Известия НАН Армении, Физика, т.47, №1, с.3-8 (2012)

УДК 539.126

ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ (O_2, O_7) ДЛЯ РАСПАДА $\bar{B} \to X_S\gamma\gamma$

А.Г. ЕГИАЗАРЯН

Национальная научная лаборатория им. А.И. Алиханяна, Ереван, Армения

(Поступила в редакцию 25 августа 2011 г.)

В рамках Стандартной Модели проведено вычисление вклада диаграмм, содержащих интерференцию электромагнитных дипольных операторов O_7 и O_2 в ведущем порядке по константе сильного взаимодействия для распада $\bar{B} \to X_S\gamma\gamma$. Результаты расчета получены в аналитической форме, благодаря использованию автоматизированного алгоритма Лапорты и представлению Меллина–Барнеса.

1. Введение

Редкие распады B-мезонов являются важным источником информации в физике масштабов нескольких сотен GeV. В рамках Стандартной Модели (СМ) все эти процессы изображаются диаграммами, содержащими петли и, следовательно, их вклад небольшой. Но в некоторых расширениях к СМ вклады диаграмм с “новыми” частицами в петлях могут быть соизмеримы или даже больше вклада самой СМ. Сравнение теоретических вычислений с экспериментальными данными может дать ограничения на СМ или может даже оказаться в расхождении с предсказаниями СМ, что будет доказательством некоторой “новой физики”. Чтобы проводить сравнение теории с данными эксперимента, нужно иметь как можно более точные теоретические предсказания для рассматриваемых распадов.

В последние годы среди B-распадов основное внимание было обращено на распад $\bar{B} \to X_S\gamma$, для которого не только есть довольно точные экспериментальные данные [1-3], но и полные теоретические вычисления до следующего после ведущего порядка (Next-To-Leading Order, коротко NLO [4,5]). Вычислены также поправки NNLO [6-8].

Результаты для распада $\bar{B} \to X_S\gamma$ в ведущем порядке были уже рассмотрены в [9-12], но эти результаты приведены в численной форме; аналитического выражения для рассматриваемых в этой работе диаграмм в литературе нет. В настоящей работе проведено вычисление вклада интерференции операторов (O_2, O_7) в ведущем порядке по константе сильного взаимодействия в аналитической форме. Вклады, соответствующие первой степени α_s, будут рассчитаны в следующих работах.

2. Эффективный гамильтониан

Для теоретического описания редких распадов используется эффективная теория с пятью кварками, получаемая интегрированием по степеням свободы тяжелых t-кварка и W-бозона по Стандартной Модели. В случае распада $b \to X_S\gamma$ эффективный гамильтониан имеет вид [13]

$$H_{\text{eff}}(b \to s\gamma) = \left(4G_F / \sqrt{2}\right)\lambda_t \sum_{j=1}^{8} C_j(\mu) O_j(\mu) \ , \qquad (1)$$

где G_F – константа связи Ферми, $\lambda_t = V_{tb}V_{ts}^*$, где V_{ij} – матричные элементы Кабиббо–Кобаяши–Маскава, $C_j(\mu)$ – коэффициенты Вильсона, определенные по масштабу μ. Операторы O_j имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
&O_1 = \left(\overline{c_{L\beta}}\gamma^\mu b_{L\alpha}\right)\left(\overline{sL_\alpha}\gamma_\mu c_{L\beta}\right), \ O_2 = \left(\overline{c_{L\alpha}}\gamma^\mu b_{L\alpha}\right)\left(\overline{sL_\beta}\gamma_\mu c_{L\beta}\right), \\
&O_3 = \left(\overline{s_{L\alpha}}\gamma^\mu b_{L\alpha}\right)\left[\left(\overline{u_{L\beta}}\gamma_\mu u_{L\beta}\right) + \ldots + \left(\overline{b_{L\beta}}\gamma_\mu b_{L\beta}\right)\right], \\
&O_4 = \left(\overline{s_{L\alpha}}\gamma^\mu b_{L\beta}\right)\left[\left(\overline{u_{L\beta}}\gamma_\mu u_{L\alpha}\right) + \ldots + \left(\overline{b_{L\beta}}\gamma_\mu b_{L\alpha}\right)\right], \\
&O_5 = \left(\overline{s_{L\alpha}}\gamma^\mu b_{L\alpha}\right)\left[\left(\overline{u_{R\beta}}\gamma_\mu u_{L\beta}\right) + \ldots + \left(\overline{b_{R\beta}}\gamma_\mu b_{R\beta}\right)\right], \\
&O_6 = \left(\overline{s_{L\alpha}}\gamma^\mu b_{L\beta}\right)\left[\left(\overline{u_{R\beta}}\gamma_\mu u_{R\alpha}\right) + \ldots + \left(\overline{b_{R\beta}}\gamma_\mu b_{R\alpha}\right)\right], \\
&O_7 = \left(e/16\pi^2\right)\overline{s_\alpha}\sigma^{\mu\nu}\left[m_b(\mu)R + m_s(\mu)L\right]b_\alpha F_{\mu\nu}, \\
&O_8 = \left(g_s/16\pi^2\right)\overline{s_\alpha}\sigma^{\mu\nu}\left[m_b(\mu)R + m_s(\mu)L\right]\left(\lambda^A_{\alpha\beta}/2\right)b_\beta G^A_{\mu\nu}.
\end{aligned} \qquad (2)$$

В дипольных операторах O_7 и O_8 через e и g_s обозначены, соответственно, электромагнитная и сильная константы связи, через $F_{\mu\nu}$ и $G^A_{\mu\nu}$ – тензоры напряженности соответствующих полей, а $L = (1-\gamma_5)/2$ и $R = (1+\gamma_5)/2$ – левосторонние и правосторонние проекции операторов.

В рамках низкоэнергетической эффективной теории скорость партонного распада $\overline{B} \to X_S\gamma\gamma$ может быть записана в виде

$$\frac{d\Gamma_{27}\left(b \to X_S^{\text{parton}}\gamma\gamma\right)}{ds_1\, ds_2} = \frac{G_F^2 \alpha_{em}{}^2 \overline{m}_b(\mu) m_b^4}{1024\pi^5}\left|V_{tb}V_{ts}^*\right|^2 C_2^{\text{eff}}(\mu) C_7^{\text{eff}}(\mu) G_{27}, \qquad (3)$$

где m_b и $\overline{m}_b(\mu)$ обозначают, соответственно, массу b-кварка в полюсе и бегущую MS массу b-кварка, α_{em} – константа электромагнитного взаимодействия, $C_i^{\text{eff}}(\mu)$ – эффективные вильсоновские коэффициенты в низкоэнергетическом масштабе, $s_1 = (p_b - q_1)^2/m_b^2$, $s_2 = (p_b - q_2)^2/m_b^2$, q_1, q_2 – импульсы фотонов, p_b – импульс b-кварка.

3. Результаты

Фейнмановские диаграммы, соответствующие рассматриваемому процессу, приведены на рис.1. Возможны также диаграммы, у которых ни один из фотонов не выходит из O_2, но все они равны нулю и не приведены на рисунке.

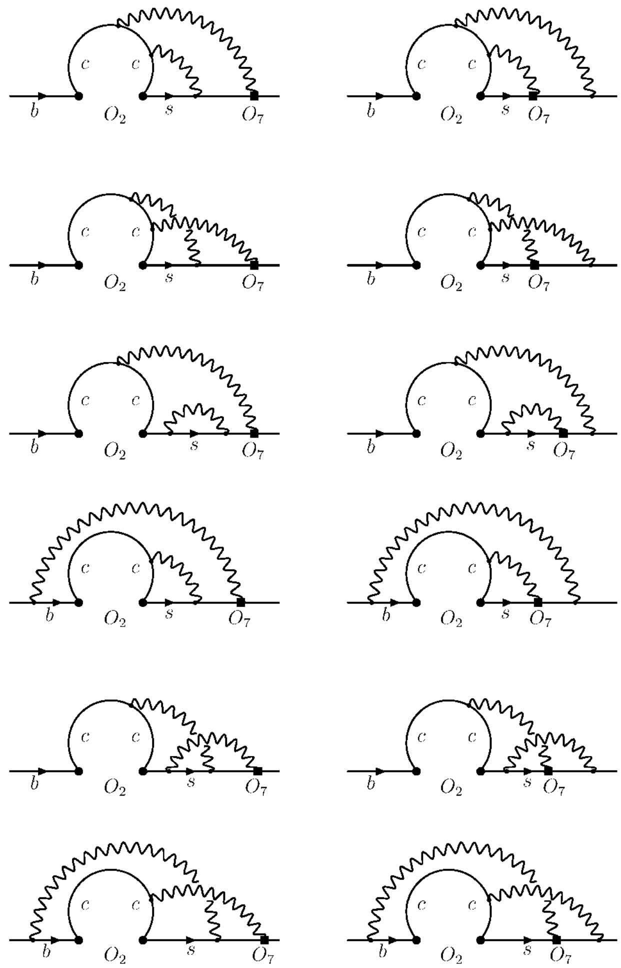

Рис.1. Диаграммы, соответствующие интерференции (O_7, O_2) для распада $\overline{B} \to X_S\gamma\gamma$.

При вычислении диаграмм вначале была использована автоматизированная версия [14] алгоритма Лапорты [15,16], основанного на интегрировании по частям. Алгоритм работает следующим образом. Вначале мы имеем определенное количество интегралов, соответствующих некоторой данной диаграмме, которые в общем виде можно описать как интегралы, содержащие равное число пропагаторов в положительных, отрицательных или нулевых степенях. Следующим шагом является нахождение системы линейных уравнений, которым подчиняются эти интегралы. Для этого используется метод интегрирования по частям [15,16]. Используя этот метод и теорему Гаусса, получаем систему линейных алгебраических уравнений, благодаря которым большинство интегралов выражается через несколько так называемых мастер-интегралов.

Следующим шагом является вычисление мастер-интегралов. Для этого сначала проводится параметризация Фейнмана, после чего берется интеграл по петлевому импульсу. Для того, чтобы получить аналитическое выражение для получившегося в результате вышеописанных шагов интеграла, используется представление Меллина–Барнеса [17] для пропагаторов типа $1/(x+y)^{\lambda}$ ($\lambda > 0$):

$$\frac{1}{(x+y)^{\lambda}} = \frac{1}{\Gamma(\lambda)} \int_{\gamma} \frac{ds}{2\pi i} \frac{x^{s}}{y^{\lambda+s}} \Gamma(\lambda+s)\Gamma(-s),$$

где интегрирование производится по γ-контуру, который идет параллельно мнимой оси в комплексной плоскости s и проходит через реальную ось между точками $-\lambda$ и 0. Если интеграл по бесконечной полуокружности, закрывающей контур, равен нулю, то контур интегрирования можно закрыть и рассчитать соответствующие вычеты. В результате получаем ряд по степеням (x/y), если $x < y$, или (y/x), если $y < x$, в зависимости от того, закрыли мы контур интегрирования в положительную или отрицательную сторону действительной оси s.

В нашей задаче после вышеописанных шагов получаем три мастер-интеграла, один из которых вычисляется просто, а для двух остальных используется метод Меллина–Барнеса. Первый интеграл соответсвует одному пропагатору, остальные два – соответственно, двум и трем пропагаторам. Мы проводим вычисления в схеме размерной регуляризации, где размерность пространства-времени $d = 4 - 2\varepsilon$. Мастер-интегралы должны быть вычислены до нулевой степени ряда по параметру ε. Первый интеграл легко вычисляется и равен

$$M_1 = \frac{\hat{m}_c^2}{16\pi^2} + \frac{\hat{m}_c^2}{16\varepsilon\pi^2} - \frac{\hat{m}_c^2 \lg\left(\hat{m}_c^2\right)}{16\pi^2} - \frac{\hat{m}_c^2 \lg\left(s_2\right)}{16\pi^2} - \frac{\hat{m}_c^2 \left[\lg\left(s_1\right) + \lg\left(1 - s_1 - s_2\right)\right]}{16\pi^2},$$

где $\hat{m}_c = m_c / m_b$, m_c – масса c-кварка.

Процедура вычисления остальных двух мастер-интегралов одинакова: сперва закрываем контур интегрирования в отрицательную сторону действительной оси s, где подынтегральное выражение имеет вычеты во всех точках типа $(-n - eps)$, где $n = 1,2,3\ldots$, из-за члена $\Gamma(s + eps)$, который имеет вычеты во всех отрицательных целых значениях аргумента гамма-функции. В итоге получаем бесконечные ряды, которые суммируются. Приведенные ниже выражения правильны при значениях аргументов, удовлетворяющих условию $(1 - s_1 - s_2)/4\hat{m}_c^2 < 1$ (так как именно при выполнении этого условия интеграл по левой бесконечной полуокружности равен нулю):

$$\begin{aligned}
M_2 = {} & \frac{1}{16\varepsilon\pi^2} + \Big(-\sqrt{-1 + 4\hat{m}_c^2 + s_1 + s_2} + s_1\sqrt{-1 + 4\hat{m}_c^2 + s_1 + s_2} + \\
& + s_2\sqrt{-1 + 4\hat{m}_c^2 + s_1 + s_2} - \sqrt{1 - s_1 - s_2}\arcsin\sqrt{(1 - s_1 - s_2)/4\hat{m}_c^2} + \\
& + 4\hat{m}_c^2 \arcsin\sqrt{(1 - s_1 - s_2)/4\hat{m}_c^2} + s_1\sqrt{1 - s_1 - s_2}\arcsin\sqrt{(1 - s_1 - s_2)/4\hat{m}_c^2} + \\
& + s_2\sqrt{1 - s_1 - s_2}\arcsin\sqrt{(1 - s_1 - s_2)/4\hat{m}_c^2}\Big) \Big/ \Big(8\pi^2(-1 + s_1 + s_2)\sqrt{-1 + 4\hat{m}_c^2 + s_1 + s_2}\Big) + \\
& + \Big(-\lg\left(\hat{m}_c^2\right) - \lg\left(s_2\right) - \lg\left[s_1\left(1 - s_1 - s_2\right)\right]\Big) \Big/ 16\pi^2,
\end{aligned}$$

$$M_3 = -\Big(\arcsin\sqrt{(1 - s_1 - s_2)/4\hat{m}_c^2}\Big) \Big/ 8\pi^2(1 - s_1 - s_2).$$

Но когда мы пытаемся повторить тот же процесс, закрывая контур в положительную сторону оси s, то получаются очень громоздкие выражения, содержащие гипергеометрические функции, а для третьего мастер-интеграла ряд и вовсе не суммируется. Но как нам удалось выяснить в результате численных расчетов, бесконечные ряды в правых сторонах являются аналитическими продолжениями соответствующих функций в левых частях (M_2 и M_3). Для случая $(1-s_1-s_2)/4\hat{m}_c^2>1$ просто нужно сделать замену $\hat{m}_c^2 \to \hat{m}_c^2 - i\delta$ ($\delta>0$) в выражениях для M_2 и M_3.

Сумма всех диаграмм после симметризации по двум фотонам равна

$$G_{27} = 16 q_d q_u^2 \,\mathrm{Re}\left[1-s_1-s_2-4\hat{m}_c^2\left(\arcsin\sqrt{\frac{1-s_1-s_2}{4\hat{m}_c^2}}\right)^2\right],$$

где $q_u = 2/3$, $q_d = -1/3$. Как видно, все бесконечности вида $1/\varepsilon$ сокращаются.

Мы предполагаем, что вклады диаграмм (O_2, O_2) в этот процесс могут быть вычислены, используя ту же технику. Это будет сделано в следующей работе.

4. Заключение

В работе в рамках Стандартной Модели получено аналитическое выражение вклада в процесс $\overline{B} \to X_S\gamma\gamma$ от интерференции диаграмм, содержащих электромагнитные дипольные операторы O_7 и O_2 в ведущем порядке по константе сильного взаимодействия.

Автор выражает благодарность доктору физ.-мат. наук Г.М. Асатряну за постановку задачи и полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке тематического финансирования РА в рамках договора N 11-1c014.

ЛИТЕРАТУРА

1. **S.Chen et al.** CLEO Collaboration. Phys. Rev. Lett., **87**, 251807 (2001), hep-ex/0108032.
2. **B.Aubert et al.** BaBar Collaboration. Phys. Rev. D, **77,** 051103(2008), arXiv:0711.4889.
3. **K.Abe et al.** Belle Collaboration, arXiv:0804.1580.
4. **C.Greub, T.Hurth, D.Wyler.** Phys. Rev. D, **54**, 3350 (1996), hep-ph/9603404.
5. **K.G.Chetyrkin, M.Misiak, M.Munz**. Phys. Lett. B, **400**, 206 (1997), hep-ph/9612313.
6. **H.M.Asatrian, A.Hovhannisyan, V.Poghosyan, T.Ewerth, C.Greub, T.Hurth.** Nucl. Phys. B, **749,** 325 (2006), hep-ph/0605009.
7. **H.M.Asatrian, T.Ewerth, A.Ferroglia, P.Gambino, C.Greub.** Nucl. Phys. B, **762,** 212 (2007), hep-ph/0607316.
8. **M.Misiak et al.** Phys. Rev. Lett., **98,** 022002 (2007), hep-ph/0609232.
9. **L. Reina, G. Ricciardi, A. Soni**. Phys. Lett. B, **396**, 231 (1996.), hep-ph/9612387.
10. **L. Reina, G. Ricciardi, A. Soni**. Phys. Rev. D, **56**, 5805 (1997), hep-ph/9706253.
11. **Chia-Hung Chang , Guey-Lin Lin , York-Peng Yao**. Phys. Lett. B, **415**, 395 (1997), hep-ph/9705345.
12. **Jun-jie Cao, Zhen-jun Xiao, Gong-ru Lu**. Phys. Rev. D, **64**, 014012 (2001), hep-ph/0103154.
13. **B.Grinstein, R.Springer, M.B.Wise.** Phys. Lett. B, **202**, 138 (1988); Nucl. Phys. B, **339**, 269 (1990).

14. **C.Anastasiou, A.Lazopoulos.** JHEP, **0407,** 046 (2004), hep-ph/0404258.
15. **F.V.Tkachov.** Phys. Lett. B, **100,** 65 (1981).
16. **K.G.Chetyrkin, F.V.Tkachov.** Nucl. Phys. B, **192,** 159 (1981).
17. **C. Anastasiou, A. Daleo.** JHEP, **0610,** 031(2006), hep-ph/0511176.

(O_2, O_7) ԻՆՏԵՐՖԵՐԵՆՑԻԱՅԻ ՀԱՇՎԱՐԿԸ $\bar{B} \to X_S \gamma\gamma$ ՏՐՈՀՄԱՆ ՀԱՄԱՐ

Ա.Գ. ԵՂԻԱԶԱՐՅԱՆ

Ստանդարտ Մոդելի շրջանակներում կատարված է դիագրամների հաշվարկ, որոնք պարունակում են O_7 և O_2 էլեկտրամագնիսական դիպոլային օպերատորների ինտերֆերենցիան, ուժեղ փոխազդեցության հաստատունի առաջատար աստիճանում $\bar{B} \to X_S \gamma\gamma$ տրոհման համար: Արդյունքները բերված են անալիտիկ տեսքով: Այդ նպատակով օգտագործված են Լապորտայի ալգորիթմի ավտոմատացված տարբերակը և Մելին–Բարնեսի ներկայացումը:

CALCULATION OF (O_2, O_7) INTERFERENCE FOR $\bar{B} \to X_S \gamma\gamma$ DECAY

A.G. EGHIAZARYAN

Within the Standard Model a contribution of diagrams, containing the interference of electromagnetic dipole operators O_7 and O_2, is calculated in the leading order by the constant of strong interaction for $\bar{B} \to X_S \gamma\gamma$ decay. The results are obtained in analytical form. For that purpose the automatized algorithm of Laporta and Mellin–Barnes representation are used.