Известия НАН Армении, Физика, т.47, №1, с.34-41 (2012)

УДК 535.4

ОПТИКО-МЕХАНИЧЕСКАЯ АНАЛОГИЯ В ЗАДАЧАХ ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ ОПТИКИ

А.Л. АСЛАНЯН, Л.С. АСЛАНЯН, С.К. НАЗАРЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 13 июня 2011 г.)

В рамках оптико-механической аналогии рассмотрена задача распространения поляризованного света (как линейного, так и циркулярного) в среде с неоднородностью диэлектрической проницаемости и гиротропии. Анализ проведен как с помощью системы связанных уравнений, так и на сфере Пуанкаре.

1. Введение

При взаимодействии света и вещества параметры света претерпевают изменения, (т.е. модулируются параметрами среды). Именно поэтому световая волна после взаимодействия содержит значительную информацию о самой среде. С другой стороны, управление самими параметрами среды служит основой управления состоянием поляризации света путем наведения той или иной неоднородности с помощью внешнего воздействия и создания управляемых компенсаторов. Поэтому исследование особенностей распространения плоской монохроматической волны в средах с пространственной неоднородностью (в частности, с анизотропией и гиротропией) представляет большой интерес в различных областях физики. Однако аналитическое решение волнового уравнения в таких средах связано с определенными трудностями даже при учете медленности изменения параметров среды и возможности применения приближенных методов. И здесь на помощь приходит аналогия между механикой и оптикой, которая сыграла значительную роль в становлении современных представлений физики [1]. Примером могут служить резонансные явления в двух-трехуровневых системах [2]. К их числу относятся также задачи, связанные с распространением поляризованной волны в средах с пространственной неоднородностью анизотропии и гиротропии. Они математически описываются такими же уравнениями, какими описывается поведение двухуровневой системы в нестационарных полях [2,3]. В этой аналогии собственные поляризации среды выступают в роли двух энергетических уровней, а матрица диэлектрической проницаемости – в роли оператора Гамильтона. Соответственно, система уравнений, описывающих распространение поляризованного света в среде, превращается в аналог уравнения Шредингера [4]. Следующим шагом данной аналогии является введение понятия квазиспина поляризации. В основе этого шага – формальное совпадение уравнения эволюции вектора-столбца (псевдоспина или вектора Стокса) световой волны, распространяющейся в оптически анизотропной среде, с уравнениями Блоха для спина в магнитном поле [2,5]. Такая аналогия рассматривалась достаточно давно. Как отмечалась еще в работе [6], применение метода псевдоспина (или вектор-параметрического метода) позволяет не только существенно упрощать решение широкого круга задач, но и решать задачи, практически недоступные для других методов. Описанная аналогия позволяет использовать хорошо развитые методы из теории взаимодействия квазирезонансного излучения с двухуровневым атомом. Сказанное подтверждается опубликованными недавно работами. В частности, в [7-9] исследовано адиабатическое вращение и ахроматическое преобразование поляризации света в неоднородно анизотропных средах. Рассмотрение проведено на основе аналогии уравнений, описывающих пространственную динамику поляризации света в неоднородной анизотропной среде, и уравнения Шредингера, описывающего когерентное лазерное возбуждение трехуровневого атома (так называемые Λ-системы). Рассмотрены также широкополосные преобразователи поляризации в средах с неоднородным линейным и циркулярным дихроизмом. Добавим только, что частный случай такого адиабатического следования поляризации за плавными изменениями параметров среды и возможность практически не зависящего от длины волны преобразования циркулярно поляризованного света в линейно поляризованный рассмотрены в [10] путем численного анализа волнового уравнения. В [11] с помощью аналогии между уравнениями когерентно возбужденного двухуровнего атома и уравнений для поляризационных параметров Стокса (аналог уравнений Блоха) найдено точное аналитическое решение для двух различных моделей неоднородной анизотропной среды. Это хорошо известные модели Ландау–Зенера и Демкова–Кунике.

В настоящей работе в рамках оптико-механической аналогии нами рассмотрена задача распространения линейно поляризованного света в среде с неоднородной диэлектрической проницаемостью и гиротропией.

2. Теория

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально на оптически одноосную среду, главные оси которой ориентированы вдоль осей выбранной лабораторной системы координат. Допустим также, что среда обладает оптической активностью. Неоднородность анизотропии может быть обусловлена присутствием внешнего воздействия, а неоднородность оптической активности, к примеру, пространственной неоднородностью концентрации хиральных молекул. Представим диэлектрическую проницаемость такой среды в следующем виде:

$$\hat{\varepsilon}(z) = \hat{\varepsilon}_0(z) + i\hat{g}(z). \tag{1}$$

Здесь $\hat{\varepsilon}_0(z)$ – тензор, характеризующий неоднородное двулучепреломление, а $\hat{g}(z)$ – гиротропию. Заметим, что в данной работе мы пренебрегаем поглощением, а магнитную проницаемость считаем равной единице. Тогда для двумерного вектора Джонса $\mathbf{E} = \left(E_x, E_y\right)^T$, описывающего состояние поляризации световой волны, нетрудно получить следующее уравнение [12]:

$$\frac{d^2}{d\xi^2}\mathbf{E}(\xi) + \hat{\varepsilon}\mathbf{E}(\xi) = 0, \tag{2}$$

где $\hat{\varepsilon}$ – двумерный тензор диэлектрической проницаемости, а $\xi = (\omega/c)z$ – безразмерная координата вдоль распространения света. Если пространственная неоднородность среды слабая, то амплитуда плоской монохроматической волны изменится на малую величину при прохождении волной расстояния порядка длины волны, т.е. амплитуда волны будет медленно меняющейся функцией координаты ξ. С учетом сказанного решение (2) представим в следующем виде [12,13]:

$$\mathbf{E}(\xi) = \mathbf{E}_0(\xi)\exp\left\{i\Phi(\xi)\right\}, \tag{3}$$

что позволяет разделить в волне быстрые осцилляции поля, относительно медленные изменения параметров среды и связанные с ними параметры волны. В (3) $\mathbf{E}_0(\xi)$ – медленно меняющаяся комплексная амплитуда, а фазовый множитель

$$\Phi(\xi) = \int n(\xi)\,d\xi, \tag{4}$$

где $n(\xi) = \sqrt{\left(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}\right)/2}$. Подставив искомый вид решения (3) в уравнение (2) и учитывая медленность изменения $\mathbf{E}_0(\xi)$ (то есть пренебрегая малой величиной $E_0''(\xi)$) получим следующее векторное уравнение:

$$2in(\xi)\mathbf{E}_0'(\xi) + in'(\xi)\mathbf{E}_0(\xi) + \hat{\varepsilon}(\xi)\mathbf{E}_0(\xi) - n^2(\xi)\hat{I}\,\mathbf{E}_0(\xi) = 0,$$

где $\hat{I}$ – единичная матрица, а штрих означает дифференцирование по безразмерной координате ξ. Учитывая очевидное соотношение

$$2n(\xi)\mathbf{E}_0' + \mathbf{E}_0 n'(\xi) = 2\sqrt{n(\xi)}\left\{\sqrt{n(\xi)}\mathbf{E}_0(\xi)\right\}',$$

окончательно получаем связанную систему уравнений, аналогичную системе уравнений Шредингера для двухуровнего атома в нестационарных полях:

$$(d/d\xi)\mathbf{J}(\xi) = i\hat{H}(\xi)\mathbf{J}(\xi). \tag{5}$$

Здесь $\mathbf{J} = \sqrt{n(\xi)}\mathbf{E}_0(\xi)$, а $\hat{H}(\xi) = \left\{\hat{\varepsilon}(\xi) - n^2(\xi)\hat{I}\right\}/2n(\xi)$. Таким образом, задача свелась к решению системы связанных уравнений (5) относительно двухкомпонентного вектора $\mathbf{J}(\xi)$. Несмотря на обилие интегрируемых моделей неоднородности среды в геометрической оптике, а также нестационарности в двухуровневых задачах в квантовой механике, исследованию пространственной динамики состояния поляризации света в среде с пространственным чирпом уделялось мало внимания. Для последующего анализа конкретизируем вид диэлектрической проницаемости рассматриваемой среды. Представим ее в виде

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_0 + \delta\varepsilon(\xi) & ig(\xi) \\ -ig(\xi) & \varepsilon_0 - \delta\varepsilon(\xi) \end{pmatrix}, \tag{6}$$

$$\varepsilon_0 = \left(\varepsilon_{\parallel} + \varepsilon_{\perp}\right)/2; \quad \delta\varepsilon(\xi) = \left(\varepsilon_a + \Delta\varepsilon(\xi)\right)/2; \quad \varepsilon_a = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}.$$

Здесь $\Delta\varepsilon(\xi)$ – неоднородная анизотропия, наведенная внешним воздействием. Соответственно, $g(\xi)$ – наведенная неоднородная гиротропия. При произвольной функциональной зависимости (6) система уравнений (5) не имеет аналитического решения. Для выявления особенностей поведения пространственной динамики состояния поляризации света проведем аналитическое решение системы (5) в случае, когда $\varepsilon_a = 0,$ а пространственная зависимость наведенной неоднородности одинакова как для $\delta\varepsilon(\xi),$ так и для $g(\xi)$:

$$\delta\varepsilon(\xi) = \alpha_0 f(\xi); \quad g(\xi) = g_0 f(\xi).$$

В случае такой зависимости наведенной неоднородности система связанных уравнений путем простой замены переменной $\tau = (2n_0)^{-1} \int f(\xi)d\xi$ сводится к системе уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\begin{cases} (d/d\tau) J_x(\tau) = i\alpha_0 J_x(\tau) - g_0 J_y(\tau), \\ (d/d\tau) J_y(\tau) = g_0 J_x(\tau) - i\alpha_0 J_y(\tau). \end{cases}$$

Исключение $J_y(\tau)$ из этой системы приводит ее к уравнению осцилляторного типа, решение которого представляется в следующем виде:

$$J_x(\xi) = A\cos\left\{\frac{\Omega_0}{2n_0}\int_0^{\xi} f(\xi)d\xi\right\} + B\sin\left\{\frac{\Omega_0}{2n_0}\int_0^{\xi} f(\xi)d\xi\right\}, \tag{7а}$$

$$J_y(\xi) = \left(i\frac{\alpha_0 A}{g_0} - \frac{\Omega_0 B}{g_0}\right)\cos\left\{\frac{\Omega_0}{2n_0}\int_0^{\xi} f(\xi)d\xi\right\} + \left(i\frac{\alpha_0 A}{g_0} + \frac{\Omega_0 B}{g_0}\right)\sin\left\{\frac{\Omega_0}{2n_0}\int_0^{\xi} f(\xi)d\xi\right\}. \tag{7б}$$

Здесь $\Omega_0 = \sqrt{\alpha_0^2 + g_0^2}.$ Неизвестные константы в (7а,б) определяются из граничных условий. В случае линейно поляризованной вдоль оси x ($J_x(0) = 1,$ $J_y(0) = 0$) падающей волны легко находим $A = 1,$ $B = i\alpha_0/\Omega_0$ и, соответственно,

$$E_x(\xi) = \left(\cos\left\{\frac{\Omega_0}{2n_0}\int_0^{\xi} f(\xi)d\xi\right\} + \frac{\alpha_0}{\Omega_0}\sin\left\{\frac{\Omega_0}{2n_0}\int_0^{\xi} f(\xi)d\xi\right\}\right)\exp\{i\Phi(\xi)\}, \tag{8а}$$

$$E_y(\xi) = \frac{g_0}{\Omega_0}\sin\left\{\Omega_0\int_0^{\xi} f(\xi)d\xi\right\}\exp\{i\Phi(\xi)\}, \tag{8б}$$

Заметим также, что $\left|E_x(\xi)\right|^2 + \left|E_y(\xi)\right|^2 = 1.$ Таким образом, выражения (7) и (8) полностью решают поставленную задачу и характеризуют пространственную динамику состояния поляризации света в среде с наведенной неоднородной анизотропией и гиротропией.

3. Обсуждение результатов

Проанализируем некоторые частные случаи. Когда в среде присутствует только наведенная неоднородная анизотропия, пространственная динамика состояния поляризации отсутствует, т.е. линейно поляризованная вдоль оси x волна не меняет свою поляризацию. В случае, когда присутствует только наведенная неоднородная гиротропия, наблюдается чистое вращение плоскости поляризации, с той лишь разницей, что из-за неоднородности пространственная частота вращения увеличивается [14,15]. На рис.1 графически представлены зависимости $\left|E_y(\xi)\right|^2$ при постоянном α_0 для трех разных значений наведенной гиротропии, а на рис.2 – при постоянном g_0 для трех разных значений наведенной анизотропии.

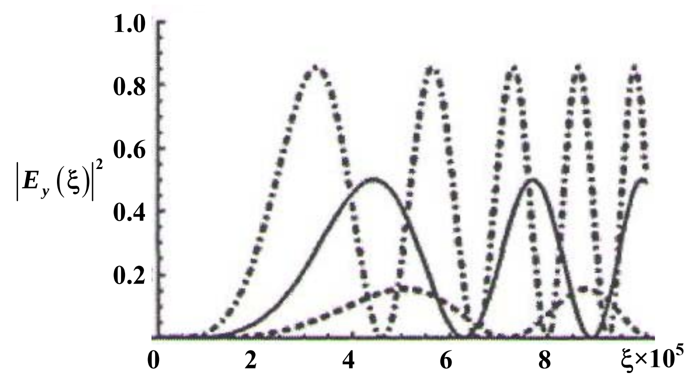

Рис.1. Результаты численного моделирования выражения (8б). Значения параметров следующие: $\varepsilon_0 = 2.415$; $\alpha_0 = 3.5\times10^{-11}$ (из работы [5]). Штриховая кривая – $g_0 = 1.5\times10^{-11}$, сплошная кривая – $g_0 = 3.5\times10^{-11}$, пунктирная кривая $g_0 = 8.5\times10^{-11}$.

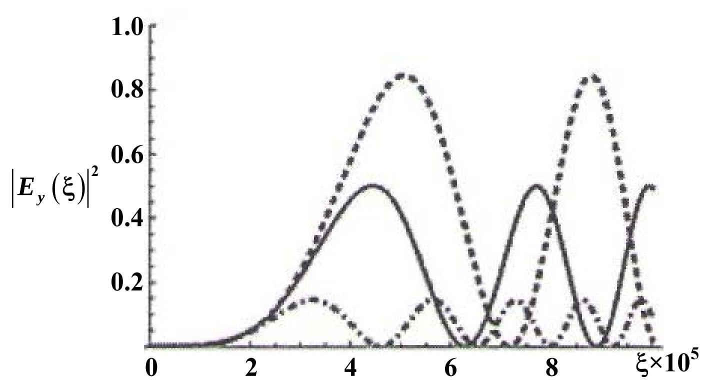

Рис.2. Результаты численного моделирования выражения (8б). Значения параметров следующие: $\varepsilon_0 = 2.415$; $g_0 = 3.5\times10^{-11}$ (из работы [5]). Пунктирная кривая – $\alpha_0 = 1.5\times10^{-11}$, сплошная кривая – $\alpha_0 = 3.5\times10^{-11}$, штриховая кривая $\alpha_0 = 8.5\times10^{-11}$.

Сравнение этих рисунков показывает, что в зависимости от того, какой параметр является варьируемым, характер изменения $\left|E_y(\xi)\right|^2$ существенно меняется. А именно, и в первом, и во втором случаях частота пространственных осцилляций увеличивается, однако поведение амплитуды отличается. Если при фиксированном α_0 амплитуда осцилляции увеличивается при увеличении g_0, то во втором случае наблюдается обратная зависимость. В случае, когда волна на входе поляризована циркулярно, $A = 1/\sqrt{2}$, $B = i(\alpha_0 - g_0)/\sqrt{2}\Omega_0$. Нетрудно построить график соответствующей пространственной зависимости. Она представлена на рис.3.

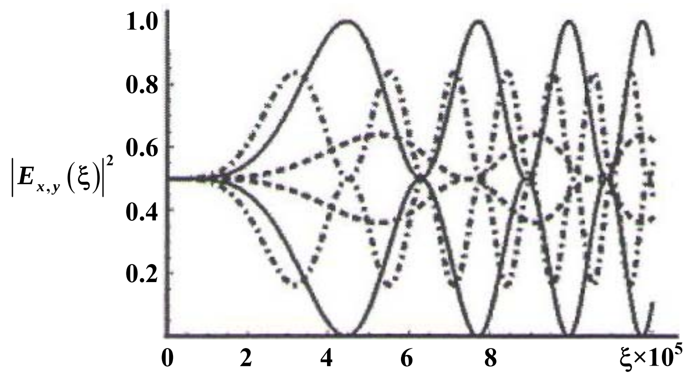

Рис.3. Результаты численного моделирования выражений (7а,б) при циркулярно поляризованной входной волне. Значения параметров следующие: $\varepsilon_0 = 2.415$; $g_0 = 3.5\times10^{-11}$. Верхние графики соответствуют $\left|E_x(\xi)\right|^2$, а нижние $\left|E_y(\xi)\right|^2$. Штриховая кривая – $g_0 = 0.5\times10^{-11}$, сплошная кривая – $g_0 = 3.5\times10^{-11}$, пунктирная кривая $g_0 = 9\times10^{-11}$.

Как видим, в этом случае в амплитудной зависимости наблюдается "резонансная" зависимость, т.е. она максимальна, когда скорости пространственных изменений неоднородности анизотропии и гиротропии одинаковы. Примечательно, что численное интегрирование системы (3) полностью подтверждает полученные выводы. Найденные решения позволяют описать пространственную динамику состояния поляризации света также и с помощью параметров Стокса, не прибегая к уравнениям Блоха. Действительно, воспользовавшись (3), связью $\mathbf{J}(\xi)$ и $\mathbf{E}_0(\xi)$, полученными решениями (8), (9), а также определением параметров Стокса $S_i = \mathbf{E}^{+}\hat{\sigma}_i\mathbf{E}$, где $\hat{\sigma}_i$ – матрицы Паули, нетрудно описать пространственную динамику состояния поляризации света в рассматриваемой среде на сфере Пуанкаре. В качестве примера на рис.4 приведено поведение вектора псевдоспина на сфере Пуанкаре в трех случаях. Когда в среде присутствует только наведенная неоднородная гиротропия, а волна на входе линейно поляризована, вектор псевдоспина вращается в экваториальной плоскости. В случае, когда присутствует только наведенная неоднородная анизотропия, наблюдается вращение вектора псевдоспина в меридиональной плоскости. И в первом, и во втором случаях из-за присутствия неоднородности пространственная частота вращения увеличивается [14,15]. В случае одновременного присутствия неоднородной изотропии и гиротропии вектор псевдоспина вращается по поверхности конуса.

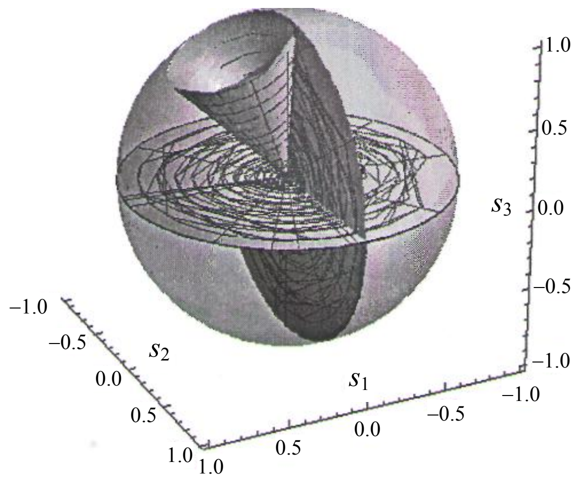

Рис.4. Поведение вектора псевдоспина на сфере Пуанкаре. Значения параметров следующие: $\varepsilon_0 = 2.415$; $\alpha_0 = 3.5\times10^{-11}$; $g_0 = 3.5\times10^{-11}$.

В заключение заметим, что аналогичные осцилляции состояния поляризации в неоднородно анизотропной среде рассмотрены и в [7]. Однако там получены гармонические пространственные осцилляции поляризации в одномерно неоднородной анизотропной среде. В нашем случае присутствие гиротропии существенно меняет характер поведения поляризации. В частности, здесь наблюдается увеличение пространственной частоты осцилляции. Подчеркнем, что простота и наглядность рассмотрения известных задач в рамках этого подхода позволяет сделать вывод, что особенности поляризационного преобразования света и в других оптических средах, в том числе с переменными параметрами, нелинейностью и поглощением, также могут быть описаны в рамках этого подхода. Интересных результатов можно ожидать также при применении данного метода для неоднородных бианизотропных слоистых структур [16].

Работа выполнена в рамках гранта No11-1C-194 Государственного Комитета по науке Министерства образования и науки РА.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Э.Ферми.** Квантовая механика. М., Мир, 1968.
2. **Л.Аллен, Дж.Эберли.** Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М., Мир, 1978.
3. **В.С.Бутылкин, А.С.Каплан, Ю.Г.Хронопуло, Е.И.Якубович.** Резонансные взаимодействия света с веществом. М., Наука. 1977.

4. **Г.М.Заславский, В.П.Фейтлис, Н.Н.Филоненко.** Взаимодействие волн в неоднородных средах. Новосибирск, Наука, 1982.
5. **А.Абрагам.** Ядерный магнитный резонанс. М., ИЛ, 1963.
6. **Г.В.Розенберг.** УФН, **56**, 11 (1955).
7. **A.A.Rangelov, U.Gaubats, N.V.Vitanov.** Opt. Comm., **283**, 3894 (2010).
8. **A.A.Rangelov.** Arxiv: 1105.0316 vl, 2011.
9. **A.A.Rangelov.** Arxiv: 1104.4963 vl, 2011.
10. **М.Я.Даршт, Б.Я.Зельдович, Н.Д.Кундикова.** Опт. и спектр., **82**, 660 (1997).
11. **N.V.Vitanov, B.M.Garraway.** Phys. Rev., **53A**, 4288 (1996). (см. также **G.T.Genov, A.A.Rangelov, N.V.Vitanov.** Arxiv: 1102.1315vl, 2011).
12. **L.S.Aslanyan, N.S.Grigoryan, S.K.Nazaryan.** Modern Problems on Optics and Photonics, Yerevan, 2009, pp.109-114.
13. **H.Kubo, R.Nagata.** JOSA, **73**, 1719 (1985).
14. **Л.С.Асланян, Н.С.Григорян, С.Т.Назарян.** Сборник трудов конференции "Лазерная физика 2008", Гитутюн, 2009, с.58.
15. **Л.С.Асланян, Н.С.Григорян, С.К.Назарян.** Юбилейная научная сессия, посвященная 90-летию ЕГУ, май 2009г. Сборник статей, изд. ЕГУ, с. 95.
16. **О.В.Иванов.** Распространение электромагнитных волн в анизотропных и бианизотропных слоистых структурах. Ульяновск, УлГТУ, 2010.

ՕՊՏԻԿԱ-ՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱՆՄԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ ԲԵՎԵՌԱՑՈՒՄԱՅԻՆ ՕՊՏԻԿԱՅԻ ԽՆԴԻՐՆԵՐՈՒՄ

Ա.Լ. ԱՍԼԱՆՅԱՆ, Լ.Ս. ԱՍԼԱՆՅԱՆ, Ս.Կ. ՆԱԶԱՐՅԱՆ

Օպտիկա-մեխանիկական համանմանության սահմաններում քննարկված է բևեռացված լույսի (ինչպես գծային, այնպես էլ շրջանային) տարածման խնդիրը անհամասեռ դիէլեկտրային թափանցելիությամբ և գիրոտրոպությամբ միջավայրում: Վերլուծումը կատարված է ինչպես կապված ալիքային հավասարումների, այնպես էլ Պուանկարեի գնդի օգնությամբ:

OPTICAL-MECHANICAL ANALOGY IN PROBLEMS OF POLARIZATION OPTICS

A.L. ASLANYAN, L.S. ASLANYAN, S.K. NAZARYAN

Within the framework of optical-mechanical analogy, the problem of propagation of polarized light (both linear and circular) is studied for a medium with the inhomogeneity of dielectrical permittivity and gyrotropy. The analysis is carried out both with use of a system of coupled equations and the Poincare sphere.