханяна, Ереван

[†]e-mail: edmon@mail.erphi.am

(Поступила в редакцию 18 июля 2012 г.)

Развита теория переходного излучения заряда, пересекающего заполненный кусочно-однородным диэлектриком волновод перпендикулярно его оси. Рассмотрены случаи пролета заряда между двумя дисперсными пластинами, а также тонкими импедансными металлическими пластинами с толщиной порядка скин-слоя.

В настоящей работе развивается теория переходного излучения заряженной частицы, пересекающей регулярный волновод, заполненный кусочно-однородной диэлектрической дисперсной средой, перпендикулярно его оси. Метод решения является обобщением метода, развитого в работе [1], где волновод был заполнен однородным изотропным диэлектриком, и преследует цель получения общих выражений для полей и интенсивностей переходного излучения в случае дисперсной кусочно-неоднородной среды.

В первой части работы рассмотрен случай, когда волновод заполнен однородной диэлектрической дисперсной средой, и, в отличие от работы [1], выражения для энергии переходного излучения уже будут содержать члены, явно отвечающие за поглощение энергии в дисперсной среде. Во второй части рассмотрено переходное излучение в случае, когда заряженная частица пересекает волновод перпендикулярно его оси между двумя дисперсными пластинами. В конце статьи будет рассмотрен предельный случай тонких металлических пластин с конечной проводимостью.

Решения первой части являются базовыми для второй части, поэтому считаем обоснованным подробное изложение первой части работы.

Часть 1. Пусть регулярный волновод с образующими, параллельными оси z, заполнен средой с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=\varepsilon(\omega)$ и магнитной проницаемостью $\mu=\mu(\omega)$. Заряженная частица с зарядом q движется в плоскости $z=0$ равномерно и прямолинейно со скоростью $v_x=v$, пересекая при своем движении стенки волновода в точках $(x_1,y_0,0)$ и $(x_2,y_0,0)$. Плотности заряда и тока имеют следующий вид:

$$\rho = q\delta(x-vt)\delta(y-y_0)\delta(z), \quad j_x = \rho v. \tag{1}$$

При пересечении зарядом стенок волновода возникают условия для возбуждения как E-типов волн, так и H-типов. Запишем волновые уравнения для потенциальных функций E_z и H_z:

$$\Delta E_z - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{\varepsilon}\frac{\partial\rho}{\partial z}, \tag{2а}$$

$$\Delta H_z - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c}\frac{\partial j_x}{\partial y}. \tag{2б}$$

Разложим потенциальные функции E_z и H_z, а также плотности заряда ρ и тока j_x в интегралы Фурье по частоте:

$$(E_z, H_z) = \int_{-\infty}^{\infty} (E_{z\omega}, H_{z\omega}) e^{i\omega t} d\omega, \tag{3а}$$

$$(\rho, j_x) = \int_{-\infty}^{\infty} (\rho_\omega, j_{x\omega}) e^{i\omega t} d\omega. \tag{3б}$$

Подставим разложения (3) в (2):

$$\Delta E_{z\omega} + \varepsilon\mu\left(\omega^2/c^2\right) E_{z\omega} = (4\pi/\varepsilon)\partial\rho_\omega/\partial z, \tag{4а}$$

$$\Delta H_{z\omega} + \varepsilon\mu\left(\omega^2/c^2\right) H_{z\omega} = (4\pi/c)\partial j_{x\omega}/\partial y. \tag{4б}$$

Решения уравнений (4а,б) будем искать в виде разложений

$$E_{z\omega} = \sum_{n=0}^{\infty} E_n(z)\psi_n(x,y), \tag{5а}$$

$$H_{z\omega} = \sum_{n=0}^{\infty} H_n(z)\hat{\psi}_n(x,y) \tag{5б}$$

по собственным функциям поперечного сечения волновода $\psi_n(x,y)$ и $\hat{\psi}_n(x,y)$, соответствующим собственным значениям χ_n и $\hat{\chi}_n$ и удовлетворяющим двумерным волновым уравнениям $\Delta\psi_n(x,y) + \chi_n^2\psi_n(x,y) = 0$ и $\Delta\hat{\psi}_n(x,y) + \hat{\chi}_n^2\hat{\psi}_n(x,y) = 0$, а также граничным условиям на контуре поперечного сечения $\psi_n|_\Sigma = 0$ и $\partial\hat{\psi}_n/\partial\mathbf{n}|_\Sigma = 0$ ($\mathbf{n}$ – нормаль к контуру поперечного сечения волновода Σ). Здесь и далее, если специально не оговорено, под индексом n подразумеваются всегда два индекса: m и n.

Подставим разложения (5) в (4), умножим обе части уравнений на $\psi_m(x,y)$ и $\hat{\psi}_m(x,y)$, соответственно, проинтегрируем их по поперечному сечению волновода и, пользуясь свойствами ортонормированности собственных функций, получим из (4):

$$\gamma_n^2 E_n(z) + \frac{\partial^2 E_n(z)}{\partial z^2} = \frac{4\pi}{\varepsilon}\int \psi_n(x,y)\frac{\partial\rho_\omega}{\partial z} dxdy, \tag{6а}$$

$$\hat{\gamma}_n^2 H_n(z)+\frac{\partial^2 H_n(z)}{\partial z^2}=\frac{4\pi}{c}\int\hat{\psi}_n(x,y)\frac{\partial j_{x\omega}}{\partial y}dxdy, \tag{6б}$$

где $\gamma_n^2=\varepsilon\mu\omega^2/c^2-\chi_n^2$, $\hat{\gamma}_n^2=\varepsilon\mu\omega^2/c^2-\hat{\chi}_n^2$. Подставим в (6) обратные преобразования Фурье для ρ_ω и $j_{x\omega}$:

$$\rho_\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\rho e^{-i\omega t}dt=\frac{q}{2\pi|v|}e^{-i\frac{\omega}{v}x}\delta(y-y_0)\delta(z), \tag{7а}$$

$$j_{x\omega}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}j_x e^{-i\omega t}dt=\frac{q\operatorname{sgn}v}{2\pi}e^{-i\frac{\omega}{v}x}\delta(y-y_0)\delta(z), \tag{7б}$$

и, используя выражения (7), перепишем (6) в следующем виде:

$$\gamma_n^2 E_n(z)+\frac{\partial^2 E_n(z)}{\partial z^2}=\frac{2q}{\varepsilon|v|}a_n\delta'(z), \tag{6в}$$

$$\hat{\gamma}_n^2 H_n(z)+\frac{\partial^2 H_n(z)}{\partial z^2}=\frac{2q\operatorname{sgn}v}{c}b_n\delta(z), \tag{6г}$$

где обозначено

$$a_n=\int_{x_1}^{x_2}\psi_n(x,y_0)e^{-i\omega\frac{x}{v}}dx, \tag{8а}$$

$$b_n=-\int_{x_1}^{x_2}\frac{\hat{\psi}_n(x,y_0)}{\partial y_0}e^{-i\omega\frac{x}{v}}dx. \tag{8б}$$

Для решения уравнений (6в,г) представим функции $\delta(z)$ и $\delta'(z)$ в следующем виде:

$$\delta(z)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{i\mu z}d\mu, \tag{9а}$$

$$\delta'(z)=\frac{i}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\mu e^{i\mu z}d\mu. \tag{9б}$$

Подставив выражения (9а,б) в (6в,г), получим решения для функций $E_n(z)$ и $H_n(z)$:

$$E_n(z)=-\frac{iq}{\pi\varepsilon|v|}a_n\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mu e^{i\mu z}}{\mu^2-\gamma_n^2}d\mu, \tag{10а}$$

$$H_n(z)=-\frac{q\operatorname{sgn}v}{\pi c}b_n\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{i\mu z}}{\mu^2-\hat{\gamma}_n^2}d\mu. \tag{10б}$$

Интегралы в (10а,б) имеют следующие решения (см. [1,2]):

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu e^{i\mu z}}{\mu^2-\gamma_n^2} d\mu = \frac{i\pi \operatorname{sgn} z}{2} \exp\left(-i\gamma_n |z|\right), \tag{11а}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\mu z}}{\mu^2-\hat{\gamma}_n^2} d\mu = \frac{i\pi}{2\hat{\gamma}_n} \exp\left(-i\hat{\gamma}_n |z|\right). \tag{11б}$$

Отсюда

$$E_n(z) = \left(q \operatorname{sgn} z / 2|v|\right)\left(a_n/\varepsilon\right) \exp\left(-i\gamma_n |z|\right), \tag{10в}$$

$$H_n(z) = \left(iq \operatorname{sgn} v / 2c\right)\left(b_n/\hat{\gamma}_n\right) \exp\left(-i\hat{\gamma}_n |z|\right). \tag{10г}$$

С помощью вышеприведенных формул (3а), (5а,б), (10в,г) можно записать окончательные выражения для потенциальных функций:

$$E_z(x,y,z,t) = \sum_n \psi_n(x,y) \int_{-\infty}^{\infty} F_n(\omega) e^{i(\omega t - \gamma_n |z|)} d\omega, \tag{12а}$$

$$H_z(x,y,z,t) = \sum_n \hat{\psi}_n(x,y) \int_{-\infty}^{\infty} \hat{F}_n(\omega) e^{i(\omega t - \hat{\gamma}_n |z|)} d\omega, \tag{12б}$$

где

$$F_n(\omega) \equiv \left(q \operatorname{sgn} z / 2|v|\right)\left(a_n/\varepsilon\right), \tag{13а}$$

$$\hat{F}_n(\omega) \equiv -\left(iq \operatorname{sgn} v / 2c\right)\left(b_n/\hat{\gamma}_n\right). \tag{13б}$$

Энергию переходного излучения для обоих типов излученных волн найдем как поток вектора Пойнтинга через поперечное сечение волновода за время излучения:

$$W = \frac{c}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int [\mathbf{EH}]_z \, dxdy. \tag{14}$$

Вместо **E** и **H** подставим реальные поля [3]:

$$\mathbf{E} = \left(\mathbf{E} + \mathbf{E}^*\right)/2, \quad \mathbf{H} = \left(\mathbf{H} + \mathbf{H}^*\right)/2, \tag{15}$$

и тогда

$$W = \frac{c}{16\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int \left(E_x H_y^* - E_y H_x^* + E_x^* H_y - E_y^* H_x\right) dxdy. \tag{14а}$$

Из-за симметрии задачи по обе стороны от пролета заряда будет излучаться одинаковая энергия, поэтому достаточно определить энергию, излученную зарядом в сторону положительных z. Выразим поперечные компоненты полей через продольные E_z и H_z (12а,б) (см., например, [3]) и подставим в формулу (14а). При вычислении (14а) возникает необходимость перейти в процессе интегрирования по частоте в пределах от $-\infty$ до ∞ к пределам от 0 до ∞. При этом необходимо воспользоваться известными свойствами функций $\varepsilon(-\omega)=\varepsilon^*(\omega)$ и $\mu(-\omega)=\mu^*(\omega)$ [3]. Наличие дисперсии среды приводит к поглощению, и это выражается тем, что постоянная распространения будет комплексной величиной. Для волн, распространяющихся в сторону положительных z, мы выбираем отрицательную комплексную составляющую $\gamma_n=\gamma_n'-i\gamma_n''$, чтобы поля были затухающими, а не растущими, кроме того, при замене ω на $-\omega$ должно выполняться условие $\gamma_n(-\omega)=-\gamma_n^*(\omega)$, чтобы не менялось направление волн. С учетом приведенных замечаний можно из (14а) получить выражения для полной энергии переходного излучения в область $z>0$ для E-волн (W^E) и H-волн (W^H) как сумму по всем распространяющимся модам:

$$W^E=\sum_n W_n^E,\quad W^H=\sum_n W_n^H, \tag{16}$$

где

$$W_n^E=\frac{1}{4\chi_n^2}\int_0^\infty \omega\left(\varepsilon\gamma_n^*+\varepsilon^*\gamma_n\right)\left|F_n(\omega)\right|^2 e^{-2\gamma_n''z}\,d\omega, \tag{17а}$$

$$W_n^H=\frac{1}{4\hat{\chi}_n^2}\int_0^\infty \omega\left(\mu\gamma_n^*+\mu^*\gamma_n\right)\left|\hat{F}_n(\omega)\right|^2 e^{-2\hat{\gamma}_n''z}\,d\omega. \tag{17б}$$

В формулах (17а,б) интегрирование уже ведется по положительным частотам, а точнее, по частотам, для которых выполняются условия $\operatorname{Re}\gamma_n>0$ и $\operatorname{Re}\hat{\gamma}_n>0$. Мы получили, как и следовало ожидать, экспоненциальное затухание энергии переходного излучения $\exp(-2\gamma_n''z)=\exp(-2\operatorname{Im}\gamma_n z)$ в зависимости от расстояния. Выражения в скобках в (17а,б) являются реальными величинами:

$$\varepsilon\gamma_n^*+\varepsilon^*\gamma_n=2\left(\varepsilon'\gamma_n'+\varepsilon''\gamma_n''\right),\quad \mu\gamma_n^*+\mu^*\gamma_n=2\left(\mu'\gamma_n'+\mu''\gamma_n''\right). \tag{18}$$

Подставим в (17а,б) выражения (13а,б):

$$\begin{aligned}W_n^E&=\frac{q^2}{16v^2\chi_n^2}\int_0^\infty \omega\frac{\varepsilon\gamma_n^*+\varepsilon^*\gamma_n}{|\varepsilon|^2}|a_n|^2 e^{-2\operatorname{Im}\gamma_n z}\,d\omega=\\&=\frac{q^2}{8v^2\chi_n^2v^2}\int_0^\infty \omega\operatorname{Re}(\gamma_n/\varepsilon)|a_n|^2 e^{-2\operatorname{Im}\gamma_n z}\,d\omega,\end{aligned} \tag{17в}$$

$$\begin{aligned}W_n^H&=\frac{q^2}{16c^2\hat{\chi}_n^2}\int_0^\infty \omega\left(\frac{\mu\hat{\gamma}_n^*+\mu^*\hat{\gamma}_n}{|\hat{\gamma}_n|^2}\right)|b_n|^2 e^{-2\operatorname{Im}\hat{\gamma}_n z}\,d\omega=\\&=\frac{q^2}{8c^2\hat{\chi}_n^2}\int_0^\infty \omega\operatorname{Re}(\mu/\hat{\gamma}_n)|b_n|^2 e^{-2\operatorname{Im}\hat{\gamma}_n z}\,d\omega.\end{aligned} \tag{17г}$$

Рассчитаем величины a_n и b_n (см. [1]) для случая прямоугольного волновода, стенки которого совпадают с плоскостями $x=0$, $x=a$, $y=0$, $y=b$, где a и b – размеры волновода по осям x и y, соответственно, и пересечения зарядом стенок волновода в точках $(0, y_0, 0)$ и $(a, y_0, 0)$. Запишем ортонормированные собственные функции и собственные значения для прямоугольного волновода:

$$\psi_n = \psi_{mn}(x,y) = \sqrt{\frac{4}{ab}} \sin\frac{\pi m}{a} x \sin\frac{\pi n}{b} y, \tag{19а}$$

$$\hat{\psi}_n = \hat{\psi}_{mn}(x,y) = \sqrt{\frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{ab}} \cos\frac{\pi m}{a} x \cos\frac{\pi n}{b} y \quad (\varepsilon_j = 2,\ j \neq 0,\ \varepsilon_0 = 1); \tag{19б}$$

$$\chi_n = \hat{\chi}_n = \chi_{mn} = \pi\sqrt{m^2/a^2 + n^2/b^2}.$$

Подставим выражения для собственных функций (19а,б) в (8а,б):

$$a_{mn} = -2i\frac{\pi m}{a}\sqrt{\frac{4}{ab}} \sin\frac{\pi n y_0}{b} \exp\left[-i\left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}\right] \frac{\sin\left[\left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}\right]}{\frac{\omega^2}{v^2} - \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2}, \tag{20а}$$

$$b_{mn} = \frac{2\pi n}{vb}\sqrt{\frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{ab}} \sin\frac{\pi n y_0}{b} \exp\left[-i\left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}\right] \frac{\omega \sin\left[\left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}\right]}{\frac{\omega^2}{v^2} - \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2}. \tag{20б}$$

Как видно из (20б), моды *H*-волн с индексом $n = 0$ будут отсутствовать, поэтому в (20б) можно заменить ε_n на двойку. Подставим (20а,б) в (17в,г) и получим окончательные выражения для энергии переходного излучения *E*- и *H*-типов волн с индексами *mn* в прямоугольном волноводе:

$$W_{mn}^E = 2\left(\frac{\pi m}{av}\right)^2 T_{mn} \int\limits_{\operatorname{Re}\gamma_{mn} > 0} \omega \operatorname{Re}\left(\frac{\gamma_{mn}}{\varepsilon}\right) \frac{\sin^2\left[\left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}\right]}{\left[\frac{\omega^2}{v^2} - \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2\right]^2} e^{-2\operatorname{Im}\gamma_{mn} z} d\omega, \tag{21а}$$

$$W_{mn}^H = \varepsilon_m \left(\frac{\pi n}{cvb}\right)^2 T_{mn} \int\limits_{\operatorname{Re}\hat{\gamma}_{mn} > 0} \omega^3 \operatorname{Re}\left(\frac{\mu}{\hat{\gamma}_{mn}}\right) \frac{\sin^2\left[\left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}\right]}{\left[\frac{\omega^2}{v^2} - \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2\right]^2} e^{-2\operatorname{Im}\hat{\gamma}_{mn} z} d\omega, \tag{21б}$$

где $T_{mn} \equiv \left(q^2 \sin^2(\pi n y_0/b)\right) / ab\chi_{mn}^2$. Как видим, энергия излучения обоих типов волн пропорциональна $\sin^2(\pi n y_0/b)$, поэтому в переходном излучении будут отсутствовать моды обоих типов волн со вторым индексом *n*, для которых выполняется равенство величины $n y_0/b$ минимальному целому числу, а также моды с кратными таким *n* вторыми индексами. Так, если заряд пересекает стенки волновода $x=a$ и $x=b$ в точках $y_0=b/2$, то будут отсутствовать моды обоих типов волн с четными индексами $n=2,\ 4,\ 6\ldots$ (отсутствие мод H_{m0} отмечено выше).

Часть 2. Перейдем к случаю кусочно-однородного заполнения волновода, когда он заполнен следующим образом: область $-d_1<z<d_1$ (область I) заполнена средой с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_1 и μ_1, области $d_1<z<d_2$ (область II) и ($-d_2<z<-d_1$) заполнены средой с ε_2, μ_2, области $z>d_2$ (область III) и $z<-d_2$ – средой с ε_3, μ_3. Плотности заряда и тока те же, что и в части 1 (см. (1)). Наличие границ $z=\pm d_1$, $\pm d_2$ приводит к отражению и преломлению спектральных компонент излученных волн на каждой из границ. Пользуясь результатами части I, запишем решения для спектральной составляющей потенциальной функции $E_n(z)$ (10в):

в области I ($-d_1<z<d_1$):

$$E_n^{(1)}(z)=\frac{q}{2\varepsilon_1|\nu|}\left(a_n\operatorname{sgn} z e^{-i\gamma_{n1}|z|}+A_{n1}^{+}e^{-i\gamma_{n1}z}+A_{n1}^{-}e^{i\gamma_{n1}z}\right), \tag{22а}$$

в области II ($d_1<z<d_2$):

$$E_n^{(2)}(z)=\frac{q}{2\varepsilon_2|\nu|}\left(A_{n2}^{+}e^{-i\gamma_{n2}z}+A_{n2}^{-}e^{i\gamma_{n2}z}\right), \tag{22б}$$

в области III ($z>d_2$):

$$E_n^{(3)}(z)=\left(q/2\varepsilon_3|\nu|\right)A_{n3}e^{-i\gamma_{n3}z}\ . \tag{22в}$$

Граничные условия состоят в непрерывности нормальной составляющей электрической индукции и тангенциальной составляющей электрической напряженности на границах $z=d_1$ и $z=d_2$:

$$\varepsilon_1E_{zn}^{(1)}=\varepsilon_2E_{zn}^{(2)}\Big|_{z=d_1},\quad \frac{\partial E_{zn}^{(1)}}{\partial z}=\frac{\partial E_{zn}^{(2)}}{\partial z}\Bigg|_{z=d_1}, \tag{23а}$$

$$\varepsilon_2E_{zn}^{(2)}=\varepsilon_3E_{zn}^{(3)}\Big|_{z=d_2},\quad \frac{\partial E_{zn}^{(2)}}{\partial z}=\frac{\partial E_{zn}^{(3)}}{\partial z}\Bigg|_{z=d_3}. \tag{23б}$$

Поскольку задача симметрична относительно траектории пролета заряда, то достаточно решить ее для положительных z, а для восстановления решений в сторону отрицательных z достаточно воспользоваться равенствами

$$\mathbf{E}(z)=-\mathbf{E}(-z), \tag{24а}$$

$$\mathbf{H}(z)=\mathbf{H}(-z), \tag{24б}$$

следующими из уравнений Максвелла [3]. Подставим решения (22а-в) в граничные условия (23а,б) и, пользуясь также (24а), получим систему уравнений, решения которой имеют вид

$$A_{n1}^{\pm}=\mp\frac{a_n}{4M_n^E}\left[\left(1+\frac{\varepsilon_2\gamma_{n3}}{\varepsilon_3\gamma_{n2}}\right)\left(1-\frac{\varepsilon_1\gamma_{n2}}{\varepsilon_2\gamma_{n1}}\right)e^{i\gamma_{n2}\Delta}+\right.$$
$$\left.+\left(1-\frac{\varepsilon_2\gamma_{n3}}{\varepsilon_3\gamma_{n2}}\right)\left(1+\frac{\varepsilon_1\gamma_{n2}}{\varepsilon_2\gamma_{n1}}\right)e^{-i\gamma_{n2}\Delta}\right]e^{-i\gamma_{n1}d_1}, \qquad (25а)$$

$$A_{n2}^{\pm}=\frac{a_n}{2M_n^E}\left(1\pm\frac{\varepsilon_2\gamma_{n3}}{\varepsilon_3\gamma_{n2}}\right)e^{\pm i\gamma_{n2}d_2}, \qquad (25б)$$

$$A_{n3}=\frac{a_n}{M_n^E}e^{i\gamma_{n3}d_2}. \qquad (25в)$$

В выражениях (25) обозначено $\Delta=d_2-d_1$ и

$$M_n^E=p_n+i\left(\varepsilon_2\gamma_{n3}/\varepsilon_3\gamma_{n2}\right)q_n, \qquad (26)$$

где

$$p_n=\cos\gamma_{n1}d_1\cos\gamma_{n2}\Delta-\frac{\varepsilon_1\gamma_{n2}}{\varepsilon_2\gamma_{n1}}\sin\gamma_{n1}d_1\sin\gamma_{n2}\Delta,$$
$$q_n=\cos\gamma_{n1}d_1\sin\gamma_{n2}\Delta+\frac{\varepsilon_1\gamma_{n2}}{\varepsilon_2\gamma_{n1}}\sin\gamma_{n1}d_1\cos\gamma_{n2}\Delta.$$

Нас будет интересовать излучение, вышедшее за пределы пластины в область $z>d_2$ (область III). Запишем продольную составляющую поля переходного излучения в этой области с помощью (12а):

$$E_z^{(3)}(x,y,z,t)=\sum_n\psi_n(x,y)\int_{-\infty}^{\infty}F_n^{(3)}(\omega)e^{i(\omega t-\gamma_{n3}z)}d\omega, \qquad (27)$$

где $F_n^{(3)}$ будет равняться, согласно (22в) и (25в),

$$F_n^{(3)}=\frac{q}{2|v|}\frac{A_{n3}}{\varepsilon_3}=\frac{q}{2|v|}\frac{a_n}{\varepsilon_3M_n^E}e^{i\gamma_{n3}d_2}. \qquad (27а)$$

С помощью формул (17а) и (27а) без труда определим энергию E-волн, излученных в область $z>d_2$:

$$W_n^{E(3)}=\frac{q^2}{8v^2\chi_n^2}\int_0^{\infty}\omega\,\mathrm{Re}\left(\frac{\gamma_{n3}}{\varepsilon_3}\right)\frac{|a_n|^2}{|M_n^E|^2}e^{-2\,\mathrm{Im}\,\gamma_{n3}z}d\omega. \qquad (28)$$

Перейдем к излученным H-волнам. Решения для продольной составляющей магнитного поля ищем в следующем виде:
в области I ($-d_1<z<d_1$):

$$H_n^{(1)}(z)=-\frac{iq\,\mathrm{sgn}\,v}{2c\gamma_{n1}}\left(b_ne^{-i\gamma_{n1}|z|}+B_{n1}^{+}e^{-i\gamma_{n1}z}+B_{n1}^{-}e^{i\gamma_{n1}z}\right), \qquad (29а)$$

в области II ($d_1 < z < d_2$):

$$H_n^{(2)}(z) = -\frac{iq\,\mathrm{sgn}\,v}{2c\gamma_{n2}}\left(B_{n2}^{+}e^{-i\gamma_{n2}z} + B_{n2}^{-}e^{i\gamma_{n2}z}\right), \tag{29б}$$

в области III ($z > d_2$):

$$H_n^{(3)}(z) = -\frac{iq\,\mathrm{sgn}\,v}{2c\gamma_{n3}}B_{n3}e^{-i\gamma_{n3}z}. \tag{29в}$$

Граничные условия на границах $z = d_1$ и $z = d_2$ состоят теперь в непрерывности нормальной составляющей магнитной индукции и тангенциальной составляющей магнитной напряженности:

$$\mu_1 H_{zn}^{(1)} = \mu_2 H_{zn}^{(2)}\Big|_{z=d_1}, \quad \frac{\partial H_{zn}^{(1)}}{\partial z} = \frac{\partial H_{zn}^{(2)}}{\partial z}\Bigg|_{z=d_1}, \tag{30а}$$

$$\mu_2 H_{zn}^{(2)} = \mu_3 H_{zn}^{(3)}\Big|_{z=d_2}\Big|, \quad \frac{\partial H_{zn}^{(2)}}{\partial z} = \frac{\partial H_{zn}^{(3)}}{\partial z}\Bigg|_{z=d_2}. \tag{30б}$$

Решения системы уравнений, получающихся после подстановки полей (29а-в) в граничные условия (30), имеют вид

$$B_{n1}^{+} = B_{n1}^{-} = -\frac{b_n}{4M_n^H}\left[\left(1+\frac{\mu_3\gamma_{n2}}{\mu_2\gamma_{n3}}\right)\left(1-\frac{\mu_2\gamma_{n1}}{\mu_1\gamma_{n2}}\right)e^{i\gamma_{n2}\Delta} + \right.$$
$$\left. + \left(1-\frac{\mu_3\gamma_{n2}}{\mu_2\gamma_{n3}}\right)\left(1+\frac{\mu_2\gamma_{n1}}{\mu_1\gamma_{n2}}\right)e^{-i\gamma_{n2}\Delta}\right]e^{-i\gamma_{n1}d_1}, \tag{31а}$$

$$B_{n2}^{\pm} = \pm\left(b_n/2M_n^H\right)\left(1 \pm \varepsilon_3\gamma_{n2}/\varepsilon_2\gamma_{n3}\right)e^{\pm i\gamma_{n2}d_2}, \tag{31б}$$

$$B_{n3} = \left(b_n/M_n^H\right)e^{i\gamma_{n3}d_2}. \tag{31в}$$

В (31) обозначено

$$M_n^H = \hat{p}_n + i\left(\mu_3\gamma_{n2}/\mu_2\gamma_{n3}\right)\hat{q}_n, \tag{32}$$

где

$$\hat{p}_n = \cos\gamma_{n1}d_1\cos\gamma_{n2}\Delta - \left(\mu_2\gamma_{n1}/\mu_1\gamma_{n2}\right)\sin\gamma_{n1}d_1\sin\gamma_{n2}\Delta,$$

$$\hat{q}_n = \cos\gamma_{n1}d_1\sin\gamma_{n2}\Delta + \left(\mu_2\gamma_{n1}/\mu_1\gamma_{n2}\right)\sin\gamma_{n1}d_1\cos\gamma_{n2}\Delta.$$

Продольную составляющую магнитного поля переходного излучения в области $z > d_2$ записываем с помощью (12б):

$$H_z^{(3)}(x,y,z,t) = \sum_n \hat{\psi}_n(x,y)\int_{-\infty}^{\infty}\hat{F}_n^{(3)}(\omega)e^{i(\omega t-\gamma_{n3}z)}d\omega, \tag{33}$$

где $\hat{F}_n^{(3)}$ будет равняться, согласно (29в) и (31в),

$$\hat{F}_n^{(3)} = (-iq\,\mathrm{sgn}\,v/2c)\,B_{n3}/\gamma_{n3} = (-iq\,\mathrm{sgn}\,v/2c)\left(b_n/\gamma_{n3}M_n^H\right)e^{i\gamma_{n3}d_2}\,. \qquad (33а)$$

С помощью (17б) и (33а) нетрудно определить энергию H-волн, излученных в область $z > d_2$:

$$W_n^{H(3)} = \frac{q^2}{8c^2\chi_n^2}\int\limits_{\mathrm{Re}\,\gamma_{n3}>0}\omega\,\mathrm{Re}\left(\frac{\mu_3}{\gamma_{n3}}\right)\frac{|b_n|^2}{\left|M_n^H\right|^2}e^{-2\,\mathrm{Im}\,\gamma_{n3}z}d\omega\,. \qquad (34)$$

(В формулах (31-34) для облегчения чтения опущены шапочки над γ_n.) В случае прямоугольного волновода подставим в (28) и (34) значения a_{mn} и b_{mn} из (20а) и (20б):

$$2W_{mn}^{E(3)} = 2\left(\frac{\pi m}{va}\right)^2 T_{mn}\int\limits_{\mathrm{Re}\,\gamma_{mn3}>0}\frac{\omega}{\left|M_{mn}^H\right|^2}\mathrm{Re}\left(\frac{\gamma_{n3}}{\varepsilon_3}\right)\frac{\sin^2\left[\left(\frac{\omega}{v}-\frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}\right]}{\left[\frac{\omega^2}{v^2}-\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2\right]^2}e^{-2\,\mathrm{Im}\,\gamma_{mn3}z}d\omega \qquad (35а)$$

$$W_{mn}^{H(3)} = \varepsilon_m\left(\frac{\pi n}{cvb}\right)^2 T_{mn}\int\limits_{\mathrm{Re}\,\gamma_{mn3}>0}\frac{\omega^3}{\left|M_{mn}^H\right|^2}\mathrm{Re}\left(\frac{\mu_3}{\gamma_{n3}}\right)\frac{\sin^2\left[\left(\frac{\omega}{v}-\frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}\right]}{\left[\frac{\omega^2}{v^2}-\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2\right]^2}e^{-2\,\mathrm{Im}\,\gamma_{mn3}z}d\omega\,. \qquad (35б)$$

С помощью выражений (35а,б) мы имеем возможность определения энергии переходного излучения, выходящего за пределы пластины в область III ($z > d_2$) при произвольных комплексных значениях ε и μ во всех трех областях I–III. Как видно из этих выражений, если среда в области $z > d_2$ поглощающая, то из-за наличия экспоненты $e^{-2\,\mathrm{Im}\,\gamma_{mn3}z}$, где z – расстояние от границы $z = d_2$ до точки наблюдения, происходит убывание энергии, излученной зарядом, по экспоненциальному закону.

Сравнивая выражения (35а,б) со случаем однородного заполнения волновода (21а,б), можно заметить, что они отличаются только множителем $1/\left|M^{E,H}\right|^2$ (здесь и далее опускаем для краткости индексы mn). Действительно, если в (35а,б) подставить $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon$ и $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$, то $\left|M^{E,H}\right|^2$ обращаются в единицу, т.е. величина $1/\left|M^{E,H}\right|^2$ представляет собой отношение энергии излучения на данной частоте при наличии пластины к энергии излучения на той же частоте в случае однородного заполнения волновода во всей его длине. Поэтому представляется важным исследование этой величины для обоих типов излученных волн.

Исследуем $\left|M^{E,H}\right|^2$ для практически легко реализуемого случая, когда среда в области I и III – вакуум, а заряд пересекает волновод посередине между двумя поглощающими диэлектрическими пластинами, то есть $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 1$,

$\mu_1=\mu_2=\mu_3=1$, $\varepsilon_2\equiv\varepsilon$, $\gamma_2=\sqrt{\varepsilon\omega^2/c^2-\chi^2}\equiv\gamma$ и $\gamma_1=\gamma_3=\sqrt{\omega^2/c^2-\chi^2}\equiv G$. В этом случае, как отмечалось выше, экспоненциального затухания излучения, прошедшего через пластину в область $z>d_2$, не будет ($\operatorname{Im}\gamma_3=\operatorname{Im}G=0$), но будет уменьшение энергии переходного излучения, прошедшего в область $z>d_2$, и это уменьшение будет обусловлено, в основном, множителем $1/\left|M^{E,H}\right|^2$. Поэтому представляет интерес исследование этого множителя, ответственного как за сложные интерференционные процессы, имеющие место про отражении и преломлении на границах пластины $z=d_1$ и $z=d_2$, так и за поглощение внутри самой пластины. Запишем диэлектрическую проницаемость пластины в самом общем виде:

$$\varepsilon=|\varepsilon|e^{i\varphi_\varepsilon},\ |\varepsilon|=\left(|\varepsilon'|^2+|\varepsilon''|^2\right)^{1/2},\ \varphi_\varepsilon=\arctan(\varepsilon''/\varepsilon'), \tag{36а}$$

откуда следует, что

$$\gamma=|\gamma|e^{i\varphi_\gamma},\ |\gamma|=\left[\left(\varepsilon'\frac{\omega^2}{c^2}-\chi^2\right)^2+\left(\varepsilon''\frac{\omega^2}{c^2}\right)^2\right]^{1/4},\ \varphi_\gamma=\frac{1}{2}\arctan\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'-c^2\chi^2/\omega^2}. \tag{36б}$$

(Следует помнить, что мнимая составляющая ε'' будет отрицательной, так как мы выбрали временную зависимость в виде $e^{i\omega t}$ [3].) Подставив общие соображения (36а) и (36б) в (35а,б), заменив $d_1=d$, найдем величины $\left|M^{E,H}\right|^2$:

$$\left|M^E\right|^2=(1/4)\left(f_1^E e^{2\operatorname{Im}\gamma\Delta}+f_2^E e^{-2\operatorname{Im}\gamma\Delta}+f_3^E\right), \tag{37а}$$

$$f_{1,2}^E=1+\frac{|\varepsilon|G}{|\gamma|}\left(\frac{|\varepsilon|G}{|\gamma|}\mp2\cos(\varphi_\varepsilon-\varphi_\gamma)\right)\cos^2Gd+\frac{|\gamma|}{|\varepsilon|G}\left(\frac{|\gamma|}{|\varepsilon|G}\mp2\cos(\varphi_\varepsilon-\varphi_\gamma)\right)\sin^2Gd+$$
$$+\left[\sin2(\varphi_\varepsilon-\varphi_\gamma)\mp\left(\frac{|\gamma|}{|\varepsilon|G}+\frac{|\varepsilon|G}{|\gamma|}\right)\sin(\varphi_\varepsilon-\varphi_\gamma)\right]\sin2Gd,$$

$$f_3^E=2\left\{\left[1-\frac{|\varepsilon|^2G^2}{|\gamma|^2}\cos^2Gd-\frac{|\gamma|^2}{|\varepsilon|^2G^2}\sin^2Gd-\sin2Gd\sin2(\varphi_\varepsilon-\varphi_\gamma)\right]\cos2\operatorname{Re}\gamma\Delta-\right.$$
$$-\left[2\left(\frac{|\varepsilon|G}{|\gamma|}\cos^2Gd-\frac{|\gamma|}{|\varepsilon|G}\sin^2Gd\right)\sin(\varphi_\varepsilon-\varphi_\gamma)-\left(\frac{|\varepsilon|G}{|\gamma|}-\frac{|\gamma|}{|\varepsilon|G}\right)\sin2Gd\cos(\varphi_\varepsilon-\varphi_\gamma)\right]\times$$
$$\left.\times\sin2\operatorname{Re}\gamma\Delta\right\};$$

$$\left|M^H\right|^2=\frac{1}{4}\left(f_1^He^{2\operatorname{Im}\gamma\Delta}+f_2^He^{-2\operatorname{Im}\gamma\Delta}+f_3^H\right), \tag{37б}$$

$$f_{1,2}^H=1+\frac{|\gamma|}{G}\left(\frac{|\gamma|}{G}\mp2\cos\varphi_\gamma\right)\cos^2Gd+\frac{G}{|\gamma|}\left(\frac{G}{|\gamma|}\mp2\cos\varphi_\gamma\right)\sin^2Gd+$$
$$+\left[\sin2\varphi_\gamma\mp\left(\frac{|\gamma|}{G}+\frac{G}{|\gamma|}\right)\sin\varphi_\gamma\right]\sin2Gd,$$

$$f_3^H = 2\left\{\left[1-\frac{|\gamma|^2}{G^2}\cos^2 Gd - \frac{G^2}{|\gamma|^2}\sin^2 Gd - \sin 2Gd \sin 2\varphi_\gamma\right]\cos 2\,\mathrm{Re}\,\gamma\Delta - \right.$$
$$\left. -\left[2\left(\frac{|\gamma|}{G}\cos^2 Gd - \frac{G}{|\gamma|}\sin^2 Gd\right)\sin\varphi_\gamma - \left(\frac{|\gamma|}{G}-\frac{G}{|\gamma|}\right)\sin 2Gd\cos\varphi_\gamma\right]\sin 2\,\mathrm{Re}\,\gamma\Delta\right\}.$$

Выражения $|M^E|^2$ и $|M^H|^2$, как уже было указано, представляют собой отношения энергии переходного излучения на данной частоте, прошедшего через пластину в область III ($z > d+\Delta$), к энергии излучения на той же частоте без пластины, т.е. в пустом волноводе. При устремлении толщины пластины Δ к нулю $|M^{E,H}|^2 = \left(f_1^{E,H} + f_2^{E,H} + f_3^{E,H}\right)/4 = 1$. Если пластина непоглощающая, т.е. $\varepsilon'' = 0$, $\varphi_\varepsilon = \varphi_\gamma = 0$, то $|M^{E,H}|^2$ переходят в соответствующие выражения для непоглощающей пластины.

С помощью формул (37а,б) становится возможным точное описание переходного излучения, вышедшего за пределы диэлектрической пластины. В частности, возможно и описание переходного излучения в случае, когда вместо диэлектрической пластины мы имеем дело с тонкой металлической пленкой. Применение тонких металлических пленок, нанесенных на поверхность прозрачного диэлектрика, создает возможность удаления электрического заряда, накапливаемого на стенках диэлектрика при прохождении электронного пучка через резонатор (датчик). Такая задача была рассмотрена в работах [4] и [5], где был разработан датчик для измерения параметров пучка заряженных частиц в ускорителе на основе переходного излучения в резонаторе-датчике, образованном стенками волновода и двумя металлическими (алюминиевыми) пленками с толщиной, меньшей скин-слоя (~60Å). Полученные строгие выражения (37а,б) могут быть использованы для описания случая тонкой металлической пленки с конечной проводимостью. Действительно, в сантиметровом диапазоне проводимость, например, алюминия $\sigma \approx 3\times10^{17}$ сек$^{-1}$ и значения мнимой составляющей $\varepsilon'' = -4\pi\sigma/\omega$ имеют порядок $\varepsilon'' \approx 10^7 \div 10^8$, т.е. можно пренебречь действительной составляющей ε' по сравнению с ε''. Следовательно, в (36а,б) можно положить $\varphi_\varepsilon \approx -\pi/2$, $\varphi_\gamma \approx -\pi/4$, и из формул (37а,б) перейти к предельным выражениям для энергии излучения, прошедшего через тонкую металлическую пленку. При этом излучение, выходящее через пленку, как показано в работах [4,5], позволяет судить о параметрах излучающего сгустка. На основе этого в работе [4] предложена модель датчика параметров электронного сгустка, а в работе [5] – принципиальная схема такого датчика для двухпучковой бицилиндрической ускоряющей структуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. **К.А.Барсуков, Э.Д.Газазян, Э.М.Лазиев.** Изв. ВУЗов, Радиофизика, 15, 191 (1972).
2. **И.С.Градштейн, И.М.Рыжик.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., ГИФМЛ, 1962.
3. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц.** Электродинамика сплошных сред. М., ГИТТЛ, 1957.

4. **Г.Г.Оксузян, Э.С.Погосян, А.Д.Тер-Погосян.** Изв. НАН Армении, Физика, **33**, 279 (1998).
5. **E.D.Gazazyan, G.G.Oksüzyan, E.S.Pogossian, A.D.Ter-Pogossian.** Electron Beam Monitor Based on Waveguide with Thin Impedance Films. Proc of EPAC–2000, Vienna, Austria, 2000, p.1318.

ԴԻՍՊԵՐՍՈՂ ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿՈՎ ԼՑՎԱԾ ԱԼԻՔԱՏԱՐԻ ԱՌԱՆՑՔԻՆ ՈՒՂՂԱՀԱՅԱՑ ՀԱՏՈՂ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ

Է.Դ. ԳԱԶԱԶՅԱՆ, Գ.Գ. ՕՔՍՈՒԶՅԱՆ, Ա.Դ.ՏԵՐ-ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Զարգացված է անցումային ճառագայթման տեսությունը, երբ լիցքավորված մասնիկը հատում է մասնակի անհամասեռ դիսպերսող դիէլեկտրիկով լցված ալիքատարը՝ շարժվելով նրա առանցքին ուղղահայաց: Դիտարկված են առանձնացված երկու դիսպերսող միջավայրերի միջով շարժվող լիցքի, ինչպես նաև երկու գերբարակ վերջավոր հաղորդականությամբ օժտված մետաղական թիթեղների դեպքերը:

TRANSITION RADIATION OF A CHARGED PARTICLE CROSSING THE WAVEGUIDE FILLED WITH DISPERSIVE DIELECTRIC MEDIUM PERPENDICULARLY TO THE WAVEGUIDE AXIS

E.D. GAZAZYAN, G.G. OKSUZYAN, A.D. TER-POGHOSYAN

The theory of charged particle transition radiation is developed for a particle crossing the waveguide, which is filled with inhomogeneous dielectric dispersive medium, perpendicularly to the waveguide axis. The case, when the charged particle is flying between two dispersive media and the case of flying between two thin impedance films are considered.