Известия НАН Армении, Физика, т.47, №6, с.391-394 (2012)

УДК 537.312

ВРЕМЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ ДЛЯ ВРАЩАЮЩИХСЯ СВЕРХПРОВОДНИКОВ С ПАРАМАГНИТНЫМИ ПРИМЕСЯМИ

К.М. ШАХАБАСЯН, М.К. ШАХАБАСЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 11 июня 2012 г.)

Получены временные уравнения Гинзбурга–Ландау для вращающихся сверхпроводящих сплавов с парамагнитными примесями, учитывающие одновременное наличие в них однородного магнитного поля (лондоновского момента) и неоднородного электрического поля, обусловленных силами инерции. Получено уравнение, определяющее проникновение постоянного электрического поля во вращающийся сверхпроводник. Найдена диссипативная функция.

1. Введение

Нестационарные уравнения Гинзбурга–Ландау для покоящихся сверхпроводников с парамагнитными примесями были получены работе [1]. Твердотельное вращение сверхпроводников с постоянной угловой скоростью ω приводит к появлению внутри однородного магнитного поля $-2mc\boldsymbol{\omega}/e$ (лондоновского момента) [2-4]. Простейшее объяснение возникновения этого поля заключается в том, что силы во вращающейся системе отсчета должны компенсироваться – это поле необходимо для компенсации силы Кориолиса. Наличие же центробежной силы приводит к возникновению неоднородного электрического поля $m\omega^2 r/e$ [5]. Релятивистское уравнение Лондона во вращающейся системе координат, из которого следует наличие лондоновского момента и неоднородного электрического поля, было получено в [6]. Ковариантные уравнения электродинамики вращающихся сверхпроводников, подтверждающие наличие этих полей, были выведены в [7]. Отметим, что в работах [5-7] рассматривалось только поведение сверхпроводящего конденсата электронов, то есть ионная решетка предполагалась несжимаемой. Однако деформация ионной решетки сверхпроводника при вращении и взаимодействие ионов с электронами проводимости посредством обмена фононами приводит к следующему изменению выражения напряженности неоднородного электрического поля [8,9]:

$$\mathbf{E}_r = -\left(\frac{2}{3}\rho_i E_F \frac{1-2\sigma}{Y} - m\right)\frac{\omega^2}{e}\mathbf{r} = -G\omega^2\mathbf{r}, \qquad (1)$$

где $\rho_i = Mn_i$ – плотность массы ионов, M – масса иона, E_F – энергия Ферми электронов, m – инертная масса электрона, Y – модуль Юнга, σ – коэффициент Пуассона, $\mathbf{r}$ – расстояние от оси вращения. Отметим, что первое слагаемое в (1) является главным. Таким образом, возникает необходимость учета в нестационарных уравнениях Гинзбурга–Ландау деформаций ионной решетки вращающегося сверхпроводника.

Настоящая работа посвящена выводу нестационарных уравнений Гинзбурга–Ландау для вращающихся сверхпроводников с парамагнитными примесями.

2. Основные уравнения

Как упоминалось выше, зависящие от времени уравнения Гинзбурга–Ландау для покоящихся сверхпроводящих сплавов с парамагнитными примесями были получены при помощи метода функций Грина в работе [1]:

$$-\tau_\Delta\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{2ie}{\hbar}\varphi\right)\Delta+\left(1-\frac{|\Delta|^2}{\Delta_\infty^2}\right)\Delta+\xi^2\left(\nabla-\frac{2ie}{\hbar c}\mathbf{A}\right)^2\Delta=0, \tag{2}$$

$$\mathbf{j}=\frac{\hbar c^2}{16\pi e\lambda^2\Delta_\infty^2}\left[i\left(\Delta\nabla\Delta^*-\Delta^*\nabla\Delta\right)-\frac{4e}{\hbar c}|\Delta|^2\mathbf{A}\right]+\sigma_n\mathbf{E}, \tag{3}$$

где длина когерентности $\xi(T)$ и лондоновская глубина проникновения магнитного поля $\lambda(T)$ определяются следующим образом:

$$\xi(T)=\left(6D\hbar^2/\tau_S\Delta_\infty^2\right)^{1/2},\ \ \lambda(T)=\hbar c\Big/\left(8\pi\sigma_n\tau_S\Delta_\infty^2\right)^{1/2}. \tag{4}$$

Здесь $D=\tau v_F^2/3$ – коэффициент диффузии, τ_S – среднее время между соударениями электронов с примесью, сопровождающееся переворотом спина, τ – время свободного пробега электронов по отношению к соударениям с атомами примесей, $\sigma_n=ne^2\tau/m$ – проводимость нормального металла, n – плотность электронов, $\Delta_\infty=\sqrt{2}\pi k\left(T_c-T\right)$ – значение параметра порядка Δ в отсутствие магнитного поля, T_c – критическая температура, k – постоянная Больцмана, $\mathbf{A}$ – векторный потенциал магнитного поля, φ – скалярный потенциал электрического поля. Электрическое поле $\mathbf{E}$ и магнитная индукция $\mathbf{B}$ определяются обычным образом:

$$\mathbf{E}=-(1/c)\partial\mathbf{A}/\partial t-\nabla\varphi,\ \mathbf{B}=\operatorname{rot}\mathbf{A}. \tag{5}$$

Временные уравнения Гинзбурга–Ландау (2) и (3) получены в предположении $\tau\Delta \ll \hbar$. Это предположение представляет собой условие бесщелевой сверхпроводимости. Эти уравнения определяют характерные времена релаксации параметра порядка τ_Δ и тока τ_j :

$$\tau_\Delta=6\hbar^2/\tau_S\Delta_\infty^2,\ \ \tau_j=\hbar^2/2\tau_S\Delta_\infty^2. \tag{6}$$

Независящие от времени уравнения Гинзбурга–Ландау для вращающихся сверхпроводников, учитывающие наличие лондоновского момента, были получены в работах [10-12].

Из вышесказанного следует, что зависящие от времени уравнения Гинзбурга–Ландау для вращающегося сверхпроводника с парамагнитными примесями запишутся в виде:

$$-\tau_\Delta\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{2ie}{\hbar}\left(\varphi+\varphi_r\right)\right)\Delta+\left(1-\frac{|\Delta|^2}{\Delta_\infty^2}\right)\Delta+\xi^2\left(\nabla-\frac{2ie}{\hbar c}\left(\mathbf{A}+\mathbf{A}_r\right)\right)^2\Delta=0, \qquad (7)$$

$$\mathbf{j}=\frac{\hbar c^2}{16\pi e\lambda^2\Delta_\infty^2}\left[i\left(\Delta\nabla\Delta^*-\Delta^*\nabla\Delta\right)-\frac{4e}{\hbar c}|\Delta|^2\left(\mathbf{A}+\mathbf{A}_r\right)\right]+\sigma_n\left(\mathbf{E}-\mathbf{E}_r\right), \qquad (8)$$

где скалярный потенциал φ_r и векторный потенциал $\mathbf{A}_r$, обусловленные силами инерции, определяются как

$$\varphi_r=\frac{1}{2}G\omega^2r^2,\quad \mathbf{A}_r=\frac{mc}{e}\left[\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}\right]. \qquad (9)$$

Заметим, что выражение для плотности тока (8) представляет собой сумму плотностей сверхпроводящего тока $\mathbf{j}_s$ и тока нормальных электронов $\mathbf{j}_n$.

Записав параметр порядка в виде $\Delta=|\Delta|e^{i\theta}$, введя новые градиентно-инвариантные потенциалы следующим образом:

$$\mathbf{Q}=\mathbf{A}-\frac{\hbar c}{2e}\nabla\theta+\mathbf{A}_r,\quad \Phi=\varphi+\frac{\hbar}{2e}\frac{\partial\theta}{\partial t}+\varphi_r, \qquad (10)$$

и разделяя действительную и мнимую части уравнения (7), получаем

$$\tau_\Delta\frac{\partial|\Delta|}{\partial t}=|\Delta|-\frac{|\Delta|^3}{\Delta_\infty^2}+\xi^2\left(\nabla^2-\frac{4e^2}{\hbar^2c^2}\mathbf{Q}^2\right)|\Delta|, \qquad (11)$$

$$c\tau_\Delta|\Delta|^2\Phi+\xi^2\nabla\left(\mathbf{Q}|\Delta|^2\right)=0. \qquad (12)$$

Вычитая из уравнения (7) его комплексно сопряженное, имеем

$$\frac{2e\Gamma|\Delta|^2}{\hbar}=\frac{\hbar}{4e}\operatorname{div}\mathbf{j}_s, \qquad (13)$$

где $\Gamma=n\tau\tau_S/4mD$. Далее используем закон сохранения полного тока, вытекающий из постоянства плотности электронов. Представляя нормальный ток в виде

$$\mathbf{j}_n=-\sigma_n\left(\nabla\Phi+\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{Q}}{\partial t}\right), \qquad (14)$$

получаем окончательно следующее уравнение:

$$l_E^2\left(\nabla^2\Phi+\frac{1}{c}\operatorname{div}\frac{\partial\mathbf{Q}}{\partial t}\right)=\frac{|\Delta|^2}{\Delta_\infty^2}\Phi, \qquad (15)$$

где $l_E = \left(\hbar^2\sigma_n / 8e^2\Gamma\Delta_\infty^2\right)^{1/2} = \xi/\sqrt{12}$ – глубина проникновения постоянного электрического поля и постоянного нормального тока в сверхпроводник. Диссипативная же функция W запишется в виде

$$W = 2\Gamma\left|\hbar\frac{\partial\Delta}{\partial t} + 2ie\Phi\Delta\right|^2 + \sigma_n\left|\nabla\Phi + \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{Q}}{\partial t}\right|^2. \tag{16}$$

Первое слагаемое в (16) представляет собой вклад в диссипацию энергии за счет релаксации параметра порядка, второе слагаемое – вклад за счет омической диссипации нормальных электронов.

Таким образом, нами получены уравнения для параметра порядка (7) и плотности полного тока (8) во вращающихся сверхпроводящих сплавах с парамагнитными примесями, учитывающие одновременное наличие в них однородного магнитного поля (лондоновского момента) и неоднородного электрического поля, обусловленных силами инерции. Получено также уравнение (15), определяющее проникновение постоянного электрического поля в сверхпроводник. Найдена диссипативная функция (16). Полученные уравнения могут быть использованы для исследования квантовых когерентных эффектов во вращающихся сверхпроводниках.

Данная работа выполнена при поддержке гранта Государственного комитета по науке 11-1c107, а также при поддержке гранта фонда Folkswagen Stiftung Az: 85 182.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Л.П.Горьков, Г.М.Элиашберг.** ЖЭТФ, **54**, 612 (1968).
2. **F.London.** Superfluids. New York, Dover, 1960.
3. **Y.Jiang, M.Liu.** Phys. Rev. B, **63**, 185406 (2001).
4. **H.Essen.** Eur. J. Phys., **26**, 279 (2005).
5. **H.Peng, D.G.Torr, E.K.Hu, B.Peng.** Phys. Rev. B, **43**, 2700 (1991).
6. **R.A.Krikorian, D.M. Sedrakian.** Nuovo Cimento, **120B**, 217 (2005).
7. **R.A.Krikorian, D.M. Sedrakian.** Nuovo Cimento, **120B**, 1329 (2005).
8. **M.C.Leung, G.Papini, R.G.Rystephanick.** Canad. J. Phys., **49**, 2754 (1971).
9. **M.C.Leung.** Nuovo Cimento, **7B**, 220 (1972).
10. **Б.И.Веркин, И.О.Кулик.** ЖЭТФ, **61**, 2067 (1971).
11. **Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян.** Изв. АН Арм. ССР, Физика, **11**, 385 (1976).
12. **H.Capellmann,** Eur. Phys. J. B, **25**, 25 (2002).

TIME-DEPENDENT GINZBURG–LANDAU EQUATIONS FOR ROTATING SUPERCONDUCTORS WITH PARAMAGNETIC IMPURITIES

K.M. SHAHABASYAN, M.K. SHAHABASYAN

The time-dependent Ginzburg–Landau equations for rotating superconducting alloys with paramagnetic impurities are derived. The simultaneous occurrence of a homogeneous magnetic field (the London moment) and an inhomogeneous electric field, created by inertial forces, is taken into account. The equation describing constant electric field penetration into a rotating superconductor is derived. The dissipative function is obtained as well.