УДК 621.373

РЕАЛИЗАЦИЯ ОПТИЧЕСКОГО ЛОГИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА ТОФФОЛИ В **Л-СРЕДАХ**

Э.А. ГАЗАЗЯН¹, Г.Г. ГРИГОРЯН¹, В.О. ЧАЛТЫКЯН¹, Д. ШРАФТ²

¹Институт Физических исследований, НАН Армении, Аштарак

²Институт прикладной физики, Дармштадский технический университет, Германия

(Поступила в редакцию 28 марта 2012 г.)

Предложена простая реализация вентиля Тоффоли в кристаллических пленках, допированных редкоземельными атомами. В основе предлагаемой схемы лежит адиабатический перенос населенностей в А-системе с помощью контринтуитивной и интуитивной последовательностей коротких лазерных импульсов. Проанализирована возможность экспериментальной реализации предлагаемого вентиля.

1. Введение

Универсальный обратимый логический вентиль Тоффоли был впервые рассмотрен в 1980 г. в работе [1], в которой было показано, что любой обратимый процессор можно построить, используя только этот вентиль [2,3]. Трехбитовый вентиль Тоффоли (ССПОТ) имеет три входа и три выхода. При этом два бита являются неизменяемыми (контрольные биты), а третий бит (бит цели) меняется тогда и только тогда, когда оба неизменяемых бита имеют значение 1 (см. таблицу истинности ССПОТ).

В силу своей универсальности вентиль Тоффоли играет важное значение не только в классических вычислениях обычных булевских функций, но и в квантовой информатике [4-13]. Квантовый вентиль Тоффоли был успешно реализован экспериментально в ионной ловушке [14].

В настоящей работе мы продемонстрируем достаточно простую реализацию полностью оптического вентиля Тоффоли в резонансной среде, состоящей из Λ -атомов. В основе предлагаемой нами схемы лежит циклический адиабатический перенос населенностей методами STIRAP и b-STIRAP, которые достаточно хорошо изучены как теоретически [15-17], так и экспериментально [18-21] не только на отдельных атомах [22,23], но и в среде [24-26]. В качестве твердотельной среды может быть использован кристалл $Pr^{3+}:Y_2SiO_5$ [27], который уже успешно использован для построения оптического сумматора в эксперименте [28]. Предлагаемая нами схема не требует усовершенствования этого эксперимента и только демонстрирует, что таким же путем можно построить обратимый универсальный процессор. Отметим, что полностью оптические ко-

герентные логические элементы, подобные осуществленным в эксперименте [28] и использующие когерентные взаимодействия резонансных атомов с лазерными импульсами, являются необходимым промежуточным этапом при переходе от классических вычислений к квантовым. В то же время для непосредственного перехода от квантовых логических схем к классическим последние должны содержать в себе только обратимые элементы, подобные вентилю Тоффоли [2].

INPUT			OUTPUT		
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	0

Таблица истинности вентиля Тоффоли

STIRAP В простейшей схеме переноса населенностей методом используются три невырожденных состояния атома или молекулы: начальное $(|1\rangle)$, промежуточное ($|2\rangle$), и конечное состояния ($|3\rangle$), и два интенсивных лазерных импульса, последовательно связывающих эти состояния (см. рис.1). Импульс накачки с частотой Раби Ω_n связывает начальное состояние с промежуточным, а стоксовый импульс с частотой Раби Ω_{s} связывает промежуточное состояние с конечным. Отличительной чертой STIRAP-а по сравнению с обычным вынужденным комбинационным рассеянием является то, что импульсы включаются в так называемой контринтуитивной последовательности, т.е. стоксовый импульс включается и выключается раньше импульса накачки (см. рис.2). Таким образом, стоксовый импульс включается между незаселенными атомными уровнями, в области перекрытия импульсов происходит перенос населенностей, стоксовый импульс выключается раньше импульса накачки, что предотвращает возвращение атомов в начальное состояние. Если несущие частоты импульсов удовлетворяют условию точного двухфотонного резонанса, а огибающие импульсов удовлетворяют условию адиабатичности взаимодействия, то при такой конфигурации успешно осуществляется эффективный (100%) перенос населенности из одного атомного состояния в другое.



Рис.1. Схема атомных уровней, взаимодействующих с двумя лазерными уровнями. Однофотонные расстройки $\Delta_p = \omega_{21} - \omega_p$, $\Delta_s = \omega_{32} - \omega_s$, где $\omega_{p,s}$ – частоты соответствующих импульсов. Двухфотонная расстройка $\delta_p - \delta_s = 0$.



Рис.2. Перенос населенностей с помощью контринтуитивной последовательности импульсов (STIRAP). R_{ii} – населенности соответствующих уровней. Форма импульсов выбрана гауссовской, значение однофотонной расстройки $\Delta T = 10$, $\Omega_p = \Omega_s = 20$, $\tau = 1$.

В то же время в работах [20,21] был экспериментально продемонстрирован и другой, альтернативный метод переноса населенностей, основанный на интуитивной последовательности импульсов, при которой импульс накачки включается раньше стоксового импульса. В отличие от метода STIRAP, в котором перенос населенности осуществляется через темное состояние (dark state, см. далее), при интуитивной последовательности лазерных импульсов перенос населенностей осуществляется через светлое состояние (bright state). Такой перенос атомных населенностей был назван авторами работы [20] b-STIRAP. Возможность осуществления такого переноса на отдельном атоме была предсказана и теоретически проанализирована в работе [23] и детально проанализирована в среде в работе [26]. Отметим, что для атома, находящегося в состоянии $|3\rangle$, последовательность импульсов, приведенная на рис.2, является интуитивной. Таким образом, благодаря возможности переноса атомных населенностей методом b-STIRAP, Λ -система является полностью обратимой системой в том смысле, что с помощью одной и той же последовательности импульсов атомную населенность можно перевести как из состояния $|1\rangle$ в состояние $|3\rangle$, так и из состояния $|3\rangle$ в состояние $|1\rangle$.

2. Математическая модель и условия осуществления переноса населенностей в среде

Гамильтониан взаимодействия для системы, приведенной на рис.1, в резонансном приближении при условии точного двухфотонного резонанса ($\Delta_p = \Delta_s = \Delta$) имеет три собственных вектора:

$$|d\rangle = \cos \theta e^{-i\varphi_{p}} |1\rangle - \sin \theta e^{-i\varphi_{s}} |3\rangle,$$

$$|b_{1}\rangle = \sin \theta \cos \Phi e^{-i\varphi_{p}} |1\rangle - \sin \Phi |2\rangle + \cos \theta \cos \Phi e^{-i\varphi_{s}} |3\rangle,$$

$$|b_{2}\rangle = \sin \theta \sin \Phi e^{-i\varphi_{p}} |1\rangle + \cos \Phi |2\rangle + \cos \theta \sin \Phi e^{-i\varphi_{s}} |3\rangle.$$

(1)

Углы, входящие в выражения (1) определяются следующим образом:

$$\tan \theta(t,x) = \Omega_p / \Omega_s; \quad \Omega(t,x) = \sqrt{\Omega_p^2 + \Omega_s^2}; \quad \tan 2\Phi(t,x) = 2\Omega / \Delta_p.$$
(2)

На входе в среду при $\Delta > 0$ угол Φ изменяется от 0 до некоторого максимального значения, которое меньше, чем $\pi/4$ ($\Phi \rightarrow \pi/4$ при $\Delta \rightarrow 0$), и снова уменьшается до нуля при выключении поля. В случае $\Delta < 0$ угол Φ изменяется в области ($\pi/4, \pi/2$] ($\Phi \rightarrow \pi/2$ при выключении поля). При интуитивной последовательности включения импульсов угол $\theta(t \rightarrow -\infty) \rightarrow \pi/2$, а $\theta(t \rightarrow \infty) \rightarrow 0$,

в то время как в случае контринтуитивной последовательности включения $\theta(t \rightarrow -\infty) \rightarrow 0$, а $\theta(t \rightarrow \infty) \rightarrow \pi/2$.

При адиабатическом взаимодействии рассматриваемой системы в зависимости от начального состояния атома может реализоваться одно из трех собственных состояний, определенных в (1). Так, например, состояние $|b_2\rangle$ может реализоваться, если до взаимодействия атом находился в возбужденном состоянии $|3\rangle$. Если до взаимодействия с импульсами атом находился в состоянии $|1\rangle$, то при контринтуитивном включении импульсов получаем состояние $|d\rangle$, а при интуитивном включении – состояние $|b_1\rangle$. Поскольку при контринтуитвном включении – состояние $|b_1\rangle$. Поскольку при контринтуитвном включении $|3\rangle$ (см. рис.2 при $\gamma T = 0$). Аналогичный перенос населенностей происходит через состояние $|b_1\rangle$ (рис.3 при $\gamma T = 0$).

Таким образом, для эффективного переноса населенностей необходимо обеспечить адиабатичность взаимодействия атома с лазерными импульсами. Как известно [15,29], адиабатичность взаимодействия на одном атоме может быть обеспечена при следующих условиях:

$$\Omega^2 T / |\Delta| \Box 1, \quad |\Delta T| \Box 1, \tag{3}$$

где T – длительность взаимодействия. При переходе к макроскопическому объему условий, обеспеченных на одном атоме, уже недостаточно. Из-за обмена энергией между импульсами и между импульсами и средой форма импульсов может существенно изменяться и рассмотренная выше динамика изменений углов может нарушаться. На больших длинах распространения может нарушаться также адиабатичность взаимодействия. Детальное исследование адиабатичности взаимодействия с реде и эффективного переноса населенностей было проведено в работах [24-26], в которых было показано, что при распространении в среде можно пренебречь изменением формы импульсов на длинах, ограниченных условиями

$$\frac{qL}{\Omega^2 T} \Box \quad 1, \quad \frac{qL}{\Delta^2 T} \Box \quad 1. \tag{4}$$

Здесь L – длина среды, а q – параметр связи, $q = \max\{q_{p,q_s}\}$, $q_{p,s} = (2\pi\omega_{p,s}d_{p,s}^2/\hbar c)N$, $d_{p,s}$ – дипольные моменты соответствующих переходов, N – плотность атомов в среде. На таких длинах прохождения адиабатичность взаимодействия сохраняется и осуществляется эффективный перенос населенностей как при интуитивной, так и контринтуитивной последовательностях импульсов.



Рис.3. Перенос населенностей с помощью интуитивной последовательности импульсов (b-STIRAP). Параметры те же, что и на рис.2.

Релаксационные процессы могут приводить к перемешиванию волновых функций, поэтому для полного анализа динамики взаимодействия необходимо решать уравнения для матрицы плотности [30]. Численные решения этих уравнений приведены на рис.2 (STIRAP) и рис.3 (b-STIRAP). Как видим, в случае коротких импульсов при достаточно большой однофотонной расстройке (много большей ширины возбужденного уровня) релаксационные процессы не оказывают существенного влияния на перенос населенностей, длительности которых много меньше времени релаксации, однако эффективность переноса населенностей существенно ухудшается, когда эти времена становятся одного порядка. Таким образом, для эффективного переноса населенностей необходимо использовать достаточно короткие, но интенсивные импульсы, длительность которых много меньше времени релаксации, но ширина спектра которых много меньше однофотонной расстройки от резонанса, чтобы выполнялись условия (3). Подходящим диапазоном длительностей лазерных импульсов является пикосекундный диапазон. Отметим, что переход к пикосекундному диапазону позволяет не только избежать релаксационных потерь, но и увеличить скорость работы процессора.

3. Логический вентиль Тоффоли

Рассмотрим теперь, как, используя перенос населенностей в среде, состоящей из Л-атомов, можно реализовать вентиль Тоффоли. На первый и второй вход подаются импульс накачки и импульс Стокса в контринтуитивной последовательности (частоты импульсов связаны условием двухфотонного резонанса). При этом отсутствие импульса соответствует значению нуль, а наличие импульса соответствует единице. На третий вход подается состояние атома до взаимодействия с импульсами (см. далее). При этом атомному состоянию $|1\rangle$ соответствует значение 0, а атомному состоянию $|3\rangle$ – значение 1.



Рис.4. Адиабатическое изменение населенностей двухуровневой системы при тех же параметрах.

Если импульсы на входе отсутствуют, то атом остается в исходном состоянии (первые две строки в таблице истинности). Если атом находится в состоянии, соответствующем 0, и отсутствует импульс накачки, то состояние ато-

ма не изменяется (третья строка таблицы истинности). Аналогичная стоксовый импульс (шестая строка). Четвертая и пятая строки таблицы истинности соответствуют редукции Л-системы к двухуровневой системе. Как известно [29,30], при адиабатическом взаимодействии с двухуровневой системой одного импульса после окончания взаимодействия атом возвращается в исходное состояние (см. рис.4). Адиабатичность взаимодействия в этом случае осуществляется выбором большой однофотонной расстройки.

Когда на вход подаются оба импульса, седьмая и восьмая строка таблицы истинности соответствуют переносу населенностей методом STIRAP, если атом находился в состоянии 0, и методом b-STIRAP, если атом находился в состоянии 1.

Для экспериментальной реализации когерентного оптического вентиля может быть использован переход ${}^{3}H_{4} \rightarrow {}^{1}D_{2}$ кристалла Pr^{3+} : Y₂SiO₅ и результаты экспериментов [20,28]. Система приводится (подготавливается) к Л-конфигурации выжиганием спектральной дырки (детали приведены в процитированной работе). Атомы среды подготавливаются в состоянии |1 с помощью оптической накачки (если на входе значение бита цели должно соответствовать 0). Для получения на входе значения бита цели 1 атомы среды, подготовленные в состоянии $|1\rangle$, переводятся в состояние $|3\rangle$ методом STIRAP. Для регистрации бита цели на выходе может быть использовано дополнительное резонансное пробное поле (см. рис.1), которое переводит атомы из состояния $|3\rangle$ в состояние 4). Резонансная флуоресценция с этого уровня будет фиксироваться в эксперименте тогда и только тогда, когда атомы среды переведены в состояние 3) (т.е. состояние бита цели на выходе равно 1). Отсутствие подобной флуоресценции будет соответствовать значению бита цели 0. При этом оптическая длина среды должна быть достаточно большой для регистрации резонансной флуоресценции, но удовлетворять ограничениям (4). Чтобы такая процедура не нарушала обратимости вентиля, необходимо, чтобы атом с уровня 4) мог релаксировать только на уровень 3). При отсутствии подходящего уровня состояние атома на выходе можно определять косвенно, как в эксперименте [28].

4. Заключение

Эффективный адиабатический перенос атомных населенностей в Λ -системе с большими однофотонными расстройками от резонанса методами STIRAP и b-STIRAP делают Λ -систему полностью обратимой при взаимодействии с короткими лазерными импульсами, длительности которых много меньше релаксационных времен. Если ширина поперечной релаксации системы порядка 1000 МГц или меньше, а длительности лазерных импульсов *T* порядка 10^{-10} с, то одной и той же последовательностью импульсов вся населенность атомов может быть переведена из одного основного состояния в другое и обратно без потерь. При этом, если оптическая длина среды удовлетворяет определенным ограничениям, то изменением лазерных импульсов при распространении можно также пренебречь. Так, например, при объемной плотности резонансных ато-мов 10^{14} см⁻³, однофотонной отстройке $\Delta T = 10$ и обобщенной частоте Раби $\Omega T = 20$ длина среды может быть порядка миллиметра. При таких условиях мы продемонстрировали возможность реализации полностью оптического обратимого универсального логического элемента в твердотельной среде, используя циклический когерентный перенос населенностей. С помощью цепочки таких элементов может быть сконструирован полностью оптический обратимый процессор.

Работа выполнена в рамках Международных грантов Volkswagen Stiftung I/84 953, ANSEF-optPS-2911 и гранта Министерства образования и науки PA 11-1c124.

ЛИТЕРАТУРА

- T.Toffoli. Reversible computing, Technical Report MIT/LCS/TM-151. Cambridge, Massachusetts, 1980.
- 2. M.Nielsen, I.C.Chuang. Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000.
- 3. **G.Benenti, G.Casati, G.Strini.** Principles of Quantum Computation and Information, vol.1, World Scientific, 2007.
- 4. J.K.Pachos, P.L.Knight. Phys. Rev. Lett., 91, 107902 (2003).
- 5. L.M.Duan, B.Wang, H.J.Kimble. Phys. Rev. A, 72, 032333 (2005).
- 6. Ch.Hang, Y.Li, L.Ma, G.Huang. Phys. Rev. A, 74, 012319 (2006).
- 7. Chang-Yong Chen, M.Feng, Ke-Lin Gao. Phys. Rev. A, 73, 064304 (2006).
- 8. T.C.Ralph, K.J.Resh, A.Gilchrest. Phys. Rev. A, 75, 022313 (2007).
- 9. R.Ionicioiu, T.P.Spiller, W.J.Munro. Phys. Rev. A, 80, 012312 (2009).
- 10. Q.Lin, J.Li. Phys. Rev. A, 79, 022301 (2009).
- 11. J.Fiurášek. Phys. Rev. A, 73, 062313 (2006).
- 12. B.P.Lanyon, M.Barbieri, M.P.Almeida, et al. Nature Physics, 5, 134 (2009).
- 13. M.S.Tame, Ş. K.Özdemir, M.Koashi, N.Imoto, M.S.Kim. Phys. Rev. A, 79, 020302(R) (2009).
- 14. T.Monz, K.Kim, W.Hänsel, M.Riebe, et al. Phys. Rev. Lett., 102, 040501 (2009).
- 15. K.Bergman, H.Theuer, B.Shore. Rev. Mod. Phys., 70, 1003 (2004).
- 16. N.V.Vitanov, B.W.Shore, K.Bergman. Adv. Atom., Mol., Opt. Phys., 46, 55 (2001).
- 17. P.Kral, I.Thanopulos, M.Shapiro. Rev. Mod. Phys., 79, 53 (2007).
- 18. A.T.Nguen, G.D.Chem, D.Budker, M.Zolotorev. Phys. Rev. A, 63, 013406 (2000).
- 19. H.Goto, K.Ishimira. Phys. Rev. A, 74, 053410 (2006).
- 20. J.Klein, F.Beil, T.Halfmann. Phys. Rev. A, 78, 033416 (2008).
- 21. J.Klein, F.Beil, Th.Halfmann. Phys. Rev. Lett., 99, 113003 (2007).
- 22. R.G.Unanyan, B.W.Shore, K.Bergmann. Phys. Rev. A, 63, 517 (2001).
- A.Rangelov, N.Vitanov, L.P.Yatsenko, B.W.Shore, T.Halfman, K.Bergmann. Phys. Rev. A, 72, 053403 (2005).
- 24. I.E.Mazets, B.G.Matisov. Quantum and Semiclass. Opt., 8, 909 (1996).
- 25. V.O.Chaltykyan, G.G.Grigoryan, G.V.Nikogosyan. Phys. Rev. A, 68, 013819 (2003).
- 26. G.G.Grigoryan, G.Nikoghosyan, T.Halfmann, Y.T.Pashayan-Leroy, C.Leroy, S.Guerin. Phys. Rev. A, 80, 033402 (2009).
- 27. M.Nilsson, L.Rippe, S.Kroll, R.Klieber, D.Sutter. Phys. Rev. B, 70, 214116 (2004).
- 28. F.Bell, T.Halfmann, F.Remacle, R.D.Levin. Phys. Rev. A, 83, 033421 (2011).
- 29. M.L.Ter-Mikaelyan. Phys. Usp., 40, 1195 (1997).
- 30. B.W.Shore. The Theory of Coherent Atomic Excitation. New York, Wiley, 1990.

ԹՈՖՈԼԻԻ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ՏՐԱՄԱԲԱՆԱԿԱՆ ԷԼԵՄԵՆՏԻ ԻՐԱԿԱՆԱՑՈՒՄԸ ለ-ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐՈՒՄ

Է.Ա. ԳԱԶԱԶՅԱՆ, Գ.Հ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Վ.Օ. ՉԱԼՏԻԿՅԱՆ, Դ. ՇՐԱՖՏ

Առաջարկված է օպտիկական Թոֆոլիի փականի պարզ իրականացում։ Առաջարկված սխեմայի հիմքում ընկած է Λ-համակարգում բնակեցվածությունների ադիաբատային տեղափոխումը՝ կոնտրինտուիտիվ և ինտուիտիվ հաջորդականությամբ կարձ լազերային իմպուլս-ների օգնությամբ։ Վերլուծված է առաջարկված փականի փորձարարական իրականացման հնարավորությունը։

IMPLEMENTATION OF ALL-OPTICAL TOFFOLI GATE IN A-MEDIA

E.A. GAZAZYAN, G.G. GRIGORYAN, V.O. CHALTYKYAN, D. SCHRAFT

We propose a simple realization of optical Toffoli gate. The proposed scheme is based on the adiabatic population transfer in a Λ -system by means of counterintuitive and intuitive sequences of short laser pulses. The possibility of experimental realization of the proposed gate in films of rareearth-ion doped crystals is discussed.