

УДК 537.86

ОСОБЕННОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ ЦЕПОЧКИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЗАРЯДОВ, ВРАЩАЮЩИХСЯ ВОКРУГ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ШАРА

С.Р. АРЗУМАНЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении, Ереван

(Поступила в редакцию 8 июля 2011 г.)

Исследовано спектральное распределение интенсивности излучения цепочки из $N > 1$ равноудаленных релятивистских заряженных частиц, равномерно вращающихся вокруг (слабо поглощающего излучение) диэлектрического шара, в его экваториальной плоскости. В случае вращения одного заряда излучение на ряде гармоник с номером $k \geq 1$ может быть в десятки раз интенсивнее по сравнению со случаем, когда заряженная частица равномерно вращается в бесконечной сплошной среде из того же вещества, что и шар при определенных значениях параметров задачи (частота вращения заряда, расстояние от шара и диэлектрическая проницаемость вещества шара). Результаты численных расчетов, свидетельствуют о том, что при замене одной заряженной частицы цепочкой из $N = mk$ зарядов ($m = 1; 2; 3 \dots$), вращающихся вокруг шара, излучение может быть дополнительно усилено в N^2 раз, за счет конструктивной интерференции волн, генерируемых отдельными зарядами цепочки. Возрастание излучаемой энергии обусловлено дополнительной работой внешнего источника энергии, вынуждающего заряды равномерно вращаться вокруг шара.

1. Введение

Наличие вещества может воздействовать на электромагнитные процессы решающим образом, порождая новые явления: переходное излучение, излучение Вавилова–Черенкова, излучение каналированных частиц и др. [1-10]. А наличие поверхностей раздела предоставляет возможность управлять потоками излучения, генерируемого релятивистскими частицами в среде.

В этом аспекте представляется перспективным исследование воздействия вещества и поверхностей раздела, например, на синхротронное излучение [11,12]. В связи с этим в [13-21] было исследовано излучение заряженной релятивистской частицы, вращающейся в сферически-симметричной слоистой среде. Выявлены нетривиальные особенности этого излучения, обусловленные воздействием вещества и наличием в среде пограничного слоя. Однако до сих пор оставался не исследованным важный для практических приложений вопрос об излучении группы или сгустка частиц.

Данная работа в определенной степени восполняет отмеченный пробел. В ней исследованы особенности излучения цепочки релятивистских зарядов,

вращающихся по единой траектории вокруг диэлектрического шара (слоистая среда с одним пограничным слоем).

2. Постановка задачи

Рассмотрим цепочку из N одинаковых заряженных релятивистских частиц, которые по единой траектории равномерно вращаются вокруг слабо поглощающего излучение диэлектрического шара, в его экваториальной плоскости (рис.1). Начало сферической системы координат r, θ, φ расположим в центре шара радиуса r_b и будем полагать, что вне шара ($r > r_b$) вакуум. Будем также полагать, что торможение частиц, вызванное излучением, компенсируется действием сторонней (например, электрической) силы, и поэтому расстояние между частицами не меняется со временем.

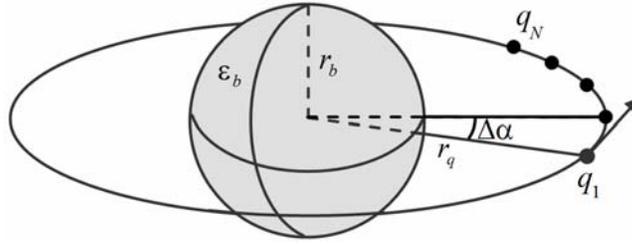


Рис.1. Цепочка равноудаленных заряженных частиц, вращающихся вокруг диэлектрического шара в его экваториальной плоскости.

Плотность электрического тока можно записать в виде

$$\mathbf{j}_N(\mathbf{r}, t) = (qv/r_q^2) \mathbf{e}_\varphi \delta(r - r_q) \delta(\theta - \pi/2) \sum_{j=1}^N \delta(\varphi - \omega_q t - \alpha_j), \quad (1)$$

где q и v – заряд и скорость частицы в цепочке, ω_q – циклическая частота ее вращения, r_q – радиус ее орбиты ($r_q > r_b$) и, наконец, α_j – угол (азимут), определяющий положение j -ой частицы в момент времени $t = 0$. Используя разложение

$$\delta(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi}, \quad (2)$$

можно определить Фурье-образ плотности тока:

$$\mathbf{j}_N(\mathbf{r}; m) = \mathbf{j}_1(\mathbf{r}; m) \sum_{j=1}^N e^{-im\alpha_j}, \quad (3)$$

где

$$\mathbf{j}_1(\mathbf{r}, m) = (qv/2\pi r_q^2) \mathbf{e}_\varphi \delta(r - r_q) \delta(\theta - \pi/2) e^{im\varphi} \quad (4)$$

есть Фурье-образ плотности тока для случая, когда вокруг шара вращается одна заряженная частица с $\alpha = 0$.

Вращение цепочки заряженных частиц сопровождается излучением на дискретных частотах (гармониках)

$$\omega_k \equiv k\omega_q, \quad \text{где } k = 1; 2; 3 \dots \quad (5)$$

Из (3) следует, что интенсивность излучения (усредненная по периоду вращения частиц цепочки) должна определяться равенством

$$I_N(k) = I_1(k)F_N(k), \quad (6)$$

где $I_1(k)$ – интенсивность излучения, когда вокруг шара вращается одна частица [17], а

$$F_N(k) = \left| \sum_{j=1}^N e^{-ik\alpha_j} \right|^2 \quad (7)$$

есть структурный фактор цепочки, учитывающий наложение электромагнитных волн, генерируемых разными зарядами. Удобно ввести безразмерную величину

$$\frac{2\pi}{k\hbar\omega_q^2} I_N(k) = n_1(k)F_N(k) \equiv n_N(k), \quad \text{где } n_1(k) \equiv \frac{2\pi}{k\hbar\omega_q^2} I_1(k). \quad (8)$$

Она определяет число квантов электромагнитного поля $n_N(k)$, испускаемых на частоте ω_k за один период вращения зарядов.

Если заряды в цепочке равноудалены друг от друга, то структурный фактор определяется следующим выражением:

$$F_N(k) = \frac{\sin^2 Nk \Delta\alpha/2}{\sin^2 k \Delta\alpha/2}, \quad (9)$$

где $\Delta\alpha$ – угол между радиус-векторами соседних частиц (см. рис.1, длина цепочки не превосходит $2\pi r_q$, и поэтому $\Delta\alpha \leq 2\pi/N$). Из (9) следует, что на k -ой гармонике наложение волн, генерируемых зарядами цепочки, может сопровождаться как их подавлением:

$$F_N(k) = 0, \quad \text{если } \Delta\alpha = 2\pi m/kN, \quad m = 1; 2; 3 \dots \in Z, \quad m/N \notin Z, \quad (10)$$

так и многократным усилением:

$$F_N(k) = N^2, \quad \text{если } \Delta\alpha = 2\pi m/k, \quad m \in Z. \quad (11)$$

Далее мы ограничимся случаем

$$\Delta\alpha = 2\pi/N, \quad (12)$$

когда цепочка заряженных частиц равномерно распределена вдоль своей круговой траектории. Он интересен, например, тем, что состояние системы повторяется через промежуток времени T_q/N , где $T_q = 2\pi/\omega_q$ – период вращения частиц цепочки. По этой причине цепочка должна излучать только на частотах, кратных N/T_q :

$$\omega_m = \frac{m 2\pi N}{T_q} = mN\omega_q, \quad \text{где } m \in Z. \quad (13)$$

Сопоставляя (5) и (13), убеждаемся, что $k = mN$. На остальных гармониках должно быть

$$F_N(k) = 0, \quad k \neq mN. \quad (14)$$

Подставив (12) и $k \neq mN$ в (9), убеждаемся в том, что так оно и получается. Вместе с тем, подставив (12) в (9), убеждаемся, что

$$F_N(k) = N^2 \quad \text{при } k = mN. \quad (15)$$

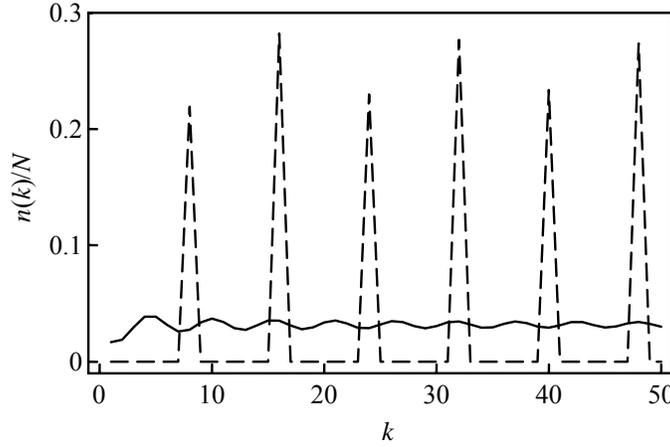


Рис.2. Число $n_N(k)/N$ квантов электромагнитного поля (в пересчете на один заряд), генерируемых цепочкой N электронов в течение одного периода вращения в бесконечной, сплошной и однородной непоглощающей излучение среде в зависимости от номера k излучаемой гармоники. $E_q = 2$ МэВ, $\varepsilon = 3.78$, так что $v > c/\sqrt{\varepsilon}$; $r_q = 3.6884$ см. Пунктирная кривая – цепочка из $N = 8$ электронов, равномерно распределенных вдоль орбиты вращения, сплошная кривая – случай $N = 1$. Значения $n_N(k)/N$ соединены отрезками прямых линий.

Рис.2 иллюстрирует вышесказанное. Пунктирная ломаная кривая соответствует излучению цепочки из восьми зарядов, вращающихся в бесконечной, сплошной и однородной непоглощающей излучение среде ($N = 8$), а сплошная кривая – одному электрону, вращающемуся в той же среде ($N = 1$). Для удобства анализа значения $n_N(k)/N$ для соседних k соединены отрезками прямых линий. Расчеты проводились по формулам (6), (8), (9). Для $I_1(k)$ (излучение одной частицы, вращающейся в сплошной, бесконечной и прозрачной среде) было использовано известное выражение, приведенное в [3,4]. Энергия заряда (электрон) и диэлектрическая проницаемость среды таковы: $E_q = 2$ МэВ и $\varepsilon = \varepsilon'_b = 3.78$ (плавный кварц в диапазоне частот $\sim 10^{10}$ Гц), что удовлетворяет условию Черенкова $v > c/\sqrt{\varepsilon}$. И, наконец, радиус орбиты электронов равен

$r_q = 3.6884$ см. Из хода пунктирной кривой следует, что излучение (черенковское и синхротронное) формируется только на гармониках, кратных числу частиц в цепочке: $k = 8; 16; 24; 32 \dots$. На этих гармониках $n_N(k)/n_1(k) = N^2$, т.е. излучение цепочки частиц в N^2 раз интенсивнее излучения одной частицы (ср. пунктирную и сплошную кривые). Спектр излучения частицы в цепочке перераспределяется таким образом, что на гармониках с $k \neq mN$ излучение зануляется и за счет этого на гармониках с $k = mN$ усиливается в N^2 раз.

Перейдем к исследованию случая, когда цепочка зарядов вращается не в сплошной среде, а вокруг диэлектрического шара. Напомним, что в (6) $I_1(k)$ – интенсивность излучения одной частицы, вращающейся вокруг диэлектрического шара. Аналитические выражения, определяющие зависимость $I_1(k)$ от частоты вращения заряда ω_q , радиусов орбиты r_q и шара r_b , энергии заряда E_q и комплексной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_b = \varepsilon'_b + i\varepsilon''_b$ вещества шара приведены в [17].

3. Результаты численных расчетов

В [17] было исследовано излучение одного релятивистского заряда, равномерно вращающегося вокруг диэлектрического шара (случай $N = 1$). Воздействие шара на излучение заряда, вообще говоря, мало, а излучение мало отличается от синхротронного излучения. Однако дополнительно к синхротронному излучению заряд может внутри шара генерировать черенковское излучение. Его появление обусловлено тем обстоятельством, что поле, связанное с релятивистским зарядом частично проникает внутрь шара и вращается вместе с зарядом. При небольшом удалении заряда от поверхности шара ($r_q \approx r_b$) скорость перемещения его поля внутри шара может оказаться больше фазовой скорости света в веществе шара. В такой ситуации внутри шара должно генерироваться черенковское излучение с длиной волны $\lambda(k) \geq (r_q - r_b)$.

В [17] показано, что при слабом поглощении излучения веществом шара ($\varepsilon''_b \ll \varepsilon'_b$) на ряде гармоник с $k \gg 1$ заряд может генерировать $n_1(k) \geq 1$ квантов электромагнитного поля в течение одного оборота. Такое возможно только: а) при определенных значениях частоты вращения заряда вокруг шара; б) если удовлетворяется условие Черенкова $r_b v / r_q > c / \sqrt{\varepsilon'_b}$ для скорости «изображения» заряда на поверхности шара и вещества шара; в) если внутри шара черенковское излучение проходит расстояние, во много раз превышающее его радиус r_b (до того как оно поглотится или покинет пределы шара).

В результате, электромагнитные колебания черенковского излучения, индуцируемые зарядом вдоль всей траектории, частично запираются внутри шара и налагаются друг на друга неdestructивным образом.

Так, согласно [17], электрон с энергией $E_q = 2$ МэВ, равномерно вращающийся на расстоянии ≈ 0.7 мм от поверхности шара радиуса $r_b = 3.62$ см ($r_q = 3.6884$ см), сделанного из плавленного кварца ($\varepsilon_b = 3.78(1 + 0.0001i)$), генерирует на $k = 8$ -ой гармонике приблизительно один квант ($n_1(k) \approx 1.0$) электромагнитного поля с длиной волны $\lambda_1(k) \approx 3$ см в течение одного оборота.

Это значение более чем в 30 раз больше аналогичной величины $n_1(\infty; k) = 0.027$ для электрона, вращающегося в сплошной, бесконечной и непоглощающей среде, имеющей ту же диэлектрическую проницаемость ε , что и реальная часть ε_b для вещества шара ($\varepsilon = \varepsilon'_b$) (сплошная кривая на рис.2). Возрастание излучаемой энергии обусловлено дополнительной работой внешнего источника энергии, вынуждающего электрон равномерно вращаться вокруг шара.

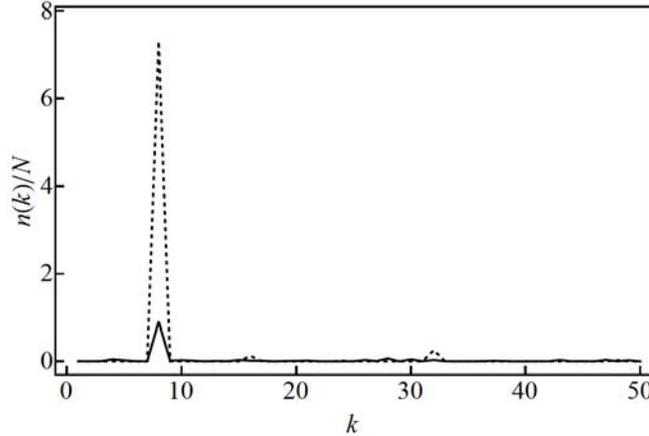


Рис.3. Та же величина, что и на рис.2, для цепочки N электронов, вращающихся вокруг слабо поглощающего излучение диэлектрического шара, в его экваториальной плоскости. $E_q = 2$ МэВ, $\varepsilon_b = 3.78(1 + 0.0001i)$ (плавный кварц); $r_q - r_b \approx 0.7$ мм, $r_b = 3.62$ см. Пунктирная кривая – цепочка из $N = 8$ электронов, равномерно распределенных вдоль орбиты вращения, сплошная кривая – случай $N = 1$. Значения $n_N(k)/N$ соединены отрезками прямых линий.

При замене одного заряда цепочкой из N зарядов, вращающихся вокруг шара, можно дополнительно многократно усилить излучение, за счет конструктивной интерференции волн, генерируемых разными зарядами (см. (6), (15)). Для иллюстрации на рис.3 приведены результаты численных расчетов $n_N(k)/N$ (число излучаемых квантов электромагнитного поля в пересчете на один заряд) в двух случаях. Сплошная ломаная кривая соответствует случаю одного электрона, вращающегося вокруг диэлектрического шара ($N = 1$), а пунктирная ломаная кривая – цепочке из восьми электронов, вращающихся вокруг того же шара ($N = 8$). Как и на рис.2, значения $n_N(k)/N$ для соседних целочисленных значений k соединены отрезками прямых линий. Расчеты проводились по формулам (6), (8), (9), (12). Аналитические выражения, определяющие $I_1(k)$, заимствованы из [17]. Используются вышеприведенные значения E_q , r_q , r_b и ε_b .

Сопоставляя нижнюю и верхнюю кривые, убеждаемся, что при переходе $N = 1 \rightarrow N = 8$ значение $n_N(k)/N$ увеличивается в 8 раз, во всяком случае на гармониках $k = 8; 16; 32$. Этот вывод хорошо согласуется с равенством (15) для $m = 1; 2$ и 4.

Итак, цепочка из $N = 8$ электронов, вращающихся вокруг диэлектрического шара на $k = 8$ -ой гармонике, генерирует в $n_N/n_1 = N^2 = 64$ раза больше квантов электромагнитного поля, чем одиночный электрон, вращающийся вокруг того же шара, и соответственно в $n_N/n_1(\infty) \geq 30N^2$ раза больше квантов, чем в случае вращения в бесконечной и сплошной среде. Явление обусловлено двумя процессами конструктивной интерференции электромагнитных колебаний. С одной стороны, это волны, генерируемые разными электронами цепочки (фактор N^2), а с другой – волны, генерируемые одним и тем же электроном с разных участков своей траектории (фактор ≥ 30).

4. Заключение

В данной работе исследовано спектральное распределение интенсивности излучения цепочки из $N > 1$ равноудаленных релятивистских заряженных частиц, равномерно вращающихся вокруг (слабо поглощающего излучение) диэлектрического шара, в его экваториальной плоскости. Ранее в [17] было исследовано излучение одного релятивистского заряда, равномерно вращающегося вокруг диэлектрического шара (случай $N = 1$). Воздействие шара, вообще говоря, мало и излучение мало отличается от синхротронного излучения. Тем не менее, дополнительно к синхротронному излучению заряженная частица может генерировать черенковское излучение внутри шара. В [17] показано, что при определенном выборе параметров задачи электромагнитные колебания черенковского излучения, индуцируемые зарядом вдоль всей траектории, частично запираются внутри шара и налагаются друг на друга неdestructивным образом. В результате оказывается, что на ряде гармоник с $k \geq 1$ заряд может генерировать $n_1(k) \geq 1$ квантов электромагнитного поля в течение одного оборота.

В данной работе показано, что при замене одного заряда цепочкой $N = mk$ зарядов ($m = 1; 2; 3 \dots$), вращающихся вокруг шара, можно дополнительно N^2 -кратно усилить излучение за счет конструктивной интерференции волн, генерируемых разными зарядами цепочки (см. (6), (15), а также рис.3 для случая $k = 8$, $m = 1$). Возрастание излучаемой энергии обусловлено дополнительной работой внешнего источника энергии, вынуждающего заряды равномерно вращаться вокруг шара.

Автор выражает благодарность академику НАН РА А.Р. Мкртчяну за поддержку, а также Л.Ш. Григоряну, А.А. Сааряну, Г.Ф. Хачатряну и А.С. Котанджяну за интерес к работе и ценные критические замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Б.М.Болотовский.** УФН, **62**, 201 (1957); **75**, 295 (1961).
2. **Дж.Джелли.** Черенковское излучение и его применения. М., ИЛ, 1960.
3. **В.П.Зрелов.** Излучение Вавилова–Черенкова и его применения в физике высоких энергий. М., Атомиздат, 1968.
4. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц.** Электродинамика сплошных сред. М., Наука, 1982.
5. **Г.М.Гарибян, Ян Ши.** Рентгеновское переходное излучение. Ереван, изд. АН Арм. ССР, 1983.

6. **В.Л.Гинзбург, В.Н.Цытович.** Переходное излучение и переходное рассеяние. М., Наука, 1984.
7. **И.М.Франк.** Излучение Вавилова–Черенкова. Вопросы теории. М., Наука, 1988.
8. **М.Л.Тер-Микаелян.** Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван, изд. АН Арм. ССР, 1969.
9. **В.А.Базылев, Н.К.Жеваго.** Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. М., Наука, 1987.
10. **М.А.Кумахов.** Излучение каналированных частиц в кристаллах. М., Энергоатомиздат, 1986.
11. **А.А.Соколов, И.М.Тернов.** Релятивистский электрон. М., Наука, 1983.
12. **И.М.Тернов.** УФН, **165**, 429 (1995).
13. **С.Р.Арзуманян, Л.Ш.Григорян, А.А.Саарян.** Изв. НАН Армении, Физика, **30**, 99 (1995).
14. **С.Р.Арзуманян, Л.Ш.Григорян, А.А.Саарян.** Изв. НАН Армении, Физика, **30**, 106 (1995).
15. **Л.Ш.Григорян, Г.Ф.Хачатрян, С.Р.Арзуманян.** Изв. НАН Армении, Физика, **33**, 267 (1998); cond-mat/0001322, 2000.
16. **Л.Ш.Григорян, Г.Ф.Хачатрян, С.Р.Арзуманян.** Изв. НАН Армении, Физика, **37**, 327 (2002).
17. **L.Sh.Grigoryan, H.F.Khachatryan, S.R.Arzumanyan, M.L.Grigoryan.** Nucl. Instr. & Meth., **В 252**, 50 (2006).
18. **Л.Ш.Григорян, Г.Ф.Хачатрян, С.Р.Арзуманян, М.Л.Григорян.** Изв. НАН Армении, Физика, **41**, 163 (2006).
19. **S.R.Arzumanyan, L.Sh.Grigoryan, H.F.Khachatryan, M.L.Grigoryan.** Nucl. Instr. & Meth., **В 266**, 3715 (2008).
20. **S.R.Arzumanyan, L.Sh.Grigoryan, H.F.Khachatryan, M.L.Grigoryan.** J. Phys.: Conf. Ser., **236**, 012007 (2010).
21. **L.Sh.Grigoryan, H.F.Khachatryan, S.R.Arzumanyan, M.L.Grigoryan.** 34th Intern. Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves (IRMMW-THz 2009), Busan, South Korea, Sept. 21-25, 2009. Conference Guide, p.109.

FEATURES OF RADIATION FROM A CHAIN OF RELATIVISTIC CHARGED PARTICLES ROTATING ABOUT A DIELECTRIC BALL

S.R. ARZUMANYAN

The spectral distribution of the intensity of radiation from a chain of $N > 1$ equidistant relativistic charged particles uniformly rotating about a dielectric ball weakly absorbing radiation, in its equatorial plane is investigated. In the case of a single particle ($N = 1$) and of a special values of problem parameters (frequency of charge gyration, distance between the charge and the ball surface, dielectric permittivity of the ball material), the radiation at certain harmonics with $k \gg 1$ may be more intensive by tens of times than that for a charge uniformly rotating in a continuous and infinite medium (having the same dielectric permittivity as that for the ball material). Numerical results testify that if one replaces a single particle rotating about a ball by a chain of $N = mk$ charges ($m = 1; 2; 3 \dots$), then the radiation may be amplified by N^2 times due to the constructive interference of electromagnetic waves generated by different charges of chain. The increase in radiated energy is caused by an additional work of external forces sustaining the uniform rotation of charged particles about a dielectric ball.