

УДК 539.2

## УРАВНЕНИЕ ДЛЯ СПЕКТРА ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ В ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ С НЕГЛАДКИМ ДНОМ

Д.М. СЕДРАКЯН, Д.А. БАДАЛЯН, Л.Р. СЕДРАКЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 20 октября 2011 г.)

Предложен метод определения спектра связанных состояний электрона, совершающего стационарное движение в трехмерной квантовой яме с негладким дном. Показано, что проблема нахождения собственных значений энергии сводится к исследованию многоканального рассеяния частицы от внутриямной части потенциала. Получено уравнение для энергии, зависящее от амплитуд отражения и пропускания электрона. Для иллюстрации применения метода к конкретным системам рассмотрена трехмерная асимметричная квантовая яма с гладким дном.

### 1. Введение

Низкоразмерные неоднородные квантовые системы привлекают к себе большое внимание в связи с широкими возможностями их практического применения. Физические свойства указанных систем во многом определяются особенностями их энергетического спектра для различных элементарных возбуждений. В частности, определение спектра электронных возбуждений сводится к решению уравнения Шредингера (УШ) с заданной потенциальной функцией и известными граничными условиями. Однако, как известно, точное решение этой задачи для 2D и 3D систем с произвольной потенциальной функцией сопряжено с непреодолимыми математическими трудностями. Поэтому в последние годы интенсивно разрабатываются квазиодномерные модели [1-5], которые, с одной стороны, легче исследовать математически, а с другой – можно использовать для прикладных целей.

Целью настоящей работы было получение уравнения для определения энергетического спектра связанных состояний электрона, находящегося в квантовой проволоке цилиндрической и параллелепипедальной формы с асимметричной квантовой ямой в направлении оси проволоки со встроенным внутри трехмерным потенциалом произвольного вида. В разделе 2 рассмотрено движение электрона с ограничением движения в направлении, поперечном оси проволоки. Это ограничение приводит к распаду УШ на уравнения в направлении оси проволоки и в поперечном направлении. В разделе 3 из условия непрерывности логарифмической производной волновой функции получено секулярное уравнение, определяющее в общем виде спектр связанных состояний электрона.

Показано, что определение спектра электронных состояний сводится к последовательному решению однопериодических уравнений (42) для различных областей полного спектра. В конце из этого уравнения получается секулярное уравнение при отсутствии вложенного потенциала, которое естественно совпадает с секулярным уравнением для случая асимметричной ямы.

## 2. Электрон в неоднородной квазиодномерной квантовой яме

Рассмотрим электрон, движущийся в потенциальном поле  $U(x, y, z)$ . Предположим, что ось проволоки направлена по оси  $z$ . Пусть движение в поперечной к оси проволоки плоскости  $(x, y)$  ограничено непрозрачными стенками в виде цилиндрической или плоской поверхности. Обозначим радиус сечения цилиндра через  $a$ , а толщину параллелепипеда в направлениях  $x$  и  $y$ , соответственно через  $a$  и  $b$ . Движение в направлении  $z$  заранее не ограничено. Задача определения стационарных состояний движения частицы с массой  $m_e$  сводится к решению УШ

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Psi(x, y, z) + (\chi^2 - V(x, y, z)) \Psi(x, y, z) = 0, \quad (1)$$

где

$$\chi^2 = (2m_e/\hbar^2)E, \quad V(x, y, z) = (2m_e/\hbar^2)U(x, y, z). \quad (2)$$

Граничные условия уравнения (1) в случае проволоки с прямоугольным сечением напомним в декартовых координатах в виде

$$\Psi(x, y, z)|_{x=\pm a/2} = 0, \quad \Psi(x, y, z)|_{y=\pm b/2} = 0. \quad (3)$$

В случае проволоки с круговым сечением эти условия удобно написать в цилиндрических координатах в виде:

$$\Psi(\rho, \varphi, z) = 0 \quad \text{при } \rho = a. \quad (4)$$

Решения уравнения (1), удовлетворяющие граничным условиям (3) и (4), можно написать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Psi(x, y, z) &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \Psi_{kl}(z) \Phi_k(x) \Phi_l(y), \\ \Psi(\rho, \varphi, z) &= \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \Psi_{kl}(z) \phi_{kl}(\rho) \cos l\varphi. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь функции  $\Phi_k(x)$ ,  $\Phi_l(y)$  и  $\phi_{kl}(\rho)$  имеют вид

$$\Phi_k(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos \chi_k x, \quad \Phi_l(y) = \sqrt{\frac{2}{b}} \cos \chi_l y, \quad \phi_{kl}(\rho) = \frac{I_l(\chi_{kl}\rho)}{a\sqrt{\pi}I_{l+1}(\chi_{kl}a)}, \quad (6)$$

где  $I_l(\chi_{kl}\rho)$  – цилиндрические функции Бесселя. Здесь

$$\chi_k = \frac{\pi(2k+1)}{a}, \quad \chi_l = \frac{\pi(2l+1)}{b}, \quad (7)$$

а  $\hbar^2\chi_{kl}^2/2m$  есть собственные значения энергии поперечного движения электрона в случае проволоки кругового сечения, где величины  $\chi_{kl}$  определяются из уравнения

$$I_l(\chi_{kl}a) = 0. \quad (8)$$

Решения уравнения (8) хорошо известны (см., например, [5]).

Для искомых функций  $\Psi_{kl}(z)$  легко получить следующую систему линейных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d^2\Psi_{kl}(z)}{dz^2} + k_{kl}^2\Psi_{kl}(z) - \sum_{k'=1}^{\infty} \sum_{l'=1}^{\infty} V_{kk'}^{ll'}(z)\Psi_{k'l'}(z) = 0, \quad (9)$$

где для проволоки прямоугольного сечения

$$k_{kl}^2 = \chi^2 - \chi_k^2 - \chi_l^2, \quad (10)$$

$$V_{kk'}^{ll'}(z) = \frac{4}{ab} \int_{-a/2}^{a/2} dx \int_{-b/2}^{b/2} dy \cos\chi_k x \cos\chi_l y V(x, y, z) \cos\chi_{k'} x \cos\chi_{l'} y,$$

а для проволоки кругового сечения

$$k_{kl}^2 = \chi^2 - \chi_{kl}^2, \quad (11)$$

$$V_{kk'}^{ll'}(z) = \frac{1}{\pi a^2 (I_{l+1}(\chi_{kl}a))^2} \int_0^a \rho d\rho I_l(\chi_{kl}\rho) I_{k'}(\chi_{k'l'}\rho) \int_0^{2\pi} d\varphi V(\rho, \varphi, z) \cos l\varphi \cos l'\varphi.$$

Если рассматривать рассеяние частицы по  $N$  конечным числам каналов, то в этом случае нужно определить амплитуды прохождения  $T_n$  и отражения  $R_n$ , где индекс  $n$  меняется от единицы до  $N$ . Число  $N$  равняется числу поперечных энергетических состояний частицы, по которым происходит рассеяние. Следовательно, каждый индекс  $n$  соответствует паре индексов  $k, l$ , которые описывают энергетические состояния поперечного движения частицы. Условимся эти состояния нумеровать согласно росту значений поперечной энергии. Такая нумерация может одновременно показывать нумерацию каналов рассеяния.

Учитывая вышесказанное, уравнение (9) можно переписать в следующем виде:

$$\frac{d^2\Psi_n(z)}{dz^2} + k_n^2\Psi_n(z) - \sum_{m=1}^N V_{nm}(z)\Psi_m(z) = 0, \quad n=1, 2, \dots, N. \quad (12)$$

Здесь индекс  $n$  соответствует паре индексов  $k$  и  $l$ , а индекс  $m$  – паре индексов  $k'$  и  $l'$ .

Таким образом, нахождение собственных значений и собственных функций УШ сводится к решению системы одномерных линейных уравнений (12).

Исследуем решения системы (12) для потенциала

$$V(x, y, z) = \begin{cases} V_1 = \text{const}, & \text{если } z < 0, & \text{I} \\ 0, & \text{если } 0 \leq z \leq \varepsilon, (\varepsilon \rightarrow 0) & \text{II} \\ v(x, y, z), & \text{если } \varepsilon \leq z \leq d - \varepsilon, & \text{III} \\ 0, & \text{если } d - \varepsilon \leq z \leq d, & \text{IV} \\ V_2 = \text{const}, & \text{если } z > d, & \text{V} \end{cases} \quad (13)$$

где  $d$  – расстояние между точками  $z=0$  и  $z=d$ . Функция (13), совместно с условиями (3), описывает трехмерную асимметричную потенциальную яму с неоднородным дном, характеризуемым функцией  $v(x, y, z)$ ; римскими цифрами пронумерованы соответствующие области потенциала  $V(x, y, z)$ .

Рассмотрим область I ( $z < 0$ ). В этой области из-за ортогональности функций  $\Phi_n(x)$  и  $\Phi_n(y)$  получим

$$V_{nm}(z) = V_1 \delta_{nm}. \quad (14)$$

Подставляя (14) в (12) получим следующую систему уравнений:

$$\frac{d^2 \Psi_n(z)}{dz^2} + k_n^2 \Psi_n(z) - V_1 \Psi_n(z) = 0, \quad n = 1, 2, \dots, \infty. \quad (15)$$

Для возникновения связанных состояний необходимо, чтобы  $V_1 > k_n^2$ . Тогда решениям уравнений (15) будут соответствовать волновые функции  $\Psi_n^{(I)}(z)$ , экспоненциально затухающие по мере удаления от потенциальной ямы (в направлении  $z$ ):

$$\Psi_n^{(I)}(z) = L_n e^{\chi_n^{(I)} z}, \quad (16)$$

где

$$\chi_n^{(I)} = \sqrt{V_1 - k_n^2}. \quad (17)$$

В области V ( $z > d$ ) точно таким же образом имеем  $V_{nm}(z) = V_2 \delta_{nm}$ ,

$$\frac{d^2 \Psi_n(z)}{dz^2} + (k_n^2 - V_2) \Psi_n(z) = 0 \quad (18)$$

и при  $V_2 > k_n^2$  решениями уравнений (18) являются функции  $\Psi_n^{(V)}(z)$ :

$$\Psi_n^{(V)}(z) = M_n e^{-\chi_n^{(V)} z}, \quad (19)$$

где

$$\chi_n^{(V)} = \sqrt{V_2 - k_n^2}. \quad (20)$$

В бесконечно тонкой области II ( $0 \leq z \leq \varepsilon$ )  $V_{nm}(z) = 0$ . Следовательно, из уравнений (12) получим

$$\frac{d^2\Psi_n(z)}{dz^2} + k_n^2\Psi_n(z) = 0. \quad (21)$$

Решениями системы (21) являются волновые функции свободной частицы

$$\Psi_n^{(II)}(z) = A_n e^{ik_n z} + B_n e^{-ik_n z}. \quad (22)$$

Аналогично, для инфинитезимальной области IV получим

$$\Psi_n^{(IV)}(z) = C_n e^{ik_n z} + D_n e^{-ik_n z}. \quad (23)$$

Что касается области III, где  $V(x, y, z) = v(x, y, z)$  – произвольная функция, то тут решения уравнений (12) в общем случае могут быть найдены только численными методами.

### 3. Получение секулярного уравнения

Спектр связанных состояний электрона может быть определен из условия непрерывности логарифмической производной волновой функции  $\Psi_n(z)$  в точках  $z=0$  и  $d$ . Требование равенства производных  $d \ln \Psi_n^{(I)}(z)/dz$  и  $d \ln \Psi_n^{(II)}(z)/dz$  в точке  $z=0$  приводит к следующей системе алгебраических уравнений:

$$\left(1 - i \frac{k_n}{\chi_n^{(I)}}\right) A_n = - \left(1 + i \frac{k_n}{\chi_n^{(I)}}\right) B_n. \quad (24)$$

Аналогичным образом, из равенства производных  $d \ln \Psi_n^{(IV)}(z)/dz$  и  $d \ln \Psi_n^{(V)}(z)/dz$  в точке  $z=d$  получим

$$\left(1 - i \frac{k_n}{\chi_n^{(V)}}\right) e^{-ik_n d} D_n = - \left(1 + i \frac{k_n}{\chi_n^{(V)}}\right) e^{ik_n d} C_n. \quad (25)$$

Введем обозначения

$$a_n = \chi_n^{(I)} \left(1 - i \frac{k_n}{\chi_n^{(I)}}\right), \quad b_n = \chi_n^{(V)} \left(1 - i \frac{k_n}{\chi_n^{(V)}}\right) e^{-ik_n d}. \quad (26)$$

С учетом последних уравнений формулы (24) и (25) примут вид

$$a_n A_n = -a_n^* B_n, \quad (27a)$$

$$b_n D_n = -b_n^* C_n. \quad (27b)$$

Допустим, что  $n$  – конечное число и принимает  $N$  значений. Тогда можно считать, что уравнения (27a), (27b) представляют собой систему  $2N$  линейных уравнений относительно  $4N$  неизвестных величин  $A_n, B_n, C_n, D_n$ . К уравнениям (27a), (27b) можно добавить еще  $2N$  линейных уравнений, связывающих коэффициенты  $A_n$  и  $B_n$  с коэффициентами  $C_n$  и  $D_n$ . Эти связи получены в работе [6] и в матричной записи имеют следующий вид:

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1N} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ K_{N1} & K_{N2} & \dots & K_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_N \end{pmatrix}, \quad (28)$$

где

$$X_N = \begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix}, \quad Y_N = \begin{pmatrix} C_n \\ D_n \end{pmatrix}, \quad K_{nm} = \begin{pmatrix} \alpha_{nm}^* & -\beta_{nm}^* \\ -\beta_{nm} & \alpha_{nm} \end{pmatrix}. \quad (29)$$

Величины  $\alpha_{nm}$ ,  $\beta_{nm}$ ,  $\alpha_{nm}^*$ ,  $\beta_{nm}^*$  являются элементами матрицы переноса  $\|K_{nm}\|$  и связаны с амплитудами упругого рассеяния электрона в потенциальном поле  $v(x, y, z)$  (см. ниже).

Из (28), (29) легко получить алгебраическую связь между коэффициентами  $A_n$ ,  $B_n$  и  $C_n$ ,  $D_n$ :

$$C_n = \sum_{m=1}^N (\alpha_{nm}^* A_m - \beta_{nm}^* B_m), \quad (30a)$$

$$D_n = \sum_{m=1}^N (-\beta_{nm} A_m + \alpha_{nm} B_m). \quad (30b)$$

Система из  $4N$  уравнений (27) и (30) определяет  $4N$  коэффициентов  $A_n$ ,  $B_n$ ,  $C_n$ ,  $D_n$ . Ее можно упростить, если из формул (27a)  $B_n$  выразить через  $A_n$  и подставить в (30a), (30b). Если затем полученные выражения подставить в (27b), то будем иметь систему из  $N$  линейных уравнений относительно неизвестных величин  $A_n$ :

$$\sum_{m=1}^N \lambda_{nm} A_m = 0, \quad (31)$$

где

$$\lambda_{nm} = 2i \operatorname{Im} z_{nm} / a_m^*, \quad (32)$$

$$z_{nm} = b_n (a_m^* \beta_{nm} + a_m \alpha_{nm}). \quad (33)$$

Введем вместо  $A_n$  новые неизвестные  $\tilde{A}_n$ :

$$\tilde{A}_n = (2i/a_n^*) A_n \quad (a_n^* \neq 0). \quad (34)$$

Теперь, вместо выражения (34) получим

$$\sum_{m=1}^N \tilde{A}_m \operatorname{Im} z_{nm} = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (35)$$

Выражение (35) представляет собой систему линейных однородных алгебраических уравнений относительно неизвестных  $\tilde{A}_n$ . Для получения нетри-

виального решения необходимо потребовать, чтобы определитель, составленный из коэффициентов, неизвестных величин  $\tilde{A}_n$  равнялся нулю. Указанное условие приводит к секулярному уравнению

$$\det[\text{Im } z_{nm}] = 0. \quad (36)$$

Уравнение (36) – трансцендентное уравнение, определяющее значения волнового числа  $k_n$  и, по формуле

$$\chi^2 = \chi_n^2 + k_n^2, \quad (37)$$

возможные уровни энергии  $E$ .

Для дальнейших расчетов по формуле (36) важно учесть, что элементы матрицы переноса  $\alpha_{nm}$ ,  $\beta_{nm}$  могут быть выражены через амплитуды рассеяния электрона [3,6,7]. Соответствующая связь дается формулами

$$\alpha_{nm} = \alpha_n \delta_{m1}, \quad \beta_{nm} = \alpha_n R_m, \quad \alpha_n = \frac{1}{T_n} \left| \frac{T_n}{T} \right|^2, \quad (38)$$

где  $T_n$ ,  $R_n$  – амплитуды прохождения и отражения электрона, рассеянного по волновому вектору  $k_n$  (по  $n$ -ому каналу);  $|T|^2 = \sum_{n=1}^N |T_n|^2$ . С учетом соотношений (38) из формулы (33) получим

$$z_{nm} = P_n Q_m e^{-ik_n d}, \quad (39)$$

где

$$P_n = \alpha_n \chi_n^{(v)} \left( 1 - i \frac{k_n}{\chi_n^{(v)}} \right), \quad Q_m = a_m^* R_m + a_m \delta_{m1}. \quad (40)$$

Вычисление мнимой части комплексной функции  $z_{nm}$  дает

$$\begin{aligned} \text{Im } z_{nm} = & (\text{Re } P_n \text{Im } Q_m + \text{Im } P_n \text{Re } Q_m) \cos k_n d - \\ & - (\text{Re } P_n \text{Re } Q_m - \text{Im } P_n \text{Im } Q_m) \sin k_n d. \end{aligned} \quad (41)$$

Тогда вместо (36) можно использовать уравнение

$$\begin{aligned} \det [ & (\text{Re } P_n \text{Im } Q_m + \text{Im } P_n \text{Re } Q_m) \cos k_n d + \\ & + (\text{Im } P_n \text{Im } Q_m - \text{Re } P_n \text{Re } Q_m) \sin k_n d ] = 0. \end{aligned} \quad (42)$$

Для определения спектра энергии продольного движения необходимо определить  $k_1$  из секулярного уравнения (42), имея в виду, что значения  $k_n$  в каналах  $n > 1$  определяются из закона сохранения энергии при упругом рассеянии:

$$k_n^2 = k_1^2 - (\chi_n^2 - \chi_1^2) \quad n = 2, 3, \dots \quad (43)$$

Ясно, что для реализации рассеяния по каналам  $n > 1$   $k_n$  должен быть действительным. В обратном случае соответствующая амплитуда рассеяния

обращается в нуль. При нахождении возможных значений  $k_1$  в области  $0 \leq k_1^2 \leq \chi_2^2 - \chi_1^2$  (это область с квантовым числом  $n=1$ ) можно считать, что каналы с  $n > 1$  не возбуждаются. Следовательно, в определителе (42) отличается от нуля только член с  $n=m=1$ . В этом случае уравнение (42) примет вид

$$\tan k_1 d = \frac{\operatorname{Re} P_1 \operatorname{Im} Q_1 + \operatorname{Re} Q_1 \operatorname{Im} P_1}{\operatorname{Re} P_1 \operatorname{Re} Q_1 - \operatorname{Im} P_1 \operatorname{Im} Q_1}. \quad (44)$$

Здесь нужно отметить, что при  $k_2 \rightarrow 0$  коэффициенты прохождения и отражения  $|T_1|^2$  и  $|R_1|^2$  обращаются в нуль и частица имеет только поперечное движение, соответствующее индексу  $n=2$  [7].

Для нахождения волновых чисел продольного движения при  $k^2 > \chi_2^2 - \chi_1^2$  можно весь спектр энергии продольного движения разбить на области, в которых действительным становится сначала  $k_2$ , потом  $-k_3$  и т.д. В каждой области  $k_n$  начинается с нуля и возрастает до значения, когда действительным становится  $k_{n+1}$ . Причем поперечное движение частицы в этой области рассеяния соответствует поперечной энергии частицы с индексом  $n$ . Тогда, как и в случае с индексом  $n=1$ , уравнение примет вид

$$\tan k_n d = \frac{\operatorname{Re} P_n \operatorname{Im} Q_n + \operatorname{Re} Q_n \operatorname{Im} P_n}{\operatorname{Re} P_n \operatorname{Re} Q_n - \operatorname{Im} P_n \operatorname{Im} Q_n}, \quad (45)$$

где при представлении величин  $P_n$  и  $Q_n$  через амплитуды рассеяния  $T_n$  и  $R_n$  предполагается, что частица рассеивается на потенциал с поперечной энергией, соответствующей индексу  $n$ . Еще раз отметим, что рассеяние по каналам  $m > n$  не реализуется из-за невыполнения закона сохранения энергии. Решение уравнения (45) даст спектр значений  $k_n(j)$ , тогда энергетический спектр в диапазоне, соответствующем  $n$ , будет

$$E_{kij} = \varepsilon_{kl} + k_{kl}^2(j). \quad (46)$$

Из полученных здесь формул можно, в частности, вывести известное трансцендентное уравнение для асимметричной трехмерной ямы с гладким дном. В этом случае  $V(x, y, z) = 0$  и, следовательно,  $k_1 = k_2 = \dots = k$ ,  $T_1 = T_2 = \dots = T = 1$ ,  $R_1 = R_2 = \dots = R = 0$ . Для всех волновых чисел  $k$  получается единственное уравнение

$$\tan kd = \frac{\operatorname{Re} P \operatorname{Im} Q + \operatorname{Im} P \operatorname{Re} Q}{\operatorname{Re} P \operatorname{Re} Q - \operatorname{Im} P \operatorname{Im} Q}, \quad (47)$$

где с учетом формул (40) имеем

$$\operatorname{Re} P = \chi^{(v)}, \quad \operatorname{Re} Q = \chi^{(l)}, \quad \operatorname{Im} P = \operatorname{Im} Q = -k. \quad (48)$$

Подставляя (48) в (47), получим

$$\tan kd = k \left( \chi^{(l)} + \chi^{(v)} \right) / \left( k^2 - \chi^{(l)} \chi^{(v)} \right). \quad (49)$$

В случае бесконечно глубокой ямы  $\chi^{(l)} = \chi^{(v)} = \infty$  получится

$$\tan kd = 0, \quad k = (\pi/d)j \quad (j=1,2,3,\dots). \quad (50)$$

Энергетический спектр частицы, находящейся в образцах длиной  $d$  и поперечным сечением в виде круга или прямоугольника, определяется формулой

$$E_{klj} = \varepsilon_{kl} + (\pi^2 \hbar^2 / 2m_e d^2) j^2, \quad (51)$$

где  $\varepsilon_{kl}$  в случае кругового сечения радиуса  $a$  определяются из уравнения (8), а в случае прямоугольного сечения со сторонами  $a$  и  $b$  определены в работе [5].

Работы по нахождению энергетического спектра при наличии потенциала  $V(x, y, z)$  в виде  $\delta$ -потенциалов, описывающих точечные дефекты, будут опубликованы в ближайшем будущем.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **D.Boese, M.Lischka, L.E.Reichl.** Phys. Rev. B, **62**, 16933 (2000).
2. **S.Souma, A.Suzuki.** Phys. Rev. B, **65**, 115307 (2002).
3. **Д.М.Седракян, Э.М.Казарян, Л.Р.Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **44**, 395 (2009).
4. **Д.М.Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **45**, 39 (2010).
5. **Д.М.Седракян, Э.М.Казарян, Л.Р.Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **46**, 18 (2011).
6. **Д.М.Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **45**, 183 (2010).
7. **Д.М.Седракян, Э.М.Казарян, Л.Р.Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **45**, 173 (2010).

ԱՆՀԱՐԹ ՀԱՏԱԿՈՎ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼ ՀՈՐՈՒՄ  
ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԻ ՍՊԵԿՏՐԸ ՈՐՈՇՈՂ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄԸ

Դ.Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, Դ.Հ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ, Լ.Ր. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ

Առաջարկված է եռաչափ, անհարթ հատակով քվանտային հորում ստացիոնար շարժում կատարող էլեկտրոնի կապված վիճակների սպեկտրը որոշող մեթոդ: Ցույց է տրված, որ էներգիայի սեփական արժեքների որոշման խնդիրը բերվում է հորի ներսում բազմուղի ցրման հետազոտմանը: Էներգիայի որոշման համար ստացված է հավասարում, որը կախված է էլեկտրոնի անցման և անդրադարձման գործակիցներից: Մեթոդի կիրառության նկարագրման համար դիտարկված է եռաչափ, ոչ սիմետրիկ քվանտային հոր հարթ հատակով:

## EQUATION FOR SPECTRUM OF ELECTRON STATES IN A POTENTIAL WELL WITH UNEVEN BOTTOM

D.M SEDRAKIAN, D.H. BADALYAN, L.R. SEDRAKIAN

A method is proposed for determination of spectrum of bound states of electron, which makes a stationary motion in a three-dimensional quantum well with uneven bottom. It is shown that the problem of finding energy eigenvalues is reduced to investigation of multichannel scattering of the particle from the internal part of potential. Equation for the energy, depending on the transmission and reflection amplitudes, is obtained. For illustration of application of the method to concrete systems, a three-dimensional asymmetric quantum well with uneven bottom is considered.