

УДК 539.18

СТОЛКНОВЕНИЕ АТОМОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ОБРАЗОВАНИЕМ РЕЗОНАНСОВ ФАНО–ФЕШБАХА

Э.А. ГАЗАЗЯН, А.Д. ГАЗАЗЯН, В.О. ЧАЛТЫКЯН

Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

(Поступила в редакцию 20 июня 2012г.)

Рассмотрено столкновение двух атомов во внешнем магнитном поле и в поле лазерного излучения с образованием резонансов Фано–Фешбаха. При однофотонно-резонансном взаимодействии лазерного излучения с двумя дискретными колебательными состояниями молекулы образуются одетые состояния (эффект Ауслера–Таунса), которые при взаимодействии с внешним магнитным полем образуют резонансы Фано–Фешбаха. С другой стороны, нижнее молекулярное колебательное состояние связывается с континуумом упругого канала также посредством LICS (лазерно-индуцированная структура континуума), образуя лазерно-индуцированный резонанс. Получены поперечные сечения упругого и неупругого резонансного рассеяния, а также выражения для длины рассеяния в зависимости от величин внешнего магнитного поля и напряженности поля лазерного излучения.

1. Введение

Исследование резонансов Фано–Фешбаха при столкновении атомов важно для понимания и интерпретации явлений в квантовой системе конденсата Бозе–Эйнштейна. Этой проблеме посвящено большое количество работ (см., в частности, работы [1-3]). Резонансы Фано–Фешбаха возникают, когда энергия связанного молекулярного состояния в закрытом канале близка к энергии двух сталкивающихся атомов в системе центра масс в открытом канале (см. рис.1). В этом случае даже слабая связь может привести к сильному смешиванию каналов. Промежуточное квазисвязанное состояние в открытом канале имеет конечное время жизни и может распасться при взаимодействии с континуумом в начальное состояние или в другой канал. Когда связанное состояние в закрытом канале и состояния начальных атомов в открытом канале являются разными сверхтонкими подуровнями, то в магнитном поле два канала имеют разные зеемановские сдвиги. Этой разностью можно управлять, меняя величину магнитного поля. При отсутствии магнитного взаимодействия может играть роль слабое взаимодействие между ядерным движением и электронным. Учет этого взаимодействия по теории возмущений приводит к переходам между различными электронными состояниями.

При резонансном столкновении атомов большое значение имеет получение стабильной молекулы. Эта проблема была экспериментально решена в работе [4] на атомах ^{87}Rb по механизму STIRAP (Stimulated Raman Adiabatic Passage) [5]. В работе [6] обсуждалась возможность переноса в нижнее стабильное молекулярное состояние при резонансном столкновении атомов Na по механизму STIRAP с двумя лазерными импульсами.

Большое количество работ посвящено важной проблеме исследования длины рассеяния в зависимости от величины внешнего магнитного поля и от напряженности лазерного излучения, как при упругом, так и при неупругом столкновении атомов (см. [1-3]).

В данной работе мы рассматриваем столкновение двух атомов с образованием резонансов Фано–Фешбаха при комбинированном воздействии внешнего магнитного поля и резонансного лазерного излучения. Резонансное лазерное излучение образует одетые состояния дискретных молекулярных уровней $|1\rangle$ и $|2\rangle$ (эффект Ауслера–Таунса), которые при взаимодействии с магнитным полем образуют резонансы Фано–Фешбаха. То же лазерное излучение связывает нижележащее молекулярное колебательное состояние с континуумом упругого канала и образует лазерно-индуцированные резонансы по механизму LICS. Таким образом, мы имеем дело с комбинированным эффектом образования резонанса Фано–Фешбаха. Это дает возможность управлять образованием резонансов, меняя величину магнитного поля, интенсивность и частоту лазерного излучения. При этом ширины резонансов зависят от величины магнитного поля и от напряженности поля лазерного излучения, которая увеличивает ширину резонанса, что облегчает экспериментальное обнаружение асимметрии в полном поперечном сечении рассеяния из-за интерференции между резонансным и потенциальным рассеянием. Получены выражения для поперечных сечений упругого и неупругого рассеяния, а также для длины рассеяния в зависимости от величины магнитного поля и напряженности поля лазерного излучения.

2. Образование резонансов Фано–Фешбаха при комбинированном воздействии магнитного поля и лазерного излучения

Рассмотрим упругое и неупругое столкновение атомов с формированием резонансов Фано–Фешбаха во внешнем магнитном поле, которое связывает электронные состояния в открытом и закрытом каналах (взаимодействие U).

Лазерное излучение связывает резонансным взаимодействием (Ω) дискретные молекулярные состояния $|1\rangle$ и $|2\rangle$, которые описываются квазиэнергетическими волновыми функциями. Оно также связывает взаимодействием Ω_E нижнее стабильное молекулярное состояние с континуумом упругого канала, а взаимодействие Ω'_E связывает верхнее состояние со вторым континуумом (неупругого канала) (рис.1).

Отметим, что нижнее состояние $|1\rangle$ может распадаться под действием лазерного излучения как непосредственно в континуум 1 в упругом канале, так и в континуум 2 в неупругом канале из-за эффекта Ауслера–Таунса.

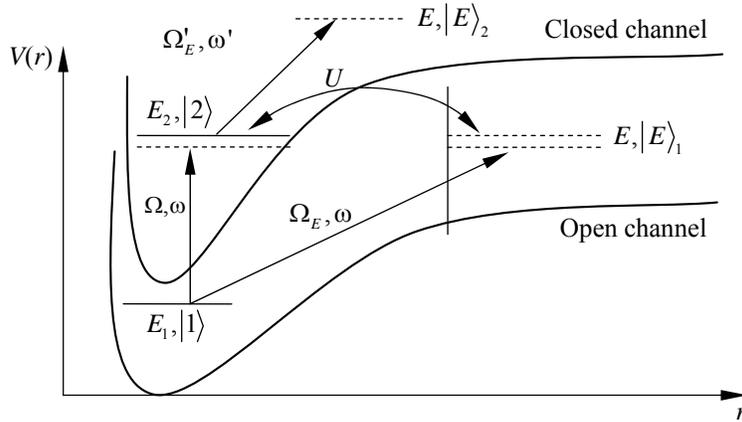


Рис. 1. Схема образования резонансов Фешбаха во внешнем магнитном поле и в поле лазерного излучения.

Гамильтониан для рассматриваемого процесса имеет следующий вид:

$$H = H_1 + H_2, \quad (1a)$$

$$H_1 = E_1 |1\rangle\langle 1| + E_2 |2\rangle\langle 2| + \Omega(t) |2\rangle\langle 1| + \Omega^*(t) |1\rangle\langle 2|, \quad (1b)$$

$$H_2 = \int E (|E\rangle_{11} \langle E| + |E\rangle_{22} \langle E|) dE + \int (\Omega_E(t) |E\rangle_1 \langle 1| + \Omega_E^*(t) |1\rangle_1 \langle E| + \Omega_E(t) |E\rangle_2 \langle 2| + \Omega_E^*(t) |2\rangle_2 \langle E| + U_E |E\rangle_1 \langle 2| + U_E^* |2\rangle_1 \langle E|) dE. \quad (1c)$$

В качестве базисных волновых функций для дискретного спектра с гамильтонианом (1b) выбираем квазиэнергетические волновые функции $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ при адиабатическом включении взаимодействия $\Omega(t)$:

$$|\varphi_k(t)\rangle = e^{-i(\lambda_k - \omega)t} (\alpha_k |1\rangle + \beta_k e^{-i\omega t} |2\rangle), \quad k = 1, 2, \quad (2)$$

где $|1\rangle$, $|2\rangle$ и $E_{1,2}$ – соответственно, волновые функции и энергии невозмущенных состояний;

$$\lambda_k = E_1 + \mu_k + \omega, \quad (k = 1, 2), \quad \mu_{1,2} = \frac{1}{2} \left(v \mp \sqrt{v^2 + 4|\Omega|^2} \right), \quad v = E_2 - E_1 - \omega, \quad (3)$$

$$\alpha_{1,2} = \left(\frac{\mu_{2,1}}{\mu_{2,1} - \mu_{1,2}} \right)^{1/2}, \quad \beta_{1,2} = \pm \frac{\Omega}{|\Omega|} \left(\frac{\mu_{1,2}}{\mu_{1,2} - \mu_{2,1}} \right)^{1/2}.$$

Решение уравнения Шредингера с гамильтонианом (1) представим в следующем виде:

$$\Phi_\lambda(t) = \sum_k e^{i\lambda_k t} a_k(\lambda) |\varphi_k(t)\rangle + \int dE \left[b_E^{(1)}(\lambda) |E\rangle_1 + e^{-i\omega t} b_E^{(2)}(\lambda) |E + \omega\rangle_1 \right]. \quad (4)$$

Тогда для фурье-компонент коэффициентов разложения получим следующую систему уравнений:

$$(\lambda - \lambda_k) a_k(\lambda) = \sum_{\alpha} \int W_k^{*(\alpha)}(E) b_E^{(\alpha)}(\lambda), \quad (5a)$$

$$(\lambda - E) b_E^{(\alpha)}(\lambda) = \sum_k W_k^{(\alpha)}(E) a_k(\lambda), \quad \alpha = 1, 2, \quad (5b)$$

где

$$W_k^{(\alpha)} = \begin{cases} \alpha_k \Omega_E + \beta_k U_E, & \alpha = 1, \\ \beta_k \Omega'_{E+\omega'}, & \alpha = 2. \end{cases} \quad (6)$$

Из уравнения (5b) имеем [7]

$$b_E^{(\alpha)}(\lambda) = \left[\frac{P}{E - \lambda} + z(\lambda) \delta(E - \lambda) \right] \sum_k W_k^{(\alpha)}(E) a_k(\lambda). \quad (7)$$

Подстановка выражения (7) в (4) приводит к следующему выражению для квазиэнергетической волновой функции:

$$\begin{aligned} \Phi_{\lambda}(t) = & \sum_k e^{i\lambda_k t} a_k(\lambda) |\varphi_k(t)\rangle + \int dE \left[\frac{P}{\lambda - E} + z(\lambda) \delta(\lambda - E) \right] \times \\ & \times \left(\sum_k \left[W_k^{(1)}(E) |E\rangle_1 + e^{-i\omega' t} W_k^{(2)}(E) |E + \omega'\rangle_2 \right] a_k(\lambda) \right). \end{aligned} \quad (8)$$

После подстановки выражения (7) в уравнение (5a) получим следующую систему алгебраических уравнений:

$$\sum_{k'} \left[\lambda_k \delta_{kk'} + \Delta_{kk'}(\lambda) \right] a_{k'}(\lambda) + z(\lambda) \sum_k W_k^{*(\alpha)}(\lambda) X^{(\alpha)}(\lambda) = \lambda a_k(\lambda), \quad (9)$$

где

$$\Delta_{kk'}(\lambda) = \sum_{\alpha} P \int \frac{W_k^{*(\alpha)}(E) W_{k'}^{(\alpha)}(E)}{\lambda - E} dE \quad (10)$$

и

$$X^{(\alpha)}(\lambda) = \sum_k W_k^{(\alpha)}(\lambda) a_k(\lambda). \quad (11)$$

После диагонализации матрицы $\|\lambda_k \delta_{kk'} + \Delta_{kk'}(\lambda)\|$ получим следующую систему уравнений:

$$(\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}) \tilde{a}_{\mu}(\lambda) = z(\lambda) \sum_{\alpha} \tilde{W}_{\mu}^{*(\alpha)}(\lambda) X^{(\alpha)}(\lambda), \quad (12)$$

где знак \sim означает унитарно преобразованные величины,

$$\tilde{\lambda}_{\mu} = \frac{1}{2} \left[\lambda_1 + \Delta_{11}(\lambda) + \lambda_2 + \Delta_{22}(\lambda) \pm \sqrt{(\lambda_1 + \Delta_{11}(\lambda) - \lambda_2 - \Delta_{22}(\lambda))^2 + 4|\Delta_{12}(\lambda)|^2} \right], \quad (13)$$

$X^{(\alpha)}(\lambda)$ является собственным вектором эрмитовой матрицы реакции $K^{(\alpha)}(\lambda)$:

$$K^{(\alpha)}(\lambda) = -2\pi W^{(\alpha)}(\lambda) [\lambda I - \Lambda - \Delta(\lambda)]^{-1} W^{+(\alpha)}(\lambda), \quad (14)$$

а

$$\Lambda_{ik} = \lambda_i \delta_{ik} \quad (15)$$

с собственным значением $-2\pi/z_j(\lambda)$, где $z_j(\lambda)$ имеет вид ($j=1,2$)

$$z_L^{(j)}(\lambda) = \frac{1}{2} \frac{1}{\left(\sum_{\mu} \frac{|\tilde{W}_{\mu}^{(1)}(\lambda)|^2}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}} \right) \left(\sum_{\mu} \frac{|\tilde{W}_{\mu}^{(2)}(\lambda)|^2}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}} \right) - \left| \sum_{\mu} \frac{\tilde{W}_{\mu}^{*(1)}(\lambda) \tilde{W}_{\mu}^{(2)}(\lambda)}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}} \right|^2} \times \left\{ \sum_{\mu} \frac{|\tilde{W}_{\mu}^{(1)}(\lambda)|^2 + |\tilde{W}_{\mu}^{(2)}(\lambda)|^2}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}} \pm \left[\sum_{\mu} \left(\frac{|\tilde{W}_{\mu}^{(1)}(\lambda)|^2 - |\tilde{W}_{\mu}^{(2)}(\lambda)|^2}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}} \right)^2 + 4 \left| \sum_{\mu} \frac{\tilde{W}_{\mu}^{*(2)}(\lambda) \tilde{W}_{\mu}^{(2)}(\lambda)}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}} \right|^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (16)$$

Функции $X_{j'}^{(\alpha)}(\lambda)$ удовлетворяют условию

$$\sum_{\alpha} X_{j'}^{*(\alpha)}(\lambda) X_{j'}^{(\alpha)}(\lambda) = \delta_{jj'} / (\pi^2 + z_j^{(j)2}(\lambda)). \quad \alpha, j=1,2. \quad (17)$$

Из соотношения (17) получаем следующее условие ортонормировки для квазиэнергетических функций (8):

$$\langle \Phi_{\lambda'}^{(j')}(\lambda) | \Phi_{\lambda}^{(j)}(\lambda) \rangle = \delta(\lambda - \lambda') \delta_{j'j}. \quad (18)$$

Функции $X_{j'}^{(\alpha)}(\lambda)$ ($\alpha=1,2$) связаны следующими соотношениями:

$$X_j^{(2)}(\lambda) = \frac{1 - z_j(\lambda) \sum_{\mu} |\tilde{W}_{\mu}^{(1)}(\lambda)|^2 / (\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu})}{z_j(\lambda) \sum_{\mu} \frac{\tilde{W}_{\mu}^{(1)}(\lambda) \tilde{W}_{\mu}^{*(2)}(\lambda)}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}}} X_j^{(1)}(\lambda), \quad (19a)$$

или

$$X_j^{(2)}(\lambda) = \frac{z_j(\lambda) \sum_{\mu} \frac{\tilde{W}_{\mu}^{*(1)}(\lambda) \tilde{W}_{\mu}^{(2)}(\lambda)}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}}}{1 - z_j(\lambda) \sum_{\mu} \frac{|\tilde{W}_{\mu}^{(2)}(\lambda)|^2}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}}} X_j^{(1)}(\lambda). \quad (19b)$$

Из условия (17) и исходя из выражений (19a,b) получаем:

$$\left| X_j^{(1)}(\lambda) \right|^2 = \frac{1}{\pi^2 + z_j^2(\lambda)} \frac{1 - z_j(\lambda) \sum_{\mu} \frac{|\tilde{W}_{\mu}^{(2)}(\lambda)|^2}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}}}{2 - z_j(\lambda) \sum_{\mu} \frac{|\tilde{W}_{\mu}^{(1)}(\lambda)|^2 + |\tilde{W}_{\mu}^{(2)}(\lambda)|^2}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}}}, \quad (20a)$$

$$|X_j^{(2)}(\lambda)|^2 = \frac{1}{\pi^2 + z_j^2(\lambda)} \frac{1 - z_j(\lambda) \sum_{\mu} |\tilde{W}_{\mu}^{(1)}(\lambda)|^2 / (\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu})}{2 - z_l(\lambda) \sum_{\mu} (|\tilde{W}_{\mu}^{(1)}(\lambda)|^2 + |\tilde{W}_{\mu}^{(2)}(\lambda)|^2) / (\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu})}. \quad (20b)$$

3. Поперечные сечения упругого и неупругого рассеяния, длина рассеяния

Асимптотические выражения волновых функций непрерывного спектра с орбитальным моментом l $|E\rangle_1^{(l)}$ и $|E + \omega'\rangle_2^{(l)}$ на больших расстояниях ($r \rightarrow \infty$) имеют следующий вид:

$$|E\rangle_1^{(l)} \propto \frac{1}{k_1(E)r_1} \sin\left[k_1(E)r_1 + \delta_l - \frac{1}{2}\pi l\right] P_l(\cos\Theta_1), \quad (21a)$$

$$|E + \omega'\rangle_2^{(l)} \propto \frac{1}{k_2(E + \omega')r_2} \sin\left[k_2(E + \omega')r_2 + \delta_l - \frac{1}{2}\pi l\right] P_l(\cos\Theta_2), \quad (21b)$$

где $P_l(\cos\Theta)$ – полином Лежандра.

Учитывая, что волновые функции связанных состояний атомов $|\varphi_k(t)\rangle = 0$ при больших расстояниях между атомами ($r \rightarrow \infty$), можем записать квазиэнергетические функции (8), после подстановки выражений (21a,b), в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Phi_{\lambda,j}^{(l)}(t) \propto & -\frac{\pi}{k_1(\lambda)r_1} X_{j1}^{(l)} \frac{1}{\sin\eta_l^{(j)}(\lambda)} \sin\left(k(\lambda)r_1 + \delta_l + \eta_l^{(j)}(\lambda) - \frac{l\pi}{2}\right) P_l(\cos\Theta_1) - \\ & -\frac{\pi}{k_2(\lambda + \omega')r_2} X_{j2}^{(l)} \frac{e^{-i\omega t}}{\sin\eta_l^{(j)}(\lambda)} \sin\left(k(\lambda + \omega')r_2 + \delta_l + \eta_l^{(j)}(\lambda) - \frac{l\pi}{2}\right) P_l(\cos\Theta_2), \end{aligned} \quad (22)$$

где δ_l – фаза потенциального (нерезонансного) рассеяния, а $\eta_l^{(j)}$ – фаза, обусловленная резонансным рассеянием с образованием резонансов Фешбаха, индекс j ($j = 1, 2$) соответствует двум значениям функции $z_l^{(j)}(\lambda)$ (16):

$$\tan\eta_l^{(j)}(\lambda) = -1/\bar{z}_l^{(j)}(\lambda), \quad \bar{z}_l^{(j)}(\lambda) = z_l^{(j)}(\lambda)/\pi. \quad (23)$$

Представим вектор состояния для рассеяния, когда $r \rightarrow \infty$, в виде суперпозиции квазиэнергетических функций (22):

$$\begin{aligned} \Phi_{\lambda}(t, 1 \rightarrow 1, 2) = & -\sum_j \sum_l B_j^{(l)}(\lambda) (2l+1) i^l e^{i(\delta_l + \eta_l^{(j)}(\lambda))} \times \\ & \times \left\{ \frac{X_{j1}^{(l)}(\lambda)}{k_1(\lambda)r_1} \frac{\pi}{k(\lambda)r_1} \sin\left(k_1(\lambda)r_1 + \delta_l + \eta_l^{(j)}(\lambda) - \frac{l\pi}{2}\right) P_l(\cos\Theta_1) + \right. \\ & \left. + \frac{X_{j2}^{(l)}}{k_2(\lambda + \omega')r_2} e^{-i\omega t} \sin\left(k_2(\lambda + \omega')r_2 + \delta_l + \eta_l^{(j)}(\lambda) - \frac{l\pi}{2}\right) P_l(\cos\Theta_2) \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

Из требования, чтобы в первом упругом канале присутствовали падающая и расходящаяся волны, а во втором неупругом канале отсутствовала падающая волна, для коэффициентов разложения (24) $B_j^{(l)}(\lambda)$ получим

$$B_1^{(j)}(\lambda) = \frac{X_{2,2}^{(l)}}{\det[X_{ij}^{(l)}(\lambda)]}, \quad (25a)$$

$$B_2^{(j)}(\lambda) = \frac{X_{1,2}^{(l)}}{\det[X_{ij}^{(l)}(\lambda)]}. \quad (25b)$$

Исходя из выражения для вектора состояния (24), для амплитуд упругого и неупругого рассеяний будем иметь следующие выражения:

$$f_{\text{el}}(\Theta) = -\frac{1}{2ik} \sum_j \sum_l B_j^{(l)}(\lambda) (2l+1) i^l X_{j1}^{(l)}(\lambda) (S_l^{(j)}(\lambda) - 1) P_l(\cos \Theta), \quad (26a)$$

$$f_{\text{inel}}(\Theta) = -\frac{1}{2ik} \sum_j \sum_l B_j^{(l)}(\lambda) (2l+1) i^l X_{j2}^{(l)}(\lambda) S_l^{(j)}(\lambda) P_l(\cos \Theta), \quad (26b)$$

где

$$S_l^{(j)}(\lambda) = e^{2i(\delta_l + \eta_l^{(j)}(\lambda))}. \quad (27)$$

Подставляя выражение для коэффициентов $B_j^{(l)}(\lambda)$ из (25a,b) в выражения (26a,b), для амплитуд рассеяния получим

$$f_{\text{el}}(\Theta) = -\frac{1}{2ik} \sum_l (2l+1) i^l (S_l(\lambda) - 1) P_l(\cos \Theta), \quad (28a)$$

$$f_{\text{inel}}(\Theta) = -\frac{1}{2ik} \sum_l (2l+1) A_3(\lambda) i^l (S_l^{(1)}(\lambda) - S_l^{(2)}(\lambda)) P_l(\cos \Theta), \quad (28b)$$

где $S_l(\lambda)$ – диагональный элемент S -матрицы:

$$S_l(\lambda) = A_1^{(l)}(\lambda) S_l^{(1)}(\lambda) + A_2^{(l)}(\lambda) S_l^{(2)}(\lambda), \quad (29)$$

и

$$A_1^{(l)}(\lambda) = \frac{X_{11}^{(l)}(\lambda) X_{22}^{(l)}(\lambda)}{\det[X_{ij}^{(l)}(\lambda)]}, \quad (30a)$$

$$A_2^{(l)}(\lambda) = -\frac{X_{12}^{(l)}(\lambda) X_{21}^{(l)}(\lambda)}{\det[X_{ij}^{(l)}(\lambda)]}, \quad (30b)$$

$$A_3^{(l)}(\lambda) = \frac{X_{12}^{(l)}(\lambda) X_{22}^{(l)}(\lambda)}{\det[X_{ij}^{(l)}(\lambda)]}. \quad (30c)$$

Последние величины можно представить в следующем виде:

$$A_1^{(l)}(\lambda) = \frac{z_1^{(L)}(\lambda)}{z_1^{(L)}(\lambda) - z_2^{(L)}(\lambda)} \left(1 - z_2^{(j)}(\lambda) \sum_{\mu} \frac{|\tilde{W}_{\mu}^{(1)}(\lambda)|^2}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}} \right), \quad (31a)$$

$$A_2^{(l)}(\lambda) = \frac{z_2^{(L)}(\lambda)}{z_1^{(L)}(\lambda) - z_2^{(L)}(\lambda)} \left(1 - z_1^{(j)}(\lambda) \sum_{\mu} \frac{|\tilde{W}_{\mu}^{(2)}(\lambda)|^2}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}} \right), \quad (31b)$$

$$A_3^{(l)}(\lambda) = \frac{1}{z_1^{(L)}(\lambda) - z_2^{(L)}(\lambda)} \frac{\left(1 - z_1^{(j)}(\lambda) \sum_{\mu} \frac{|\tilde{W}_{\mu}^{(1)}(\lambda)|^2}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}} \right) \left(1 - z_2^{(j)}(\lambda) \sum_{\mu} \frac{|\tilde{W}_{\mu}^{(2)}(\lambda)|^2}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}} \right)}{\sum_{\mu} \frac{\tilde{W}_{\mu}^{(1)}(\lambda) \tilde{W}_{\mu}^{(2)*}(\lambda)}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}}}. \quad (31c)$$

Исходя из выражений для амплитуд упругого (28a) и неупругого (28b) рассеяния, для поперечных сечений получим следующие известные выражения:

$$\sigma_{el} = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) |1 - S_l(\lambda)|^2, \quad (32a)$$

$$\sigma_{inel} = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) (1 - |S_l(\lambda)|^2). \quad (32b)$$

Выражение (29) для $S_l(\lambda)$ при $\eta_l^{(j)}(\lambda) = 0$ ($j=1,2$) и с учетом равенства $A_1^{(l)}(\lambda) + A_2^{(l)}(\lambda) = 1$ дает

$$S_l(\lambda) = e^{2i\delta_l}, \quad (33)$$

т.е. сечение неупругого рассеяния обращается в нуль, а сечение упругого рассеяния переходит в сечение потенциального рассеяния. После подстановки выражения (29) в (31a,b) получим

$$\sigma_{el} = \frac{4\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) \left| \sin \delta_l - \left[A_1(\lambda) e^{i\eta_l^{(1)}(\lambda)} \sin \eta_l^{(1)}(\lambda) + A_2(\lambda) e^{i\eta_l^{(2)}(\lambda)} \sin \eta_l^{(2)}(\lambda) \right] e^{i\delta_l} \right|^2, \quad (34a)$$

$$\sigma_{inel} = \frac{4\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) |A_3(\lambda)|^2 \sin^2(\eta_l^{(2)}(\lambda) - \eta_l^{(1)}(\lambda)). \quad (34b)$$

Выделим в формулах (34a,b) резонансное состояние с орбитальным моментом L и представим потенциальную часть рассеяния в виде

$$\sigma_{pot} = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l \neq L} (2l+1) \sin^2 \delta_l. \quad (35)$$

Полное поперечное сечение упругого рассеяния представим в виде

$$\sigma_{\text{tot}}^{\text{el}} = \sigma_{\text{pot}} + \sigma_{\text{res}}^{\text{el}}, \quad (36)$$

где резонансное слагаемое определяется выражением

$$\frac{\sigma_{\text{res}}^{\text{el}}}{\sigma_{\text{nonres}}} = |A_1^{(L)}(\lambda)|^2 F_1(\lambda) + |A_2^{(L)}(\lambda)|^2 F_2(\lambda) + 2|A_3^{(L)}(\lambda)|^2 F_3(\lambda). \quad (37)$$

Здесь σ_{nonres} – поперечное сечение с орбитальным моментом L при отсутствии резонансного состояния [8]:

$$\sigma_{\text{nonres}} = \frac{4\pi}{k^2} (2L+1) \sin^2 \delta_L, \quad (38)$$

а

$$F_j(\lambda) = \frac{(\chi_L + \bar{z}_j^{(L)}(\lambda))^2}{1 + \bar{z}_j^{(L)}(\lambda)^2}, \quad (j=1,2) \quad (39a)$$

$$F_3(\lambda) = \frac{\chi_L^2 (1 + \bar{z}_1^{(L)}(\lambda) \bar{z}_2^{(L)}(\lambda)) (\chi_L + \bar{z}_1^{(L)}(\lambda)) (\chi_L + \bar{z}_2^{(L)}(\lambda))}{(1 + \bar{z}_1^{(L)}(\lambda)) (1 + \bar{z}_2^{(L)}(\lambda))}, \quad (39b)$$

где

$$\chi_L = -\cot \delta_L. \quad (40)$$

Исходя из выражения (34b), для сечения неупругого резонансного рассеяния с орбитальным моментом L получаем

$$\sigma_{\text{inel}} = \frac{4\pi}{k^2} (2L+1) |A_3(\lambda)|^2 \sin^2 (\eta_L^{(2)}(\lambda) - \eta_L^{(1)}(\lambda)). \quad (41)$$

Графическое представление выражений (37) и (41) для упругого и неупругого рассеяния приведено на рис.2. В полученные выражения для сечений входят две фазы рассеяния – $\eta_L^{(1)}(\lambda)$ и $\eta_L^{(2)}(\lambda)$, связанные соотношением

$$\tan \eta_L^{(1)}(\lambda) + \tan \eta_L^{(2)}(\lambda) = -\sum_{\mu} \frac{\tilde{\Gamma}_{\mu}^{(L)}(\lambda)}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}}, \quad (42)$$

где

$$\tilde{\Gamma}_{\mu}^{(\alpha)L}(\lambda) = 2\pi |\tilde{W}_{\mu}^{(\alpha)L}(\lambda)|^2, \quad \tilde{\Gamma}_{\mu}^{(L)}(\lambda) = \sum_{\alpha} \tilde{\Gamma}_{\mu}^{(\alpha)}(\lambda), \quad \alpha, \mu = 1, 2. \quad (43)$$

Вводя приведенное значение для величин $\bar{z}_j^{(L)}(\lambda)$

$$Z^{(L)}(\lambda) = \frac{\bar{z}_1^{(L)}(\lambda) \bar{z}_2^{(L)}(\lambda)}{\bar{z}_1^{(L)}(\lambda) + \bar{z}_2^{(L)}(\lambda)}, \quad (44)$$

выражение (42) можно записать в виде

$$Z^{(L)}(\lambda) = \left[\sum_{\mu} \frac{\tilde{\Gamma}_{\mu}^{(L)}(\lambda)/2}{\lambda - \tilde{\lambda}_{\mu}} \right]^{-1}. \quad (45)$$

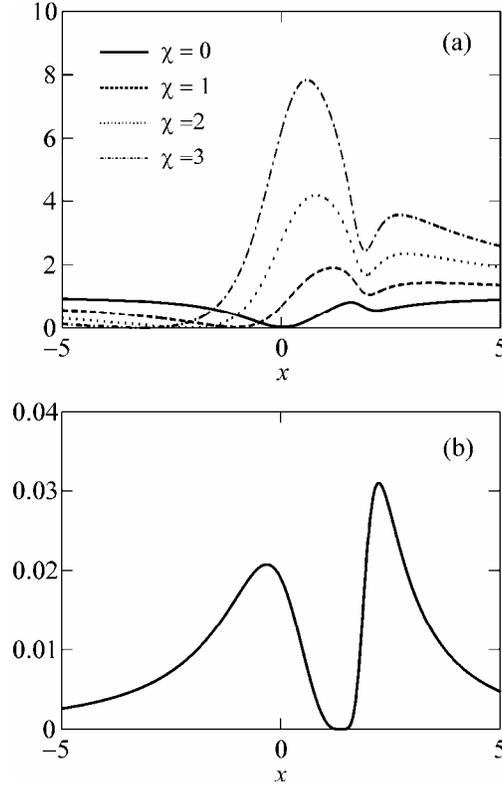


Рис.2. Графические представления поперечных сечений упругого (a) и неупругого (b) рассеяний в зависимости от $x = (\lambda - \tilde{\lambda}_1) / (\tilde{\Gamma}_1^{(1)}/2)$ при значениях $\tilde{\Gamma}_2^{(1)}/2 = 0.1$, $\tilde{\Gamma}_1^{(2)}/2 = 0.2$, $\tilde{\Gamma}_2^{(2)}/2 = 0.4$, $\Omega = 1$, $\nu = 0$ (все величины приведены в единицах $\tilde{\Gamma}_1^{(1)}/2$).

Для нахождения длины рассеяния рассмотрим амплитуды (28), где $S_l(\lambda)$ определяется соотношением (29). Введем комплексную фазу $\bar{\eta}_L(\lambda)$:

$$S_l(\lambda) = e^{2i\bar{\eta}_L(\lambda)}. \quad (46)$$

Исходя из выражения (29), для комплексной фазы $\bar{\eta}_L(\lambda)$ из (46) получим

$$\bar{\eta}_L(\lambda) = \delta_L + \frac{1}{2i} \ln \sum_j A_j^{(L)}(\lambda) e^{2i\eta_j^{(L)}(\lambda)}. \quad (47)$$

Из выражений (23) имеем

$$e^{2i\eta_j^{(L)}(\lambda)} = \frac{(\bar{z}_j^{(L)}(\lambda) - i)}{(\bar{z}_j^{(L)}(\lambda) + i)}. \quad (48)$$

Тогда выражение (47) принимает вид

$$\bar{\eta}_L(\lambda) = \delta_L + \frac{1}{2i} \ln \sum_j A_j^{(L)}(\lambda) \frac{\bar{z}_j^{(L)}(\lambda) - i}{\bar{z}_j^{(L)}(\lambda) + i}. \quad (49)$$

Определим «эффективную» длину рассеяния:

$$a_{\text{eff}}^{(L)}(k) = -\frac{\bar{\eta}_L(k)}{k}, \quad (50)$$

где $k = \sqrt{m\lambda/\hbar^2}$, а m – масса отдельного атома. Подставляя выражение для фазы $\bar{\eta}_L(k)$ из (49) в «эффективную» длину рассеяния (50), можно представить ее в виде

$$a_{\text{eff}}^{(L)}(k) = a_0^{(L)}(k) + a_{\text{eff}}^{(L)\text{res}}(k), \quad (51)$$

где $a_0^{(L)}(k) = -\delta_L(k)/k$ суть фоновая длина, обусловленная потенциальным рассеянием; при этом величина

$$a_{\text{eff}}^{(L)\text{res}}(k) = -\frac{1}{2i} \frac{1}{k} \ln \sum_j A_j^{(L)}(k) \frac{\bar{z}_j^{(L)}(k) - i}{\bar{z}_j^{(L)}(k) + i} \quad (52)$$

является комплексной.

В случае холодных атомов $k \rightarrow 0$ и с угловым моментом $L = 0$ (S -волна) мы можем ввести «приведенную» ширину $\tilde{\gamma}$ лазерно-индуцированных распадов. Для длины рассеяния, когда $k \rightarrow 0$, получаем

$$a = a_0 + a_{\text{res}}, \quad (53)$$

где a_0 – фоновое значение, а a_{res} – резонансная часть длины рассеяния. Для a_{res} получим следующее выражение:

$$a_{\text{res}} = -\left(\frac{\tilde{\gamma}_1^{(1)}}{\tilde{\lambda}_1} + \frac{\tilde{\gamma}_2^{(1)}}{\tilde{\lambda}_2} \right), \quad (54)$$

где $\tilde{\lambda}_1$ и $\tilde{\lambda}_2$ определяются выражением (13). Длина рассеяния (54), как видно, совпадает с выражением для случая упругого рассеяния, полученным в [9]. Из выражения (54) видно, что длина рассеяния зависит от напряженности поля лазерного излучения и величины индукции магнитного поля.

4. Заключение

Мы рассмотрели столкновение двух атомов с образованием резонанса Фешбаха во внешнем магнитном поле под действием лазерного излучения. Лазерное излучение связывает однофотонным резонансным взаимодействием Ω нижнее колебательное молекулярное состояние в открытом канале с вышележащим молекулярным состоянием в закрытом канале и с атомными состояниями в континууме (взаимодействие Ω'_E). Взаимодействием Ω'_E верхнее дискрет-

ное состояние связывается со вторым континуумом и обуславливает лазерно-индуцированное неупругое рассеяние. Одновременное воздействие магнитного поля и лазерного излучения дает возможность управлять образованием фешбаховского резонанса посредством изменения величины магнитного поля и частоты лазерного излучения. Получены поперечные сечения упругого и неупругого резонансного столкновения двух атомов и длина рассеяния в зависимости от величины магнитного поля и интенсивности лазерного излучения. Показано, что эти сечения определяются двумя фазами и получена связь между ними. При отсутствии неупругого канала рассеяния выражения для сечений переходят в соответствующие выражения работы [9].

Работа выполнена в рамках Международных грантов Volkswagen Stiftung I/84 953, ANSEF-optPS-2911 и гранта Министерства образования и науки РА 11-1с124.

ЛИТЕРАТУРА

1. **E.Timmermans, P.Tommasini, M.Hussein, A.Kerman.** Phys. Rep., **315**, 199 (1999).
2. **R.A.Duine, H.T.C.Stoof.** Phys. Rep., **396**, 115 (2004).
3. **Ch.Chin, R.Grimm, P.Julienne, E.Tiesinga.** Rev. Mod. Phys., **82**, 1225 (2010).
4. **K.Winkler, F.Lang, G.Thalhammer, P.v.d. Straten, R.Grimm, J.Hecker Denschlag.** Phys. Rev. Lett., **98**, 043201 (2007).
5. **K.Bergmann, H.Theuer, B.W.Shore.** Rev. Phys., **70**, 1003 (1998).
6. **S.J.Kokkelmans, H.M.J.Vissers, B.J.Verhaar.** Phys. Rev. A, **63**, 031601 (2001).
7. **U.Fano.** Phys. Rev., **124**, 1866 (1961).
8. **H.Messy.** Negative Ions. Cambridge, London, New York, Melbourne, Cambridge University Press, 1976.
9. **Э.А.Газазян, А.Д.Газазян, В.О.Чалтыкян.** Изв. НАН Армении, Физика, **46**, 321 (2011).

COLLISION OF ATOMS UNDER ACTION OF EXTERNAL MAGNETIC AND LASER RADIATION FIELDS WITH FORMATION OF FANO–FESHBACH RESONANCES

E.A. GAZAZYAN, A.D. GAZAZYAN, V.O. CHALTYKYAN

We investigate collision of two atoms in an external magnetic field and in the field of laser radiation with formation of Fano–Feshbach resonances. At one-photon resonance of laser radiation with two discrete vibrational states of molecule the dressed states are formed (Autler–Townes effect) which form Fano–Feshbach resonances in interaction with the external magnetic field. In addition, the lower molecular vibrational state is coupled with the continuum of the elastic channel via also LICS (laser-induced continuum structure) forming laser-induced resonance. We obtain cross-sections of elastic and inelastic resonant scattering and expression for the scattering length depending on the external magnetic and laser radiation fields.