

УДК 539.1

ПРИБЛИЖЕНИЕ РАМАНА–НАТА ДЛЯ ДИФРАКЦИИ АТОМА В ЛАЗЕРНОМ ПОЛЕ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН: МГНОВЕННОЕ ВКЛЮЧЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Л.А. ОГАННЕСЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 5 ноября 2010 г.)

Задача рассеяния Капицы–Дирака решена в приближении Рамана–Ната без ограничений на значения расстройки резонанса. Формула для амплитуды рассеяния получена в виде определенного интеграла. Показано, что спектр рассеяния имеет новые, более востребованные для атомной оптики закономерности в случае суперпозиционных начальных состояний гауссовского вида.

1. Введение

Взаимодействие атомов с электромагнитным полем имеет двоякий характер. Во-первых, изменяются населенности уровней, а во-вторых, между полем и атомом происходит обмен импульса, в результате чего скорости атомов меняются [1]. Средняя сила, действующая на атом, имеет резонансный характер и меняет знак при прохождении резонанса [2].

Возможность контролирования передачи импульса от светового поля к атому инициировала большое количество технических и чисто научных приложений, таких как торможение и ускорение нейтральных частиц, селективное отклонение и рассеяние атомных пучков на значительные углы [3], локализация и охлаждение атомных и молекулярных ансамблей до сверхнизких температур в оптических ловушках [4] и т.д. [5]. Особый интерес представляют возможности данного метода для атомной интерферометрии и квантовой метрологии вообще [6]. Следует также отметить, что во всех этих схемах взаимодействия так или иначе используется полевая конфигурация встречных световых волн одинаковых частот, которая создает периодический потенциал для поступательного движения центра тяжести атома. По этой причине задача движения, в частности, рассеяния атома в поле встречных волн, привлекает постоянное внимание в атомной оптике и атомной интерферометрии. Механизмом рассеяния атома при этом является переизлучение фотонов из одной световой волны в противоположно распространяющуюся другую волну, когда за счет каждого переизлученного фотона атом получает импульс отдачи $2\hbar k$, где k – волновой вектор волн. Искомые величинами, как и для каждого процесса рассеяния, являются вероятностные амплитуды $a_n(t)$ рассеяния на данный угол α_n , соот-

ветствующие данному числу n переизлученных фотонов за время взаимодействия t [7]. Аналитические результаты для амплитуд рассеяния, кроме брэгговского режима, оказывается возможным получить только для малых времен взаимодействия, когда оператором кинетической энергии атома можно пренебречь. Это математически эквивалентно приближению Рамана–Ната, впервые использованное ими при рассмотрении проблемы рассеяния света в среде с периодически модулированной плотностью, индуцированной акустической волной. В этом приближении амплитуда рассеяния с точностью до фазового множителя выражается функцией Бесселя n -го порядка,

$$a_n(t) = J_n(W_{Rabi} t), \quad (1)$$

аргумент которой представляет собой произведение рабиевской частоты оптических переходов между энергетическими уровнями атома на время его взаимодействия с полем встречных волн [8].

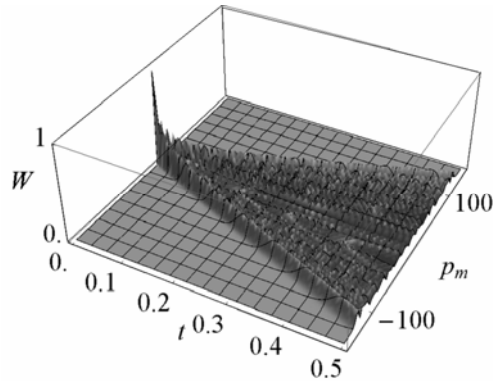


Рис.1. Импульсное распределение атома после дифракции полем встречных оптических импульсов в зависимости от длительности этих импульсов для случая больших рабиевских частот переходов (t представлено в единицах Δ^{-1}).

Характерный вид временного развития дифракции атомной волны по формуле (1) для представляющего наибольший интерес случая больших рабиевских частот переходов показан на рис.1. В ходе этого развития выделяются две характерные стороны. Во-первых, спектр импульсных состояний симметричен и монотонно обогащается, уширяясь по линейному закону, и во-вторых, максимальные амплитуды рассеяния все время остаются сгруппированными у краев распределения. Для представляемой работы важно, что формула (1) все же относится к случаю нулевого или большого значения расстройки резонанса (разности $\Delta = \omega - \omega_0$ частоты поля ω и частоты атомного перехода ω_0), что является одним из важных параметров теории взаимодействия атомов с лазерным излучением. В настоящей работе выражение амплитуды рассеяния выводится без какого-либо ограничения на значения Δ и при этом оно выражается с помощью некоторого определенного интеграла, который в пределе малых и

больших Δ переходит в функцию Бесселя и тем самым может быть принят как обобщенная функция Бесселя. Детальное сопоставление с формулой (1) показывает, что отличия имеют количественный характер лишь в том случае, если атом до взаимодействия имеет определенное значение импульса. Если же поступательное движение атома находится в суперпозиционном состоянии многих импульсов, то эволюция атома приобретает качественно новое содержание, отсутствующее при нулевых и асимптотически больших значениях расстройки резонанса. В частности, оказывается возможным периодическое отклонение атомного пучка в обе стороны от первоначального направления.

2. Вывод формулы для амплитуды рассеяния

Двухуровневый атом взаимодействует с полем встречных оптических волн с напряженностью электрического поля

$$E(z, t) = E_1(t) e^{i(kz - \omega t)} + E_2(t) e^{-i(kz - \omega t)} + \text{с.с.}, \quad (2)$$

где $k = \omega/c$, z – координата центра тяжести атома, а для амплитуд $E_1(t)$ и $E_2(t)$ выбран простой закон мгновенного включения. Ограничиваясь дипольным приближением, для гамильтониана взаимодействующего атома будем иметь

$$\hat{H} = -(\hbar^2/2M) \partial^2/\partial z^2 + \hat{H}_0 - \hat{d}E(t, z), \quad (3)$$

где $\hat{H}_0$ – гамильтониан свободного неподвижного атома, M – масса атома, а $\hat{d}$ – оператор дипольного момента оптического включения. Волновая функция атома может быть записана в следующем виде:

$$\psi(z, \mathbf{r}, t) = a(z, t) \psi_1(\mathbf{r}) e^{-i \varepsilon_1 t/\hbar} + b(z, t) \psi_2(\mathbf{r}) e^{i \varepsilon_2 t/\hbar - i \Delta t}, \quad (4)$$

где $a(z, t)$ и $b(z, t)$ – искомые вероятностные амплитуды нахождения атома в основном и возбужденном состояниях, соответственно, ε_1 , ε_2 и $\psi_1(\mathbf{r})$, $\psi_2(\mathbf{r})$ – собственные значения и собственные функции гамильтониана свободного атома, $\mathbf{r}$ – радиус-вектор оптического электрона относительно центра тяжести атома.

Приближение Рамана–Ната предполагает, что смещение атома за время взаимодействия намного меньше длины волны света. Тогда оказывается возможным пренебречь оператором кинетической энергии, после чего уравнения для вероятностных амплитуд существенно упрощаются и принимают следующий вид:

$$i\hbar(\partial/\partial t) a(z, t) = -d(E_1^* e^{-i k z} + E_2^* e^{i k z}) b(z, t), \quad (5)$$

$$(i\hbar \partial/\partial t - \hbar \Delta) b(z, t) = -d^*(E_1 e^{i k z} + E_2 e^{-i k z}) a(z, t). \quad (6)$$

Поскольку коэффициент в правой части уравнения (5) не зависит от времени, то уравнение для амплитуды основного состояния $a(z, t)$ можно получить про-

стым действием слева оператором $i\hbar\partial/\partial t - \hbar\Delta$ и последующим использованием уравнения (6):

$$(\partial/\partial t + i\Delta)(\partial/\partial t)a(z,t) = -(|d|^2/\hbar^2)(E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos(2kz))a(z,t). \quad (7)$$

Решение этого уравнения представим в виде Фурье-разложения по безразмерной пространственной координате $2kz$:

$$a(z,t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(t)e^{in2kz}, \quad (8)$$

где неизвестные амплитуды $a_n(t)$ представляются в виде определенного интеграла

$$a_n(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{i\lambda(\phi)t} \cos(n\phi) d\phi \quad (9)$$

с неизвестной пока функцией $\lambda(\phi)$. Подстановка выражений (8) и (9) в уравнение (7) дает для $\lambda(\phi)$ два возможных выражения:

$$\lambda(\phi) = -i(\Delta t/2) \pm i(|\Delta|t/2)\sqrt{1+\xi(\phi)}, \quad (10)$$

где для сокращения записи введены безразмерные интенсивности ξ_1 и ξ_2 отдельных волн: $\xi \equiv \xi_1 + \xi_2 + 2\sqrt{\xi_1\xi_2}$, $\xi(\phi) \equiv \xi_1 + \xi_2 + 2\sqrt{\xi_1\xi_2}\cos(\phi)$.

Общее решение, как обычно, представляет суперпозицию двух линейно независимых решений:

$$a_n(t) = C_1 \int_0^\pi \exp(i\lambda_1(\phi)t) \cos(n\phi) d\phi + C_2 \int_0^\pi \exp(i\lambda_2(\phi)t) \cos(n\phi) d\phi, \quad (11)$$

где коэффициенты C_1 и C_2 определяются из начальных условий. Если, например, до взаимодействия атом находился на основном энергетическом уровне в состоянии покоя, то

$$C_{1,2} = 1/2 \pm \left(\text{sign}[\Delta]/4\sqrt{1+\xi} \right) \left(\text{elliptic} \left[4\sqrt{\xi_1\xi_2}/(1+\xi) \right] \right)^{-1}. \quad (12)$$

Полученное решение (11) с коэффициентами (12) и подынтегральными функциями (10) является обобщением известной формулы (1) на случай произвольного значения расстройки резонанса $\Delta \neq 0$, но случай больших расстройек резонанса требует отдельного и детального рассмотрения.

Случай больших расстройек резонанса. Полный вид амплитуды рассеяния, известный из литературы для этого случая, имеет вид

$$a_n(t) = J_n \left((\Delta t/2)\sqrt{\xi_1\xi_2} \right) \exp(i(\Delta t/4)(\xi_1 + \xi_2)). \quad (13)$$

Его можно получить из выражения (11), если ограничиться линейными приближением относительно безразмерного параметра интенсивности встречных волн. Для оценки, насколько полученная нами формула (11) отличается от (13) в области больших расстройек, был вычислен наиболее удобный интегральный

параметр – среднее значение модуля импульса атома. Рис.2 сопоставляет результаты вычисления временной зависимости (W) для двух, относительно малых и больших интенсивностей встречных волн. Видно, что характерный для бесселевского распределения линейный закон роста модуля среднего импульса атома сохраняется и при точном учете расстройки резонанса, однако темп роста импульса в общем случае существенно меняется: он остается заметным даже в области малых интенсивностей рассеянного поля.

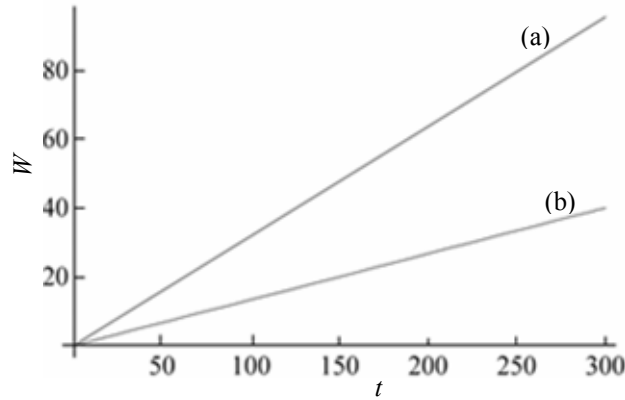


Рис.2. Картина сопоставляет результаты временной зависимости среднего значения импульса атома для двух, относительно малых (формула (11 – b)) и больших (формула (13 – a)) интенсивностях встречных волн (t представлено в единицах Δ^{-1}).

3. Численные расчеты

Как показывает более детальный анализ ситуации, наиболее сильные отличия от бесселевских закономерностей получаются, когда начальное состояние атома является суперпозиционным, например, когда вначале имеется дискретное гауссовское распределение с шагом, равным межимпульсному расстоянию спектра рассеяния [9]:

$$a(z, t=0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_n e^{in2kz}, \quad s_n = \left(1/\sqrt{\pi}\right) e^{i\alpha n} \left(1/\sqrt{M}\right) e^{-i\alpha n - (n-v)^2/2M}, \quad (14)$$

где s определяет полуширину распределения, а a – начальную фазу каждой компоненты рассеяния, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Тогда для амплитуд рассеяния вместо (11) будем иметь более общее выражение

$$\begin{aligned} A_n(t) = & \left(1/\sqrt{\pi}\right) e^{i\alpha n} \left(1/\sqrt{M}\right) \times \\ & \times \left(C_1 \int_0^\pi \exp\left(-i\frac{\Delta t}{2} + i\frac{|\Delta|t}{2} \sqrt{1+\xi(\varphi)}\right) \sum_{v=-\infty}^{\infty} \exp\left(-i\alpha v - \frac{(n-v)^2}{2M}\right) \cos(v\varphi) d\varphi + \right. \\ & \left. + C_2 \int_0^\pi \exp\left(-i\frac{\Delta t}{2} - i\frac{|\Delta|t}{2} \sqrt{1+\xi(\varphi)}\right) \sum_{v=-\infty}^{\infty} \exp\left(-i\alpha v - \frac{(n-v)^2}{2M}\right) \cos(v\varphi) d\varphi \right) \end{aligned} \quad (15)$$

с теми же коэффициентами C_1 , C_2 , что и в (12).

Для иллюстрации новых закономерностей, выявленных с помощью формулы (15), мы ограничимся случаями $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi/2$. В случае $\alpha = 0$, например, как было получено в [9], если исходить из бесселевского приближения для амплитуд рассеяния, то начальное гауссовское распределение в ходе взаимодействия монотонно увеличивает свою ширину, и только. Расчеты по формуле (15) дают качественно отличный результат: распределение расщепляется на два идентичных пика, которые, сохраняя форму, симметрично удаляются от центра распределения. Рис.3 иллюстрирует эту картину в момент времени $t = 18 \times 10^6$ (в единицах Δ^{-1}).

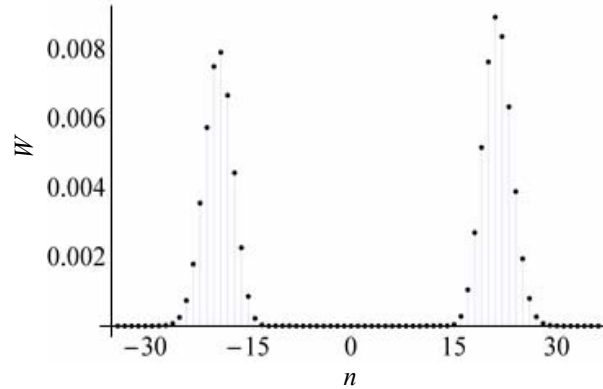


Рис.3. Картина импульсного распределения поступательного движения атома, при рассеянии в поле встречных волн за время взаимодействия $t = 59 \times 10^7$ (t представлено в единицах Δ^{-1}). Начальное распределение имело гауссовский вид (14) с фазовым параметром $\alpha = 0$ и полушириной $s = 10$ (n представлено на оси в единицах $2\hbar k$).

Качественные отличия имеются и при $\alpha = \pi/2$. В рамках бесселевского приближения начальное гауссовское распределение монотонно перемещается в одну сторону со слабым изменением формы. Формула же (15) дает новое, осцилляционное поведение: вначале гауссовский пик, как и в бесселевском приближении, перемещается в одном направлении, но скоро в симметричном противоположном направлении постепенно возникает новый пик, рост которого сопровождается уменьшением первого, до полного его исчезновения. В дальнейшем происходит обратный процесс, и два пика, осциллируя в противофазе, монотонно удаляются от центра распределения. Видно также, что эволюция атомного волнового пакета с гауссовым импульсным распределением происходит с сохранением гауссовой формы (рис.4).

Не менее интересным, особенно с точки зрения прикладной оптики, является случай $\alpha = \pi$. В этом случае оказывается возможным получение столбчатого вида импульсного распределения, что является базовым видом для гребенки – спектроскопии сверхвысокого разрешения [10]. Одна из таких возможностей показана на рис.5.

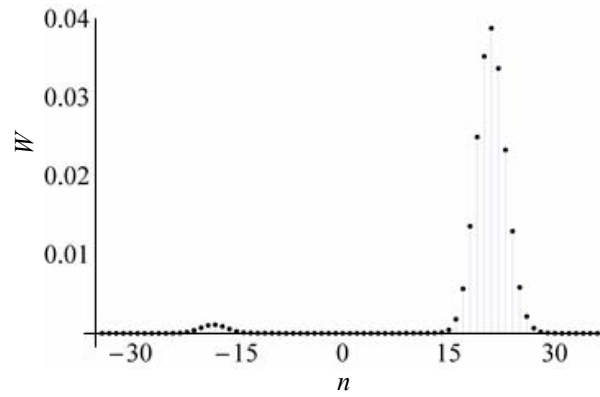


Рис.4. Появление нового пика в импульсном распределении атома, при его рассеянии в поле интенсивных встречных волн (n представлен на оси в единицах $2\hbar k$) для значения фазового параметра начального распределения $\alpha = \pi/2$, $s = 10$, $t = 6 \times 10^7$ (в единицах Δ^{-1}).

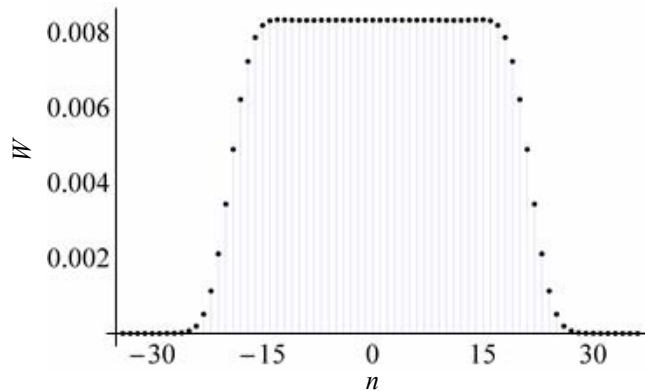


Рис.5. Вид “столика” импульсного распределения поступательного движения атома в приближении Рамана–Ната (n представлен на оси в единицах $2\hbar k$). Начальное распределение имеет гауссовский вид, $\alpha = \pi$, $s = 10$, $t = 17.8 \times 10^6$ (в единицах Δ^{-1}).

4. Заключение

Задача резонансного капицы–дираковского рассеяния атома в лазерном поле встречных волн решена в раман–натовском приближении без ограничений на значение расстройки резонанса лазерного поля от оптического перехода атома. Полученные формулы обобщают известные в виде функции Бесселя выражения для амплитуд рассеяния. Более ценным является то, что уточнение формулы для приготовленных в виде гауссовских волновых пакетов дает качественно новые, более востребованные в прикладной атомной оптике, виды распределений.

Автор выражает благодарность А.Ж.Мурадян за постановку задачи и ценные замечания в ходе выполнения работы. Работа частично выполнена в рамках гранта МВОиН Армении №143.

ЛИТЕРАТУРА

1. **С.Стенхольм.** Основы лазерной спектроскопии. М., Мир, 1987; **В.Г.Миногин, В.С.Летохов.** Давление лазерного излучения на атомы. М., Наука, 1986; **А.П.Казанцев, Г.И.Сурдутович, В.П.Яковлев.** Механическое действие света на атомы. М., Наука, 1991.
2. **Г.А.Аскаръян.** ЖЭТФ, **42**, 1567 (1962).
3. **E.Arimondo, H.Lew, T.Oka.** Phys. Rev. Lett., **43**, 753 (1979); **W.D.Phillips, J.V.Prodan, H.J.Metcalf.** J. Opt. Soc. Am. B, **2**, 1751 (1985).
4. **H.J.Metcalf, P.van der Straten.** Laser cooling and trapping. New York, Springer, 1999; **Ch.J.Foot.** Atomic Physics. Oxford University Press, USA, 2005; **Y.Castin.** aeXiv:cond-mat/0105058 (2001).
5. **J.K.Pachos, P.L.Knight.** Phys. Rev. Lett., **91**, 107902 (2003); **I.Bloch.** Nature Physics, **1**, 23 (2005); **J.K.Chin, D.F.Miller, Y.Liu, C.Stan, et al.** Nature, **443**, 961 (2006); **S.P.Papp, J.M.Pino, et al.** Phys. Rev. Lett., **101**, 135301 (2008).
6. Atom Interferometry, **P.Berman** (ed.). New York, Acad. Press, 1997; **A.D.Cronir, J.Schmiedmayer, D.E.Pritchard.** ArXiv:0712.3703v1 (2007); **J.M.Hogen, D.M.S. Johnson, M.A.Kasevich.** ArXiv:0806.3261 (2008).
7. **А.Ж.Мурадян.** Изв. АН Арм. ССР, Физика, **10**, 361 (1975).
8. **В.М.Арутюнян, А.Ж.Мурадян.** Доклады АН Арм. ССР, **60**, 275 (1975); **R.J.Cook, A.F.Bernhardt.** Phys. Rev. A, **18**, 2533 (1978); **P.J.Martin, P.L.Gould, B.J.Oldaker, A.H.Miklich, D.E.Pritchard.** Phys. Rev. A, **36**, 2495 (1987).
9. **A.M.Ishkhanyan.** Phys. Rev. A, **61**, 063611 (2000).
10. **J.Ye, S.T.Cundiff.** Femtosecond Optical Frequency Comb Technology. New York, Springer, 2005.

RAMAN–NATH APPROXIMATION FOR DIFFRACTION OF ATOM IN THE LASER FIELD OF COUNTERPROPAGATING WAVES: INSTANTANEOUS SWITCH ON OF INTERACTION

L.A. HOVHANNISYAN

The problem of Kapitza–Dirac scattering is solved in the Raman–Nath approximation without the limitations on the values of the resonance detuning. A formula for the scattering amplitude is obtained in the definite form integral. It is shown that the spectrum of scattering has new regularities more claimed for to atomic optics, in the case of the superposition initial states of Gaussian form.