

УДК 621.384.65

ОПРЕДЕЛЕНИЕ γ -ФАКТОРА СГУСТКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ПО ИЗМЕРЕНИЮ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ЧАСТОТЫ ИХ КВАЗИКОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ВОЛНОВОДЕ

Э.А. БЕГЛОЯН

Национальная научная лаборатория им. А.И. Алиханяна, Ереван

(Поступила в редакцию 11 марта 2012 г.)

Рассмотрено излучение сгруппированного пучка заряженных частиц, пересекающих прямоугольный волновод перпендикулярно его оси. Проведен анализ спектра излучения и показано, что на частоте следования сгустков и его гармоник возникают резкие пики квазикогерентного излучения. Показано, что по результатам измерения центральной частоты этих пиков можно определять энергию заряженных частиц в сгустках.

1. Введение

Разработка способов определения энергии пучков заряженных частиц является одной из актуальных проблем ускорительной физики. При этом важно, чтобы приборы, используемые для определения энергии, не оказывали деструктивного влияния на пучок. С этой точки зрения привлекательными являются методы, использующие связь энергетического спектра излучения заряженных частиц в волноводе с параметрами самого пучка. Так, в работе [1] рассмотрена возможность определения энергетического спектра непрерывного пучка электронов в диапазоне энергий пучка 1–15 МэВ по генерируемому им излучению Вавилова–Черенкова. Генерация излучения происходит внутри круглого волновода с частичным диэлектрическим заполнением.

Целью предлагаемой работы является исследование энергетического спектра излучения периодической последовательности сгустков заряженных частиц, пересекающих волновод перпендикулярно его оси. В волноводе будут возникать эффекты, связанные со сложением излучений от разных сгустков пучка. В спектре суммарного поля переходного излучения будут появляться пики излучения, центральная частота которых будет совпадать с частотой следования сгустков и ее гармоник. Ниже исследован энергетический спектр излучения и показано, что по измерению центральной частоты пиков квазикогерентного излучения последовательности сгустков можно определить γ -фактор сгустков.

2. Метод решения

Излучение одиночной заряженной частицы, пересекающей волновод перпендикулярно его оси, рассмотрено в ряде работ [2,3]. Ниже рассмотрим из-

лучение периодической последовательности сгруппированных сгустков заряженных частиц, пересекающих прямоугольный волновод с образующей, параллельной оси oZ некоторой декартовой системы координат, со сторонами a по оси oX , b по оси oY . Сгустки движутся вдоль оси oY со скоростью $v = \text{const}$, число сгустков в пучке равно N , расстояние между центрами соседних сгустков равно d . Найдем поля и энергию излучения. Введем систему координат, связанную с серединой j -ого сгустка, тогда уравнение движения ξ, η, ζ элемента произвольного j -ого сгустка можно представить в виде

$$\bar{x}(t) = x_0 - \xi, \quad \bar{y}(t) = vt - jd - \eta, \quad \bar{z}(t) = z_0 - \zeta, \quad (1)$$

где x_0, y_0, z_0 – координаты пересечения центров сгустков волновода.

Воспользуемся результатами работы [2], в которой получены формулы для расчета полей излучения заряда, движущегося в волноводе произвольным образом. В случае сгустка они приобретают следующий вид:

$$E_{\omega, n, m}(z) = \frac{q}{i\omega} \int_t f(\xi, \eta, \zeta) (\mathbf{v} \nabla \Psi_{n, m}(\bar{x}(t), \bar{y}(t))) e^{(-i\gamma_{n, m}|z - \bar{z}(t)| - i\omega t)} \text{sgn}|z - \bar{z}(t)| dt d\xi d\eta d\zeta, \quad (2)$$

$$H_{\omega, n, m}(z) = -\frac{iq}{c\gamma_{n, m}} \int_t f(\xi, \eta, \zeta) [\mathbf{v} \nabla \hat{\Psi}_{n, m}(\bar{x}(t), \bar{y}(t))] e^{(-i\hat{\gamma}_{n, m}|z - \bar{z}(t)| - i\omega t)} dt d\xi d\eta d\zeta,$$

где $E_{\omega, n, m}(z)$, и $H_{\omega, n, m}(z)$ – коэффициенты разложения $E_{z\omega}$ - и $H_{z\omega}$ - составляющих полей излучения по собственным функциям поперечного сечения волновода $\Psi_{n, m}(x, y)$, $\hat{\Psi}_{n, m}(x, y)$ для ТМ- и ТЕ-волн, соответственно; n, m – индексы моды волны, $f(\xi, \eta, \zeta)$ – функция распределения заряда в сгустке; $\gamma_{n, m} = \sqrt{\omega^2/c^2 - \lambda_{n, m}^2}$ и $\hat{\gamma}_{n, m} = \sqrt{\omega^2/c^2 - \hat{\lambda}_{n, m}^2}$ – постоянные распространения волны в волноводе для ТМ- и ТЕ-волн соответственно; q – заряд сгустка; $\lambda_{n, m}, \hat{\lambda}_{n, m}$ – собственные значения первой и второй краевых задач для поперечного сечения волновода; x_0, z_0 – координаты пересечения сгустком волновода; индекс ω указывает на Фурье-компоненту соответствующей величины.

Интегрирование по времени в (2) производится по всему времени нахождения произвольного элемента сгустка в волноводе. Так, для ξ, η, ζ -элемента j -ого сгустка пределы интегрирования равны

$$t_{\text{occurrence}} = \frac{jd + \eta}{v}, \quad t_{\text{departure}} = \frac{jd + b + \eta}{v}. \quad (3)$$

Произведя в (1) интегрирование по t, ξ, η, ζ с дальнейшим суммированием по всем N сгусткам пучка, для потока энергии излучения в областях $|z| > z_0$ окончательно получим

$$S_{n, m} = S_{n, m}^{TM} + S_{n, m}^{TE}, \quad (4)$$

где

$$S_{n, m}^{TM} = T_{n, m} \text{Re} \int \gamma_{n, m} F(\omega) F_N(\omega) F_{n, m}(\omega) \omega d\omega, \quad (5)$$

$$S_{n,m}^{TE} = \hat{T}_{n,m} \operatorname{Re} \int \hat{\gamma}_{n,m}^{-1} F(\omega) F_N(\omega) F_{n,m}(\omega) \omega^3 d\omega, \quad (6)$$

$T_{n,m} = 16q^2 \pi^2 m^2 \sin^2(\pi n x_0/a) / v^2 b^3 a \lambda_{n,m}^2$, $\hat{T}_{n,m} = 8q^2 \pi^2 n^2 \chi_m \sin^2(\pi n x_0/a) / v^2 b^3 a \lambda_{n,m}^2$, $\chi_m = 1, m = 0$, $\chi_m = 2, m \neq 0$, $F_{n,m}(\omega) = \exp\left(-\omega^2 l^2 / 4v^2 - (\gamma_{n,m}^2 a^2 + \pi^2 n^2) r_0^2 / 4a^2\right)$ – форм-фактор сгустков; l – длина; r_0 – радиус поперечного сечения сгустка, $F(\omega) = \left[\sin^2(\pi m/b - \omega/v)(b/2)\right] / \left[(\pi m/b)^2 - (\omega/v)^2\right]^2$, $F_N(\omega) = \sin^2(N\omega d/2v) / \sin^2(\omega d/2v)$ – форм-фактор системы сгустков.

Полученные выражения для энергии излучения периодической последовательности сгустков заряженных частиц отличаются от соответствующих выражений, полученных в [1], лишь множителями $F_{n,m}(\omega)$ и $F_N(\omega)$.

3. Спектр излучения

Формулы (4) и (5) описывают суммарный поток энергии переходного излучения системы сгустков, испущенный на верхней и нижней границах волновода. Спектр излучения непрерывный, однако, в спектре отсутствуют частоты

$$\nu_s = vs/Nd, \quad s = 1, 2, 3, \dots, \quad \nu = \omega/2\pi. \quad (7)$$

Форм-фактор сгустка $F_{n,m}(\omega)$ приводит к ограничению спектра излучения. Действительно, для точечного сгустка $F_{n,m}(\omega) = 1$ и частицы в сгустке излучают когерентно. Высоты пиков излучения пропорциональны N^2 . В случае сгустков длины l частицы в сгустке будут излучать квазикогерентно лишь на тех гармониках частоты следования сгустков, для которых выполняется условие $l \ll \lambda_k$ (λ_k – длина волны k -ой гармоники). При нарушении этого условия, с ростом частоты, ширина пиков излучения увеличивается, а амплитуда пиков излучения экспоненциально уменьшается.

Граничная частота, при которой амплитуда пиков излучения существенно отлична от нуля, определяется из условия

$$\omega^2 l^2 / 4v^2 + (\gamma_{n,m}^2 a^2 + \pi^2 n^2) r_0^2 / 4a^2 < 1.$$

На частотах

$$\nu_k = vk/d, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

(k – номер гармоники частоты следования сгустков) выполняются условия для синфазного сложения полей излучения всех сгустков пучка, и форм-фактор системы сгустков пропорционален N^2 . В спектре переходного излучения появляются пики излучения с шириной

$$\Delta\nu = v/Nd. \quad (9)$$

4. Зависимость центральной частоты пиков излучения от энергии сгустков

Как следует из выражения (7), центральная частота пиков излучения зависит от их скорости. Это связано с тем обстоятельством, что хотя расстояния

между соседними сгустками одно и то же, время T прохождения этого расстояния зависит от скорости движения сгустков. Соответственно, условие синфазного сложения излучения от пучков с разными энергиями происходит на разных частотах $\nu = T^{-1}$.

В ультррелятивистском случае $\gamma \gg 1$, $\nu \rightarrow c$, и частота пиков излучения

$$\nu_k \rightarrow \nu_{k,0} = k\nu_0, \quad \nu_0 = c/d. \quad (10)$$

Смещение центральной частоты пиков излучения от частоты $\nu_{k,0}$ из-за отличия ν от c определяется выражением

$$\Delta\nu_k = k\nu_0 \left(1 - \sqrt{1 - \gamma^{-2}} \right). \quad (11)$$

Величина $\Delta\nu_k$ прямо пропорциональна номеру гармоники k частоты следования сгустков. На высоких гармониках величина $\Delta\nu_k$ может стать существенной и по измерению $\Delta\nu_k$ можно определять энергию сгруппированного пучка заряженных частиц.

Как следует из (10), относительное смещение частоты не зависит от номера k гармоники частоты следования сгустков, а зависит только от их γ -фактора.

На рис.1 приведен график зависимости относительного смещения $\Delta\nu_k/\nu_k$ центральной частоты пиков излучения от величины γ -фактора сгустка. С увеличением энергии сгустков величина смещения уменьшается и при $\gamma \rightarrow \infty$ $\Delta\nu_k \rightarrow 0$.

Смещение пиков излучения может происходить также из-за случайных флуктуаций частоты следования пучка [4]. Действительно, предположим, что расстояние между j -ым и $(j+1)$ -ым сгустками равно не d , а $d_j = d \pm \Delta d_j$ (Δd_j – случайные отклонения).

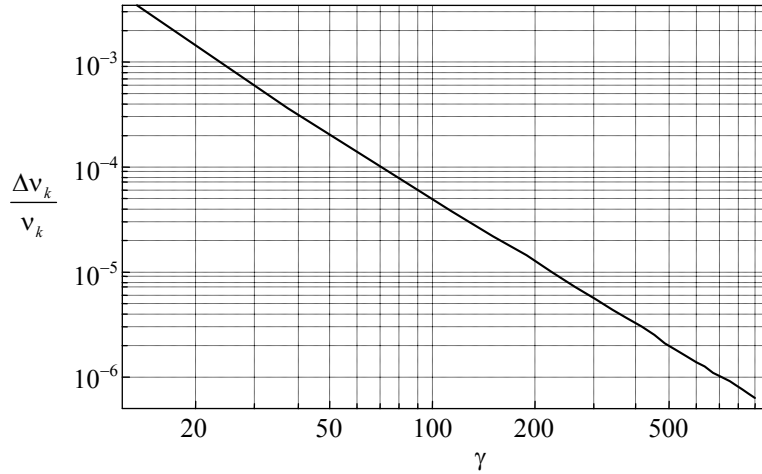


Рис.1. Зависимость γ -фактора сгустка от относительного смещения центральной частоты пика излучения (масштаб логарифмический).

Тогда пики излучения возникают на частотах

$$\bar{\nu}_k = kv / (d \pm \Delta \bar{d}), \quad (12)$$

где $\Delta \bar{d}$ – математическое ожидание случайных величин Δd_j .

Для реальных пучков среднее квадратичное отклонение от регулярности не превышает $\sigma \approx 10^{-4} - 10^{-6}$, а отклонение пиков от частоты $\nu_{k,0}$ будет составлять $\Delta \nu_k < 100$ Гц. Рассмотренный эффект накладывает ограничение на область энергий пучка ($\gamma < 1000$), в которой применим предложенный метод. Для более высоких значений энергии пучка эффект смещения частоты из-за случайных флуктуаций частоты следования сгустков становится соизмеримым с эффектом смещения частоты, связанным с разными значениями γ у пучка.

Отметим, что описанный выше эффект смещения частоты пиков излучения является результатом интерференции полей излучения периодической последовательности сгустков заряженных частиц, пересекающих волновод.

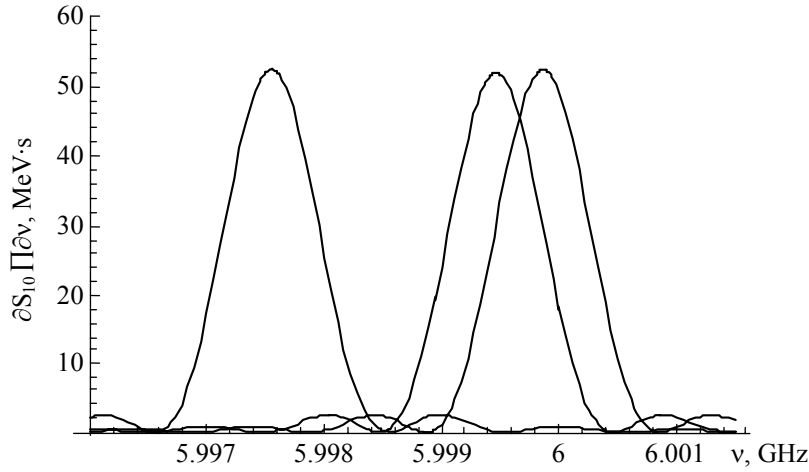


Рис.2. Спектры излучения в окрестности частоты $\nu = 6$ ГГц, для значений энергии пучка $\gamma = 35, 75, 150$. Число частиц в сгустке 10^9 , число сгустков $N = 3000$, расстояние между сгустками $d = 10$ см, длина сгустков $l = 1$ см, радиус поперечного сечения сгустков $r_0 = 0.5$ см, высота волновода $b = 3.4$ см, ширина $a = 7.2$ см.

На рис.2 приведены зависимости спектра излучения на волне $H_{1,0}$ от частоты для трех значений энергии пучка заряженных частиц, соответствующих $\gamma = 35, 75, 150$, в окрестности частоты $\nu = 6$ ГГц (вторая гармоника частоты следования сгустков). С увеличением γ -фактора сгустков пучка центральная частота пиков излучения смещается в сторону высоких частот и в пределе $\nu \rightarrow c$ совпадает с $\nu = 6$ ГГц. Отметим, что выше для примера приведены графики для спектра излучения в окрестности частоты $\nu = 6$ ГГц, однако подобная картина наблюдается для всех гармоник частоты следования сгустков, которые могут генерироваться в волноводе.

5. Заключение

В спектре излучения периодической последовательности заряженных частиц, пересекающих волновод перпендикулярно его оси, возникают резкие пики квазикогерентного излучения. Значение центральной частоты ν_k этих пиков зависит от γ -фактора сгустков и по измерению лишь одного этого параметра ν_k можно определять энергию сгустков.

Полученные результаты могут являться основой для создания недеструктивных устройств для определения энергии сгруппированных пучков заряженных частиц. Точность определения энергии будет определяться точностью приборов, измеряющих эту частоту, и для области энергий, для которой $\gamma < 300$, она будет порядка $10^{-4} - 10^{-6}$.

Предлагаемый метод измерения энергии пучка является сравнительно простым и дешевым, он может быть использован в системах оперативного контроля энергии пучка.

В заключение выражаю свою благодарность проф. Э.М. Лазиеву и проф. Э.Д. Газазяну за ценные обсуждения и замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.В.Полиектов, К.А.Труханов, В.И.Шведун. Препринт НИИЯФ МГУ–2006–18.
2. К.А.Барсуков, Э.Д.Газазян, Э.М.Лазиев. Изв. Вузов, Радиофизика, **15**, 191 (1972).
3. К.А.Барсуков, Э.А.Беглоян, Э.М.Лазиев, Н.В.Рязанцева. Изв. Вузов, Радиофизика, **30**, 1337 (1987).
4. E.Begloyan, E.Gazazyan, E.Laziev, et al., Proc. of XXI International FEL Conference, August 1999, DESY, Hamburg, Germany, p.II-61.

ԼԻՅՔԱՎՈՐՎԱԾ ԹԱՆՁՐՈՒԿՆԵՐԻ γ -ՖԱԿՏՈՐԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ
ԱՆԻՔԱՏԱՐՈՒՄ ՆՐԱՆՑ ՔՎԱԶԻԿՈՀԵՐԵՆՏ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ
ԿԵՆՏՐՈՆԱԿԱՆ ՀԱՃԱԽՈՒԹՅԱՆ ՉԱՓՄԱՆ ՄԻՋՈՑՈՎ

Է.Ա. ԲԵԴԼՈՅԱՆ

Դիտարկված է լիցքավորված մասնիկների խմբավորված փնջի ճառագայթումը երբ այն հատում է ուղղանկյուն ալիքատարը նրա առանցքին ուղղահայաց: Կատարված է ճառագայթման սպեկտրի վերլուծությունը և ցույց է տրված, որ թանձրուկների պարբերական հաջորդականության հաճախության և սրա հարմոնիկների վրա առաջանում են քվազիկոհերենտ ճառագայթման կտրուկ պիկեր: Ցույց է տրված, որ այդ պիկերի կենտրոնական հաճախության չափման միջոցով կարելի է որոշել մասնիկների էներգիան թանձրուկում:

DETERMINATION OF γ -FACTOR OF CHARGED PARTICLES BUNCHES BY MEASURING THEIR QUASICOHERENT RADIATION IN A WAVEGUIDE

E.A. BEGHLOYAN

The radiation of a bunched beam of charged particles crossing the waveguide perpendicularly to its axis is considered. The emission spectrum is analyzed and it is shown that sharp peaks of quasicohherent radiation arise at the frequency of repetition rate of bunches and at its harmonics. It is shown that by measuring the center frequency of these peaks it is possible to determine the energy of charged particles in the bunches.