

УДК 621.384

## **О ВОЗМОЖНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА, ИСПОЛЬЗУЯ ПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНАМИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

Р.А. МЕЛИКЯН

Национальная научная лаборатория им. А.И. Алиханяна, Ереван

(Поступила в редакцию 2 февраля 2012 г.)

Возможность прецизионного измерения энергии электронного пучка, используя поглощение излучения электронами в однородном магнитном поле, рассматривалась ранее для электронов высоких энергий вплоть до нескольких сот ГэВ. В настоящей статье, с целью экспериментальной проверки этого метода в области энергии электронов несколько десятков МэВ, рассматривается возможность измерения абсолютной энергии электронного пучка с относительной точностью до  $10^{-4}$ . При этом учитывается влияние дифракции лазерного пучка, разброса электронов по энергии и длины формирования поглощения излучения на процесс измерения энергии электронного пучка. Длина волны лазера и длина магнита выбираются в соответствии с длиной формирования поглощения фотона. Найдено, что кинематические ограничения на процесс поглощения излучения приводят к отбору углов распространения фотонов, которые могут быть поглощены электронами. Показано, что параметры электронного пучка не будут заметно меняться в течение измерения энергии.

### **1. Введение**

Возможность прецизионного измерения энергии электронного пучка посредством поглощения излучения (с оптическим или более низким спектром частот) электронами в однородном магнитном поле для электронов высоких энергий вплоть до нескольких сот ГэВ рассматривалась нами ранее в [1]. В настоящей статье, с целью экспериментальной проверки этого метода в области энергии электронов несколько десятков МэВ, подробно рассматривается возможность измерения абсолютной энергии электронного пучка с относительной точностью до  $10^{-4}$ . Учитывается влияние дифракции лазерного пучка, разброса электронов по энергии и длины формирования поглощения излучения на процесс измерения энергии электронного пучка, которые не были рассмотрены в работе [1].

Будем использовать квантово-механический подход поглощения фотонов электронами в однородном магнитном поле  $\mathbf{B}$  [2,3], который позволяет найти новые дополнительные аспекты. В частности, найдено, что кинематические ограничения по процессу поглощения излучения ведут к интересному эффекту отбора углов распространения таких фотонов, которые могут быть поглощены

электронами. Это обстоятельство является важным для измерений энергии электронов. Энергия электронного пучка определяется, применяя условие поглощения циркулярно поляризованного излучения электронами в однородном магнитном поле. Длина волны лазера и длина магнита выбираются в зависимости от длины формирования поглощения фотона. События поглощения фотонов могут быть установлены измерением изменения интенсивности лазерного пучка из-за взаимодействия с электронным пучком с помощью детектора излучения. Предполагается также, что типичный разброс энергии электронного пучка равен  $\sim 10^{-3}$ , а с точностью  $10^{-4}$  измеряется расположение центра распределения по энергиям электронов.

Преимущество этого метода заключается в возможности использования необходимых для регистрации поглощения фотонов полупроводниковых быстродействующих детекторов с высокой спектральной чувствительностью, которые в настоящее время производятся промышленно.

## 2. Принцип метода

### 2.1. Условие поглощения излучения электроном в однородном магнитном поле и его зависимость от энергии электрона

Рассматриваемый метод измерения энергии электронного пучка основан на использовании зависимости условия поглощения циркулярно поляризованного излучения электронами в присутствии однородного магнитного поля от энергии электронов (рис.1).

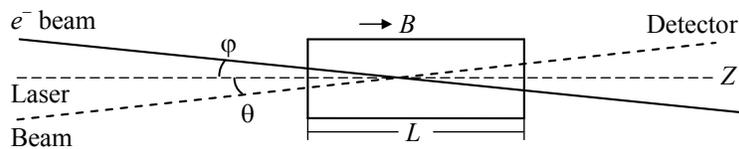


Рис.1. Схематическая диаграмма установки для измерения энергии электронного пучка.

Ускорение электронов с высоким градиентом с помощью последовательного многократного поглощения фотонов в магнитном поле обсуждалось во многих работах [4-12]. Ускорение электронов в электромагнитной волне микроволновой области и в магнитном поле было экспериментально подтверждено в [13-19].

Отметим, что реализуемость измерения энергии электронного пучка методом поглощения излучения намного проще, чем ускорение электронов тем же методом, т.к. для измерения энергии электронного пучка достаточно поглощения каждым электроном одного или нескольких фотонов. Вследствие этого интенсивность лазера, необходимая для измерения энергии электронного пучка, намного меньше, чем в случае ускорения электронов. Кроме того, для измерения энергии электронного пучка необходимо использовать однородное магнит-

ное поле, в то время как для ускорения электронов необходимо использовать магнитное поле со сложным профилем [11,12].

Мы рассматриваем квантово-механический подход поглощения циркулярно поляризованного лазерного излучения электронами в магнитном поле  $\mathbf{V}$ , направленном вдоль оси  $z$  [2,3]. Предполагается, что электроны и лазерный пучок вводятся в магнитное поле под малыми углами  $\varphi \ll 1$  и  $\theta \ll 1$  по отношению к оси  $z$ , соответственно (рис.1).

Энергия электрона в магнитном поле определяется известной формулой [20]

$$\varepsilon_{P_z, n, \zeta} = \left[ P_z^2 + m^2 + |e|B(2n+1+\zeta) \right]^{1/2}, \quad (1)$$

где  $n=0,1,2,\dots$  – уровни дискретного спектра энергии электрона в перпендикулярном к магнитному полю направлении,  $\zeta = \pm 1$  – проекция спина электрона по направлению  $\mathbf{V}$ ,  $P_z$  является  $z$ -компонентой импульса электрона. В (1) и далее используется система единиц, в которой  $\hbar = c = 1$ . Заметим, что учет взаимодействия электрона с полем электромагнитной волны дает поправку к энергии электрона  $\varepsilon_{P_z, n, \zeta}$ , пропорциональную квадрату параметра интенсивности волны  $\xi^2$  (определение  $\xi$  дается в пункте 4) [21]. Поскольку для интересующих нас интенсивностей лазера  $\xi \ll 1$  (пункт 4), то этой поправкой к  $\varepsilon_{P_z, n, \zeta}$  можно пренебречь.

После ввода электронов в магнитное поле они занимают некоторый интервал уровней энергии  $\varepsilon_{P_z, n, \zeta}$  в соответствии с разбросом скоростей по углам  $\varphi$ . Поглощение фотона электроном может происходить при переходе между энергиями  $\varepsilon_{P_z, n, \zeta} \rightarrow \varepsilon_{P_z', n', \zeta'}$ , если длина взаимодействия электрона (рис.1) с лазерным пучком в присутствии магнитного поля больше, чем длина  $l_a$  формирования поглощения фотона. Длина формирования поглощения фотона, как известно, определяется по формуле [22-24]  $l_a \cong \lambda / (1 - \beta \mathbf{k})$ , где  $1 / (1 - \beta \mathbf{k})$  – доплеровский фактор,  $\lambda$  – длина лазерной волны,  $\beta = \mathbf{V} / c$ ,  $\mathbf{V}$  – скорость электрона,  $\mathbf{k}$  – единичный вектор по направлению распространения волны. Таким образом, необходимое ограничение для процесса поглощения фотона электроном имеет вид

$$L_M \geq l_a \cong \frac{\lambda}{1 - \beta \mathbf{k}}, \quad (2)$$

где  $L_M$  – длина магнита.

Используя закон сохранения энергии-импульса для поглощения фотона

$$\varepsilon_{P_z, n, \zeta} + \omega = \varepsilon_{P_z', n', \zeta'}, \quad P_{z,0} + \omega \cos \theta = P_z \quad (3)$$

и выражение (1), находим условие поглощения фотона

$$\varepsilon_{P_z, n, \zeta} - \cos \theta P_{z,0} + \frac{\omega \sin^2 \theta}{2} = \frac{m v \omega_c}{\omega}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_{P_z, n, \zeta}$  и  $P_{z,0}$  есть начальная энергия и z-компонента импульса электрона,  $\omega$  – частота фотона,  $\omega_c = eB/m$ ,  $\nu = n' - n = 1, 2, 3, \dots$ . Мы рассматриваем только переходы между уровнями энергии электронов без изменения направления спина, так как вероятность переходов с изменением направления спина пренебрежимо мала [20,22].

Для поглощения излучения с оптическими или более низкими частотами и для относящихся к нашему случаю значений  $\theta \ll 1$ , можно пренебречь в (4) квантовой поправкой:  $\hbar\omega \sin^2 \theta / (2mc^2) \ll \nu\omega_c / \omega$ . Тогда, подставляя в (4) выражение  $P_{z,0}$  из (1), условие поглощения излучения примет вид

$$\omega = \frac{\omega_c (n' - n)}{\gamma \left( 1 - \cos \theta \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2} - \frac{2n\hbar\omega_c}{\gamma^2 mc^2}} \right)}, \quad (5)$$

где  $\gamma = \varepsilon/mc^2$  – релятивистский фактор электрона.

Из условия поглощения (5) могут быть сделаны следующие заключения:

- Если в формуле (5) пренебречь квантовой поправкой  $2n\hbar\omega_c / (\gamma^2 mc^2)$  и подставить  $n' - n = 1$ , то получим классическое условие поглощения излучения [4,8].
- Существенно, что изменение энергии  $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{P_z, n'} - \varepsilon_{P_z, n}$  электрона в результате поглощения фотона зависит от угла  $\theta$ . В частности, в случае  $\cos \theta = 0$ , согласно (5), имеем

$$\Delta\varepsilon = \frac{\hbar\omega_c (n' - n)}{\gamma}, \quad (6)$$

в то время как при  $\cos \theta \neq 0$ ,  $\theta \ll 1$  и  $\gamma \gg 1$ , имеем

$$\Delta\varepsilon \cong \frac{2\gamma\hbar\omega_c (n' - n)}{1 + \theta^2\gamma^2 + \frac{2n\hbar\omega_c}{mc^2}}. \quad (7)$$

Сравнивая соотношения (6) и (7), мы видим, что изменение энергии электрона вследствие поглощения фотона в случае (7) намного больше. Например, для параметров, относящихся к нашему случаю  $\gamma = 100$ ,  $n' - n = 1$ ,  $\omega_c = 0.83498 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$  (или  $B \cong 4.7448 \text{ кГс}$ ),  $\theta = 3 \times 10^{-3} \text{ рад}$ ,  $n = 5 \times 10^7$  ( $\varphi = 10^{-3} \text{ рад}$ ) имеем  $\Delta\varepsilon \cong 0.97 \times 10^{-2} \text{ эВ}$ . Значение  $n$  можно оценить, считая, что в (1) величина  $|e|B2n$  приблизительно равна квадрату поперечного импульса электрона  $P_{\perp}^2$ , т.е.  $P_{\perp}^2 = \tan^2 \varphi P_z^2 \cong |e|B2n \approx \varphi^2 \varepsilon^2$ . Таким образом, приближенное значение  $n$  может быть определено из выражения

$$\left( \hbar\omega_c / mc^2 \right) 2n \cong \varphi^2 \gamma^2. \quad (8)$$

Из формулы (7) ясно, что с ростом квантового числа  $n$  величина  $\Delta\varepsilon$  уменьшается, т.е. уровни энергии электрона не являются эквидистантными. Из

(7) также следует, что изменение энергии электрона  $\Delta\varepsilon$  в результате поглощения фотона зависит от энергии электрона. Рассматриваемое ниже определение энергии электрона основано на этой зависимости.

## 2.2. Длина формирования поглощения излучения

Из формулы (2) следует, что если  $\gamma \ll 1$  и угол между направлениями векторов  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{k}$  ограничен значениями  $\alpha \ll 1$ , то необходимая для поглощения фотона электроном длина магнита  $L_M$  определяется условием

$$L_M \geq \ell_a \cong 2\lambda\gamma^2 / (1 + \alpha^2\gamma^2). \quad (9)$$

Зависимость длины  $\ell_a$  от угла  $\alpha$ , например, в случае  $\gamma = 10^2$  и  $\lambda = 1.06 \times 10^{-3}$  см, согласно формуле (9), показана на рис.2.

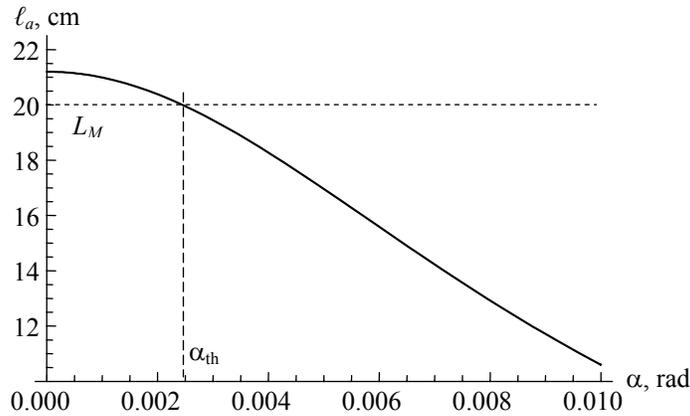


Рис.2. Зависимость длины  $\ell_a$  формирования поглощения фотона от угла  $\alpha$ .  $\lambda = 1.06 \times 10^{-3}$  см,  $\alpha_{th} \cong 2.45 \times 10^{-3}$  рад – пороговый угол при  $\ell_a = L_M$ .

Для поглощения фотона электроном существенно, чтобы время  $\ell_a/c$ , в течение которого фотон может взаимодействовать с электроном, было бы короче по сравнению с временем жизни  $\tau = \hbar/\Gamma$  (где  $\Gamma$  – ширина уровня энергии электрона) электрона на данном уровне энергии, т.е.  $\ell_a/c < \tau$ . Используя формулу (9), находим

$$\Gamma < \frac{\hbar\omega(1 + \alpha^2\gamma^2)}{4\pi\gamma^2}, \quad \frac{\Gamma}{\Delta\varepsilon} < \frac{1 + \alpha^2\gamma^2}{4\pi\gamma^2}. \quad (10)$$

Например, для параметров, относящихся к нашему случаю ( $\gamma = 100$ ,  $\omega = 1.778 \times 10^{14}$  с $^{-1}$ ,  $\alpha = 3 \times 10^{-3}$  рад), имеем  $\Gamma \cong 10^{-6}$  эВ и  $\Gamma/\Delta\varepsilon \cong 0.9 \times 10^{-5}$ .

Согласно принципу неопределенности, должно удовлетворяться условие [3,20,22]

$$\Delta\varepsilon > \Gamma. \quad (11)$$

Из формулы (10) следует, что для параметров, относящихся к нашему случаю, фактически  $\Delta\varepsilon \ll \Gamma$  и условие (11) удовлетворяется.

Время  $\tau$  формирования поглощения фотона и степень немонахроматичности падающей волны  $\Delta\omega$ , согласно принципу неопределенности, связаны соотношением [3,20,22,23]

$$\Delta\omega \tau > 1. \quad (12)$$

Учитывая соотношение (10), мы видим, что критерий (12) будет выполняться, если имеет место ограничение

$$\gamma > \sqrt{\frac{1}{4\pi \frac{\Delta\omega}{\omega} - \alpha^2}}. \quad (13)$$

Например, для интересующих нас параметров  $\Delta\omega/\omega = 10^{-4}$  и  $\alpha = 3 \times 10^{-3}$  рад, согласно (13), получаем ограничение на энергию электронов:  $\varepsilon \geq 14.5$  МэВ.

### 2.3. Определение энергии электронного пучка

Из условия (5) находим  $\gamma$ -фактор электрона

$$\gamma = \frac{1}{\sin \theta^2} \left[ \frac{v \omega_c}{\omega} \pm \cos \theta \sqrt{\left( \frac{v \omega_c}{\omega} \right)^2 - \left( 1 + \frac{\hbar \omega_c 2n}{m c^2} \right) \sin^2 \theta} \right]. \quad (14)$$

Зависимость энергии электрона  $\varepsilon$  от угла  $\theta$ , согласно формуле (14), для конкретных значений  $v$ ,  $\omega_c$ ,  $\lambda$  и  $n_{\max}$  показана на рис.3.

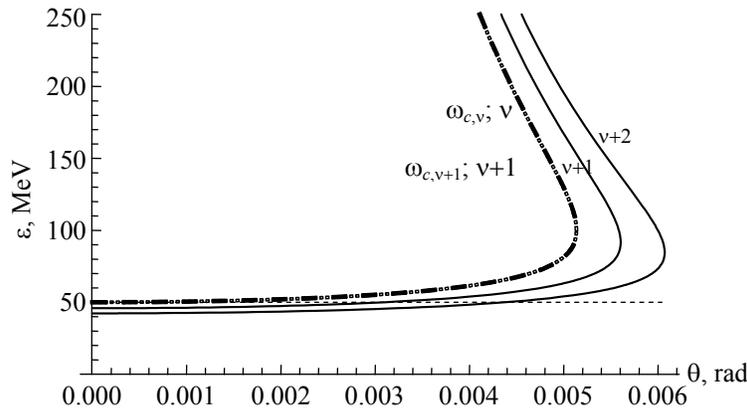


Рис.3. Зависимость энергии электрона  $\varepsilon$  от угла  $\theta$ . Используемые здесь параметры:  $\omega_{c,v} = 0.83498 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$  ( $B \cong 4.7448 \text{ кГс}$ ),  $\omega_{c,v+1} = 0.76471 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$  ( $B \cong 4.3455 \text{ кГс}$ ),  $v = 11$ ,  $\lambda = 1.06 \times 10^{-3} \text{ см}$ ,  $n_{\max} = 5 \times 10^7$ .

Из соотношений (5) и (14) следует, что

- а) энергия электрона при угле  $\theta = 0$  имеет минимальное значение (рис.3), которое равно

$$\gamma_{\min} = \frac{\omega}{2\omega_c v} + \frac{\omega_c v}{2\omega} + \frac{\hbar\omega n}{mc^2 v}. \quad (15)$$

б) величина  $v$  должна удовлетворять ограничению

$$v \geq \frac{\omega \sin \theta}{\omega_c} \sqrt{1 + \frac{\hbar\omega_c 2n}{mc^2}}. \quad (16)$$

Из соотношений (14)-(16) ясно, что для поглощения фотонов могут быть использованы как переходы с  $v=1$ , так и переходы с  $v=2,3,\dots$ . Переходы с  $v=2,3,\dots$  позволяют использовать более слабые магнитные поля, что является важным обстоятельством с практической точки зрения.

Из формулы (14) и рис.3 видно, что когда частота  $\omega$  постоянна, то кривая  $\varepsilon(\theta, v, \omega_{c,v})$  с параметрами  $v, \omega_{c,v}$  и кривая  $\varepsilon(\theta, v+1, \omega_{c,v+1})$  с параметрами  $v+1, \omega_{c,v+1}$  могут совпадать, если выбрать величину  $\omega_{c,v+1}$  надлежащим образом, т.е.

$$\varepsilon(\theta, v, \omega_{c,v}) = \varepsilon(\theta, v+1, \omega_{c,v+1}). \quad (17)$$

Записывая формулу (15) для  $\gamma(v, \omega_{c,v})$ ,  $\gamma(v+1, \omega_{c,v+1})$  и используя соотношение (17) в случае  $\theta=0$ , можно исключить из этой системы равенств член  $\hbar\omega n/(mc^2)$ . В результате получаем следующее выражение для  $\gamma_{\min}$ :

$$\begin{aligned} \gamma_{\min} = \gamma(v, \omega_{c,v}) = \gamma(v+1, \omega_{c,v+1}) &= \frac{\omega}{2} \left( \frac{1}{\omega_{c,v+1}} - \frac{1}{\omega_{c,v}} \right) + \\ &+ \frac{1}{2\omega} \left[ (v+1)^2 \omega_{c,v+1} - v^2 \omega_{c,v} \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Из рис.3 ясно, что при фиксированных параметрах  $\omega$ ,  $\gamma$  и  $\omega_c$  только фотоны, распространяющиеся под определенными углами  $\theta_v$ , могут поглощаться электроном в зависимости от значения  $v$ . Для определения энергии электрона необходимо найти эти углы  $\theta_v$ . Поскольку для интересующих нас параметров  $2n\hbar\omega_c/(\gamma^2 mc^2) \ll 10^{-4}$ , то пренебрегая этим слагаемым в формуле (5), находим

$$\theta \cong \arccos \left[ \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \left( 1 - \frac{v\omega_{c,v}}{\gamma\omega} \right) \right]. \quad (19)$$

Верхняя граница угла  $\theta$  может быть найдена из формулы (14):

$$\theta_{\max} \leq \frac{v\omega_{c,v}}{\omega}. \quad (20)$$

В то же время, для фиксированных параметров  $\omega$ ,  $\gamma$  и  $\omega_c$  из (19) следует, что величина  $v$  ограничена условием

$$v_{\min} \geq \frac{\omega}{2\gamma\omega_{c,v}}. \quad (21)$$

Зависимость угла  $\theta$  от  $\omega_c$  при постоянных  $\omega$ ,  $\gamma$  и для различных  $v$ , согласно (19), показана на рис.4, откуда видно, что в случае некоторого  $\omega_{c,v,0}$  только фотоны, распространяющиеся под углами  $\theta_v=0$ ,  $\theta_{v+1}$  и  $\theta_{v+2}$ , могут поглощаться электронами. Углы  $\theta_{v+1}$  и  $\theta_{v+2}$  можно определить из формулы (19):

$$\theta_{v+1} = \arccos \left[ 1 - \frac{\omega_{c,v,0}}{\omega\gamma\beta} \right] = \arccos \left[ 1 - \frac{1-\beta}{v\beta} \right], \quad \theta_{v+2} = \arccos \left[ 1 - \frac{2(1-\beta)}{v\beta} \right]. \quad (22)$$

Рассматривая поглощение фотонов при  $\omega_{c,v,0}$  и  $\omega_{c,v+1,0}$ , из (19) находим

$$(1-\beta)\omega\gamma = v\omega_{c,v,0} = (v+1)\omega_{c,v+1,0}. \quad (23)$$

Если экспериментально определить  $\omega_{c,v,0}$  и  $\omega_{c,v+1,0}$ , то, согласно (23), можем найти минимальное значение  $v_{\min}$ :

$$v_{\min} = \omega_{c,v+1,0} / (\omega_{c,v,0} - \omega_{c,v+1,0}). \quad (24)$$

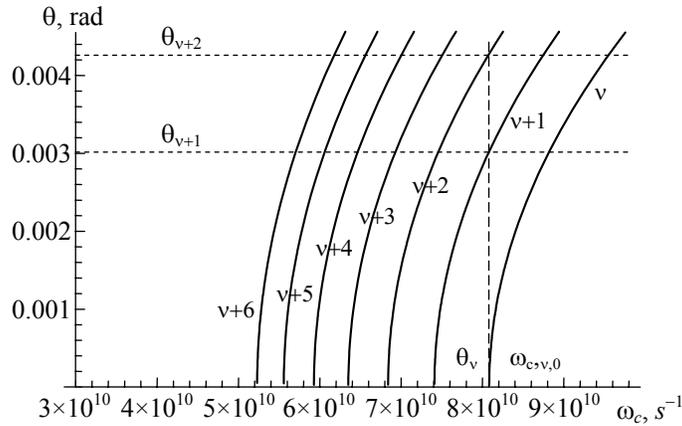


Рис.4. Зависимость угла  $\theta$  от  $\omega_c$  при постоянных  $\omega$ ,  $\gamma$  и в случае различных значений  $v$ . Используемые здесь параметры:  $\omega_{c,v,0} = 0.80832 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$ ,  $\theta_{v+1} = 0.003015 \text{ рад}$ ,  $v = 11$ ,  $\theta_{v+2} = 0.00426 \text{ рад}$ ,  $\lambda = 1.06 \times 10^{-3} \text{ см}$ ,  $\gamma = 10^2$ .

Зависимость энергии  $\varepsilon$  электрона от угла  $\theta$ , согласно (14), для различных параметров  $\omega_c$  и  $v$  показана на рис.5. Предполагается, что электронный пучок имеет некоторый разброс по энергии, т.е. поглощение фотонов электронами возможно только в интервале энергии  $\varepsilon - \Delta\varepsilon \leq \varepsilon \leq \varepsilon + \Delta\varepsilon$  (рис.5). Для конкретности примем, что электронный пучок имеет гауссовское распределение с типичным разбросом по энергии  $\Delta\varepsilon/\varepsilon = 10^{-3}$  (рис.5а).

Если заданы  $\gamma$  и  $\omega$ , то, согласно (21), значение  $v$  ограничено выбором разумной величины  $\omega_{c,v}$ . Для значений  $\omega_{c,v} \leq \omega_{c,v,m}$  (рис.5), когда кривая  $\varepsilon(\theta)$  лежит вне интервала  $\varepsilon - \Delta\varepsilon \leq \varepsilon \leq \varepsilon + \Delta\varepsilon$ , где электроны отсутствуют, интен-

сивность поглощения фотонов электронами будет  $I_{\text{abs}} = 0$  (рис.6). Когда  $\omega_{c,v} > \omega_{c,v,m}$ , из-за возрастания числа электронов, поглощающих фотоны,  $I_{\text{abs}}$  растет. При определенном значении  $\omega_{c,v,b}$  кривая  $\varepsilon(\theta)$  проходит по нижней части полосы  $\varepsilon - \Delta\varepsilon \leq \varepsilon \leq \varepsilon + \Delta\varepsilon$  и все электроны могут поглощать фотоны. В результате интенсивность поглощения достигает максимума  $I_{\text{abs,max}}$  (рис.6). Из рис.5 видно, что при некотором значении  $\omega_{c,v,p}$  кривая  $\varepsilon(\theta)$  проходит через середину интервала  $\varepsilon - \Delta\varepsilon \leq \varepsilon \leq \varepsilon + \Delta\varepsilon$  и только половина полного числа электронов  $N_e/2$  с энергиями  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon$  может поглощать фотоны (рис.6). Изменяя интенсивность поглощения фотонов  $I_{\text{abs,max}}/2$  для некоторого  $v$  и  $v+1$ , можно найти значения  $\omega_{c,v,p}$  и  $\omega_{c,v+1,p}$  (рис.6) и найти величину  $v$  по соотношению (24). Далее, используя выражение (23), можно вычислить энергию  $\varepsilon_0$  (рис.5) электронного пучка согласно формуле (18):

$$\varepsilon_0 = mc^2 \left( \omega/2v\omega_{c,v,p} + v\omega_{c,v,p}/2\omega \right). \quad (25)$$

Согласно (25) энергия электрона может быть найдена, используя параметры  $\omega$ ,  $v$ ,  $\omega_{c,v,p}$ .

Относительная точность энергии электронного пучка определяется из (25) следующей приближенной формулой:

$$\delta\varepsilon/\varepsilon \cong \delta\omega/\omega - \delta\omega_{c,v,p}/\omega_{c,v,p} \cong \delta\omega/\omega - \delta B/B. \quad (26)$$

Отсюда следует, что  $\delta\varepsilon/\varepsilon$  зависит от точности измерения частоты лазера и от точности измерения магнитного поля  $B$ .

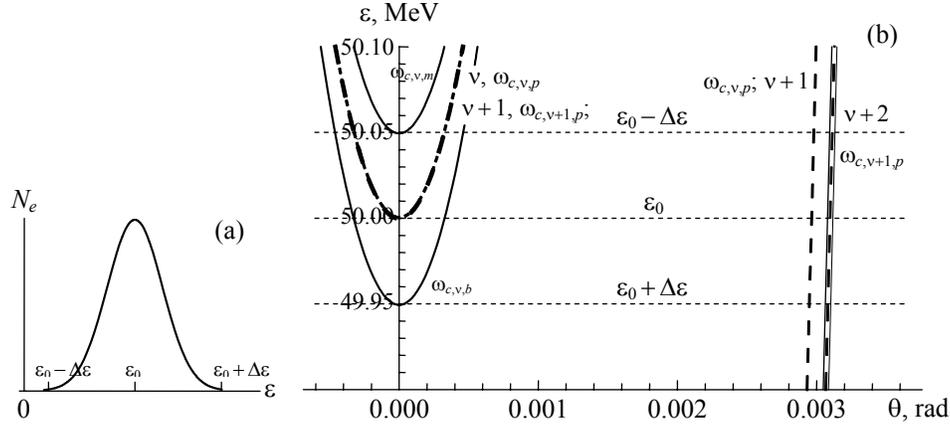


Рис.5. (а) Гауссовское распределение энергии электронов. (б) Зависимость энергии электронов  $\varepsilon$  от угла  $\theta$  при различных параметрах  $\omega_c$  и  $v$  (см. (25)). Используемые здесь параметры:  $\omega_{c,v,m} = 0.83415 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_{c,v,p} = 0.83498 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_{c,v+1,p} = 0.76472 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_{c,v,b} = 0.83584 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$ ,  $v = 11$ ,  $\lambda = 1.06 \times 10^{-3} \text{ см}$ .

Величину  $\omega_{c,v,p}$  можно определить (рис.5,6), если принять во внимание разброс энергии электронного пучка. Интервалы углов  $\delta\theta_v$ ,  $\delta\theta_{v+1}$ ,  $\delta\theta_{v+2}$  при  $\omega_{c,v,p}$ , которые дают вклад в поглощение фотонов электронами, могут быть

найлены по формулам (19), (22). Численные оценки показывают, что  $\delta\theta_{v+2} < \delta\theta_{v+1} \ll \delta\theta_v$ , то есть при определении  $\omega_{c,v,p}$  наибольший вклад в процесс поглощения дают фотоны, распространяющиеся в интервале углов  $\delta\theta_v$ .

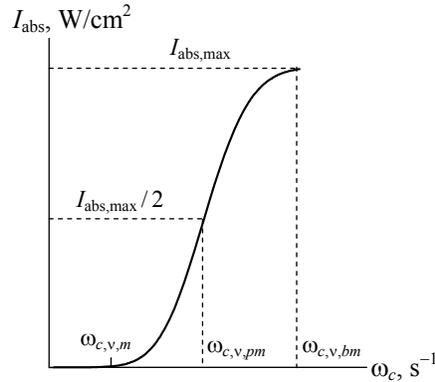


Рис.6. Зависимость интенсивности  $I_{abs}$  поглощения фотона электронами от  $\omega_c$ . Используемые здесь параметры:  $\omega_{c,v,m} = 0.83415 \times 10^{11} \text{ см}^{-1}$ ,  $\omega_{c,v,p} = 0.83498 \times 10^{11} \text{ см}^{-1}$ ,  $\omega_{c,v,b} = 0.83584 \times 10^{11} \text{ см}^{-1}$ ,  $\lambda = 1.06 \times 10^{-3} \text{ см}$ ,  $\nu = 11$ .

Очевидно, что измерение  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_0 - \Delta\varepsilon$  (рис.5b) методом, описанным выше, позволяет также найти реальный разброс электронного пучка  $\Delta\varepsilon$ .

### 3. Влияние дифракции света на поглощение фотонов

Известно, что пучок света диаметром  $D$  из-за дифракции расходится в диапазоне углов  $0 \leq \theta \leq \theta_d \cong \lambda/D$  вокруг направления волнового вектора  $\mathbf{k}$ . Распределение интенсивности света в зависимости от угла дифракции  $\theta$  определяется выражением [23]

$$I(\theta) = I_0 \left[ 2J_1(\psi)/\psi \right]^2, \quad (27)$$

где  $\psi = Dk\theta/2$ ,  $k = \omega/c$ ,  $J_1(\psi)$  является цилиндрической функцией Бесселя первого порядка,  $I_0$  – интенсивность света, распространяющегося в направлении  $\theta = 0$ . Заметим, что частота света из-за дифракции не меняется.

Для интересующих нас параметров электронного и лазерного пучков имеем  $\theta \ll \theta_d$ . Очевидно, что фотоны могут быть поглощены, если только они распространяются под углами  $\theta_{v+1} < \theta_d$  и  $\theta_{v+2} < \theta_d$ . Из (27) также следует соотношение  $I(\theta_v) \ll I(\theta_{v+1}) \ll I(\theta_{v+2})$ , которое является важным при измерении  $\omega_{c,v,p}$ .

### 4. Оценка интенсивности лазера, необходимого для поглощения фотонов

Известно, что в поле циркулярно поляризованной электромагнитной волны и в магнитном поле электроны могут быть ускорены из-за поглощения лазерных фотонов [3,4,7-12]. Интенсивность лазера, необходимая для поглоще-

ния фотона электроном, может быть найдена, используя классическую формулу для роста энергии электрона [4,6,8,10-12] и учитывая формулы (1), (4):

$$\Delta\gamma \cong \xi \omega \ell_a \beta_{\perp} \cong \xi \omega \ell_a \sqrt{2\nu\omega_c/\omega\gamma_0} . \quad (28)$$

Здесь  $\xi = eE/mc\omega$  – параметр интенсивности лазера,  $E$  – амплитуда электрического поля электромагнитной волны,  $\ell_a$  – длина формирования поглощения фотона в течение времени  $t_a = \ell_a/c$ . Если на длине магнита  $L_M > \ell_a$  электрон поглощает фотон с энергией  $\Delta\varepsilon = \hbar\omega$ , то соотношение (28) может быть написано в виде

$$\hbar\omega \cong 19.46 \ell_a \sqrt{I_{\text{las}}} \sqrt{2\nu\omega_c/\omega\gamma_0} . \quad (29)$$

Здесь мы использовали соотношение между лазерной интенсивностью  $I_{\text{las}}$  и амплитудой электрического поля  $E$  электромагнитной волны [23]:

$$E [\text{В/см}] = 19.46 \sqrt{I_{\text{las}} [\text{Вт/см}^2]} . \quad (30)$$

Для интенсивности лазера, необходимой для поглощения фотона электроном, из соотношений (29), (25) и (9) можно получить следующее приближенное значение:

$$I_{\text{las},a} [\text{Вт/см}^2] \cong \left( \left( (1 + \alpha^2 \gamma_0^2) / 38.92 \gamma_0 \right) \hbar\omega [\text{эВ}] / \lambda [\text{см}] \right)^2 . \quad (31)$$

Например, для параметров, относящихся к нашему случаю ( $\gamma_0 = 100$ ,  $\alpha = 3 \times 10^{-3}$  рад  $\lambda = 10.6$  мкм), имеем  $I_{\text{las},a} \cong 10^{-3}$  Вт/см<sup>2</sup>.

### 5. Выбор длины магнита с учетом краевых эффектов

Для выбора длины  $L_M$  магнита мы используем формулы (9) и (29). Поскольку на длине  $\ell_a, 2\ell_a, \dots$  может быть поглощено электронами только целое число фотонов, то длина  $L_M$  магнита, согласно (29), может быть выбрана в пределах

$$\ell_a < L_M < 2\ell_a . \quad (32)$$

Условие (32) имеет практическое значение и позволяет использовать однородную часть магнитного поля, а также исключить влияние краевых эффектов.

Из (9) следует, что для электронов высокой энергии, когда  $\alpha^2 \gamma^2 \gg 1$ , ограничение на длину магнита будет  $L_M \geq \ell_a \cong 2\lambda/\alpha^2$ , т.е. при подходящем выборе  $\lambda$  и  $\alpha$  длина магнита может быть выбрана в приемлемых пределах. Например, если  $\lambda = 1$  мкм и  $\alpha = 3 \times 10^{-3}$  рад, то  $\ell_a \cong 23.6$  см.

### 6. Исключение влияния сопровождающего излучения электронов

Излучение фотона электроном в рассматриваемых полях может произойти, если длина магнита  $L_M$  больше длины формирования излучения фотона  $l_r$ , т.е.  $L_M > l_r$ . Величина  $l_r$  может быть найдена согласно формуле [22-24]

$l_r \cong \lambda_r / (1 - \beta \mathbf{k}_r)$ , где  $1/(1 - \beta \mathbf{k}_r)$  – доплеровский фактор,  $\lambda_r$  – длина волны излучения,  $\mathbf{k}_r$  – единичный вектор по направлению излучения. Таким образом, необходимое условие для излучения фотона электроном имеет вид

$$L_M > l_r \cong \frac{\lambda_r}{1 - \beta \mathbf{k}_r}. \quad (33)$$

Известно, что в случае  $\gamma \gg 1$  электрон излучает в основном по направлению движения в интервале углов  $-1/\gamma \leq \alpha_r \leq 1/\gamma$  вокруг направления скорости  $\mathbf{V}$  электрона, где  $\alpha_r$  – угол между векторами  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{k}_r$ . С другой стороны, если величины  $L_M$ ,  $\gamma$ ,  $\alpha_r$  заданы, то  $\lambda_r$  будет определяться, согласно (33), выражением

$$\lambda_r \leq \frac{L_M (1 + \alpha_r^2 \gamma^2)}{2\gamma^2}. \quad (34)$$

Отсюда следует, что в случае  $\alpha_r = 0$  (т.е. в направлении  $\mathbf{V}$ ) длина излучения будет минимальна:  $\lambda_{r,\min} \cong L_M / 2\gamma^2$ , а в случае  $\alpha_r = 1/\gamma$  эта длина будет  $\lambda_r(\alpha_r = 1/\gamma) \cong 2\lambda_{r,\min}$ . Например, если  $L_M = 20$  см,  $\gamma = 100$ , то  $\lambda_{r,\min} \cong 10^{-3}$  см и  $\lambda_r(\alpha_r = 1/\gamma) \cong 2 \times 10^{-3}$  см.

Вместе с тем, как отмечено выше, наибольший вклад в поглощение дается лазерными фотонами, распространяющимися в интервале углов  $2\delta\theta_v$  вокруг оси  $z$  (рис.1). Если детектор (рис.1) расположен на расстоянии  $l_D$  от магнита, то поглощение фотонов может быть измерено на поверхности детектора в круге с диаметром  $d_D = 2\delta\theta_v l_D$ . Например, если  $l_D = 500$  см,  $2\delta\theta_v = 10^{-3}$  рад, тогда  $d_D = 0.5$  см. В результате, на площадь  $\pi d_D^2/4$ , в дополнение к лазерному излучению будет падать также излучение электронов с длиной волны  $\lambda_r(\alpha_r)$ . Выбирая угол падения электронного луча  $\phi$  (рис.1) и расстояние  $l_D$  можно обеспечить условие  $\lambda < \lambda_r(\alpha_r)$  на поверхности детектора  $\pi d_D^2/4$ . Если использовать детектор, чувствительный только к спектру  $\lambda < \lambda_r(\alpha_r)$ , т.е. регистрирующий только изменение интенсивности лазера из-за поглощения фотонов, то исключается влияние сопровождающего излучения электронов на результат измерения.

## 7. Влияние поглощения лазерных фотонов на параметры электронного луча

Параметры электронного пучка не будут заметно меняться из-за поглощения лазерных фотонов по следующим причинам:

- а) для интересующих нас параметров, согласно (3), имеем  $\Delta\varepsilon/\varepsilon = \hbar\omega/\varepsilon \ll 10^{-4}$ , поэтому изменение энергии электронного пучка из-за поглощения фотонов будет несущественным;
- б) согласно (3), имеем  $\Delta P_z/P_z = \hbar\omega \cos\theta/\varepsilon \ll 10^{-4}$ . Кроме того, учитывая, что  $P_\perp \cong \sqrt{eB2n}$  и  $v/n \ll 10^{-4}$ , получим  $\Delta P_\perp/P_\perp \cong v/2n \ll 10^{-4}$ , то есть изменение направления скорости электрона из-за поглощения лазерных фотонов несущественно.

## 8. Детектирование поглощения лазерных фотонов

Факт поглощения фотонов электронами может быть установлен, измеряя отношение числа  $N_{\text{abs,ph}}$  поглощенных фотонов за время взаимодействия  $\tau_{\text{int}}$  электронного пучка с лазерным пучком на длине  $\ell_a$  к общему количеству лазерных фотонов  $N_{\text{tot,ph}}$ . Число  $N_{\text{abs,ph}}$  фотонов, поглощенных электронным пучком длиной  $\ell_{eb}$ , может быть оценено, если принять во внимание тот факт, что каждый электрон проходит через область  $\ell_a$  взаимодействия только однажды, поглощая один фотон. Если число электронов в пучке равно  $N_{eb}$ , тогда  $N_{\text{abs,ph}} = N_{eb}$ , независимо от факта  $\ell_{eb} > \ell_a$  или  $\ell_{eb} < \ell_a$ .

Интенсивность лазера  $I_{\text{las,a}}$  (или в соответствии с (30) значение  $E$ ), необходимая для поглощения одного фотона электроном на длине  $\ell_a$ , может быть найдена из формулы (31). Тогда число фотонов  $N_{\text{tot,ph}}$  лазерного пучка, падающего на поверхность  $S$  детектора за время  $\tau_{\text{int}}$ , будет

$$N_{\text{tot,ph}} = (I_{\text{las,a}} / \hbar\omega) S \tau_{\text{int}}. \quad (35)$$

Параметры лазера ( $I_{\text{las,a}}, D, \omega$ ), детектора и магнита ( $B, L$ ) должны быть выбраны так, чтобы изменение интенсивности лазерного пучка из-за поглощения фотонов электронами

$$\eta = N_{\text{abs,ph}} / N_{\text{tot,ph}} = (N_{eb} \hbar\omega / I_{\text{las,a}}) (4c / \pi D^2 \ell_a) \quad (36)$$

могло быть зарегистрировано детектором. Из (36) следует, что с уменьшением диаметра лазерного пучка  $D$  величина  $\eta$  увеличивается. С другой стороны, уменьшение  $D$  ограничено по двум причинам: а) для обеспечения эффективного взаимодействия электронов и фотонов диаметр светового пучка должен быть больше, чем диаметр электронного пучка; б) при уменьшении  $D$  угол дифракции  $\theta_d \cong \lambda / D$  светового пучка увеличивается.

## 9. Заключение

Показана возможность измерения абсолютной энергии электронного пучка, используя поглощение излучения электронами в однородном магнитном поле, с целью экспериментальной проверки этого метода в области энергии электронов нескольких десятков МэВ. Учтено влияние дифракции лазерного пучка, разброса электронов по энергии и длины формирования поглощения излучения на процесс измерения энергии электронного пучка.

Метод позволяет определять расположение центра распределения электронов по энергиям с относительной точностью до  $10^{-4}$ , а также найти реальный разброс по энергии  $\Delta\epsilon$  электронного пучка. Показано, что параметры электронного пучка не будут заметно меняться в течение измерения энергии, что дает возможность непрерывного контроля энергии электронного луча. Необходимые для регистрации поглощения фотонов быстродействующие детекторы с высокой спектральной чувствительностью в настоящее время производятся промышленно.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **D.P.Barber, R.A.Melikian.** 7th EPAC, 2000, Vienna. EPAC Conf. Proc., 2000, p.996.
2. **И.А.Гишинский, К.А.Рязанцев.** Изв. Вузов. Радиофизика, **5**, 838 (1964).
3. **J.K.Daugherty, J.Ventura.** Phys. Rev. D, **18**, 1053 (1978).
4. **А.А.Коломенский, А.Н.Лебедев.** ДАН СССР, **145**, 1259 (1962); ЖЭТФ, **44**, 261 (1963); ЖЭТФ, **50**, 1101 (1966).
5. **W.B.Colson, S.K.Ride.** Appl. Phys., **20**, 61 (1979).
6. **A.Loeb, L.Friedland.** Phys. Rev. A, **33**, 1828 (1986).
7. **A.Loeb, L.Friedland.** Phys. Lett. A, **129**, 329 (1988).
8. **В.П.Милантьев.** УФН, **167**, 3 (1997).
9. **В.П.Милантьев, С.П.Степина.** ЖТФ, **75**, 95 (2005).
10. **J.L.Hirshfield, C.Wang.** Phys. Rev. E, **61**, 7252 (2000).
11. **T.C.Marshall, C.Wang, J.L.Hirshfield.** Phys. Rev. Special Topics – Accelerators and Beams, **4**, 121301 (2001).
12. **S.V.Shchelkunov et al.** 12th Advanced Accelerator Concepts Workshop. AIP Conference Proceedings, **877**, 880 (2006).
13. **H.R.Jory, A.W.Trivelpiece.** J. Appl. Phys., **39**, 3053 (1968).
14. **А.П.Ишков.** Изв. Вузов. Физика, **2**, 136 (1970).
15. **D.B.Mc Dermott, D.S.Furuno, N.C.Luhmann.** J. Appl. Phys., **58**, 4501 (1985).
16. **Е.Т.Протасевич.** ЖТФ, **65**, 133 (1995).
17. **R.Shpitalnik et al.** J. Appl. Phys., **70**, 1101 (1991).
18. **M.A.LaPointe et al.** Phys. Rev. Lett., **76**, 2718 (1996).
19. **S.Sabchevski, T.Idehara.** Int. J. Infrared and Millimetre Waves, **26**, 669 (2005).
20. **В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский.** Квантовая электродинамика. М., Наука, 1980.
21. **R.A.Melikian, D.P.Barber.** DESY report 98-015, 1998; arxiv: physics/9903007 [physics.acc.-ph].
22. **А.А.Соколов, И.М.Тернов.** Релятивистский электрон. М., Наука, 1983.
23. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц.** Теория поля. М., Наука, 1988.
24. **A.Mikhailchenko, E.Bessonov.** Proc. PAC, 2003, p.1963.

### ON THE POSSIBILITY OF MEASUREMENT OF THE ELECTRON BEAM ENERGY USING ABSORPTION OF RADIATION BY ELECTRONS IN A MAGNETIC FIELD

R.A. MELIKIAN

A possibility of precise measurement of the electron beam energy using absorption of radiation by electrons in a homogeneous magnetic field for electrons of high energy in the range up to a few hundred GeV, was considered earlier. In this paper, with the purpose of experimental checking of this method in the range of several tens MeV of electrons energies, a possibility of measurement of absolute energy of the electron beam energy with a relative accuracy up to  $10^{-4}$ , is considered. We take into account the influence of laser beam diffraction, of the spread of electrons over energies and of the length of formation of radiation absorption in the electron beam energy measurement process. The laser wavelength and the length of magnet are chosen depending on the length of photon absorption formation. It is found that the kinematical restrictions on the photon absorption process lead to the effect of selection in angles of propagation of photons, which can be absorbed by electrons. It is shown that parameters of the electron beam will not vary noticeably during the energy measurement.