

УДК 535.42

## **ПРОХОЖДЕНИЕ И ФОКУСИРОВАНИЕ ЛАЗЕРНОГО ЛУЧА ВНУТРИ МАТЕРИАЛОВ**

Р.Р. ВАРДАНЯН<sup>1</sup>, В.К. ДАЛЛАКЯН<sup>1</sup>, У. КЕРСТ<sup>2</sup>, К. БОЙТ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Государственный инженерный университет Армении, Ереван, Армения

<sup>2</sup>Берлинский технический университет, Германия

(Поступила в редакцию 8 февраля 2011 г.)

Разработана математическая модель для анализа прохождения и фокусирования лазерных лучей внутри материалов. Учтено влияние отражения и преломления луча на границе раздела двух сред, а также поглощение в веществе. На основе математической модели разработана компьютерная программа, позволяющая анализировать процесс прохождения и фокусировки лазерного луча, а также получать параметры и профиль интенсивности луча в веществе.

### **1. Введение**

Анализ отказов интегральных схем (ИС) является очень важной проблемой в развитии и разработках современной высокотехнологичной твердотельной электроники. В настоящее время используются различные методы и техники анализа отказов ИС. Техника сканирования лазерным лучом пользуется особым успехом ввиду неинвазивности и сравнительной быстроты. Кроме того, метод лазерного воздействия применим в равной степени с фронтальной и с обратной стороны ИС [1-3]. Испытание лазерным лучом имеет преимущества по сравнению с другими методами [4,5].

При лазерном тестировании обычно используется сфокусированный пучок и предполагается, что внутри вещества интенсивность света распределена однородно по радиусу пучка. Это предположение используется также при исследовании светочувствительных приборов. Однако в действительности интенсивность лазерного пучка распределена неоднородно. Обычно не рассматривается также фокусировка лазерного пучка в веществе. Этот вопрос особенно важен в случае действия лазера на обратную сторону ИС, поскольку ИК лазерный пучок проходит большое расстояние через подложку, и, следовательно, фокальный радиус, а также другие параметры лазерного пучка в области элемента ИС должны быть известны.

Лазерное тестирование широко применяется также и в других областях, например в материаловедении, медицине и биологии. Исследование распределения лазерного пучка и его фокусировки в различных средах является весьма важной задачей.

Следовательно, для лучшей локализации лазерного пучка внутри вещества и увеличения разрешения теста, очень важно исследовать пропускание лазерного луча и процессы фокусирования внутри материалов. Для этих целей нами разработана математическая модель пропускания и фокусировки лазерного пучка в веществе.

Свойства гауссовых пучков в непоглощающих неактивных средах изучались многими авторами [6,7]. Отражение пучка от плоских границ раздела хорошо изучено с различных точек зрения [8-10]. Однако, насколько нам известно, пропускание пучка на границах раздела, а также его поглощение, недостаточно исследованы в литературе. В работе [11] введен пакет световых лучей, эквивалентный гауссовому пучку света. Применяя законы геометрической оптики к эквивалентному пакету лучей, можно определить преобразования гауссова пучка при прохождении через любую комбинацию идеальных линз и плоских диэлектрических поверхностей раздела. Существует и другой подход [12], в котором используется разложение амплитуды распределения электрического поля падающего параксиального пучка по плоским волнам и вычисляются продольный и поперечный угловые сдвиги в преломлении этого пучка. Первый подход не учитывает пропускание, преломление и отражение на плоской границе раздела двух сред. Второй подход не учитывает эффекты поглощения.

Мы рассмотрим гауссовый пучок как пакет параксиальных лучей. Используя такой подход, мы приводим во втором параграфе способ определения параметров гауссова пучка внутри вещества с учетом преломления и отражения на границе раздела сред. В разделе 3 мы рассмотрим изменение интенсивности гауссова пучка в среде из-за поглощения. На основе этого метода разработан компьютерный имитатор прохождения и фокусирования лазерного пучка в веществе. Это позволяет получать параметры лазерного пучка (радиус пучка, фокусное расстояние, распределение интенсивности) внутри различных сред. В разделе 4 разработанный имитатор используется для анализа параметров лазерного пучка в веществе.

## 2. Параметры лазерного пучка в среде

Параметры лазерных пучков в воздухе хорошо исследованы [6,7]. При вхождении в среду параметры лазерного пучка меняются из-за явлений отражения, преломления и поглощения. Для исследования параметров лазерного пучка в среде рассмотрим прохождение гауссова пучка из одной среды с показателем преломления  $n_1$  в другую среду с показателем преломления  $n_2$  (рис.1). Будем считать эти среды однородными. Предположим вначале, что световая энергия в среде не поглощается. Имея в виду симметрию относительно оси прохождения  $z$ , будем рассматривать лишь половину траектории пучка (рис.1). Радиус падающего гауссова пучка слева от границы раздела представлен сплошной линией  $W(z)$ , а справа – пунктирной линией  $W(z)$ ; представлен воображаемый (в случае отсутствия второй среды) радиус гауссова пучка. Расстояние перетяжки пучка  $W(z)$  от границы раздела есть  $l$ .

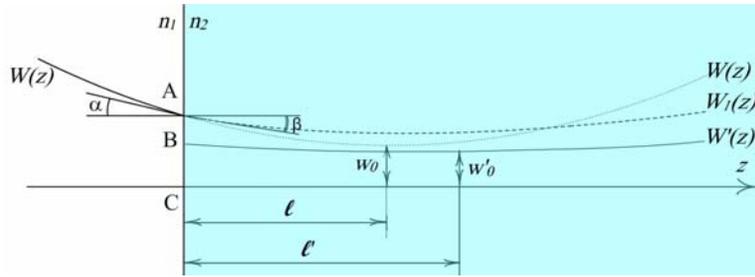


Рис.1. Траектория гауссова пучка внутри среды.

Падающий лазерный пучок отражается и преломляется на границе раздела двух сред. Траектория лазерного пучка во второй среде меняется из-за преломления. Она представлена штриховой линией  $W_1(z)$ . Угол падения  $\alpha$  есть угол между осью  $z$  и касательной к радиусу падающего пучка  $W(z)$  в точке A, а угол преломления  $\beta$  есть угол между осью  $z$  и касательной к радиусу преломленного пучка  $W_1(z)$  в точке A.

Из-за отражения от границы раздела энергия проходящего пучка уменьшается. В центральной точке C и в радиальной точке A уменьшение энергии пучка происходит в разной степени из-за различия углов падения в этих точках. Поэтому радиус пучка  $W'(z)$  смещается относительно радиуса падающего пучка  $W(z)$ . Положения перетяжки пучков  $W'(z)$  и  $W_1(z)$  одинаковы и равны  $l'$  (рис.1).

Для определения распределения интенсивности в прошедшем пучке во второй среде на границе раздела необходимо знать коэффициент пропускания в любой заданной точке границы раздела. Распределение интенсивности  $I(r, z)$  в падающем пучке на границе раздела показано на рис.2а [13]. Коэффициент пропускания можно найти из уравнений Френеля [14]

$$T_s = 1 - R_s, \quad T_p = 1 - R_p,$$

где  $R_s$  и  $R_p$  – коэффициенты отражения  $s$ - и  $p$ -поляризованных лучей, соответственно. Отметим, что коэффициент отражения и, следовательно, коэффициент пропускания сильно зависят от угла падения пучка.

Будем считать гауссовый пучок состоящим из отдельных лучей. При прохождении пучка во вторую среду угол падения этих лучей будет различным в различных точках поверхности раздела. Он зависит от положения поверхности раздела на оси  $z$  и от радиального расстояния  $r$ . Таким образом, коэффициент пропускания является функцией  $T(r, z)$ , зависящей от  $r$  и  $z$  (рис.2b). Перемножая функции  $I(r, z)$  и  $T(r, z)$ , получим распределение интенсивности прошедшего пучка на поверхности раздела во второй среде (рис.2c):

$$I'(r, z) = I(r, z) \times T(r, z). \quad (1)$$

Таким образом, профиль интенсивности гауссова пучка во второй среде на поверхности раздела может быть определен по профилю интенсивности пуч-

ка в первой среде на поверхности раздела и коэффициенту пропускания. В точке В поверхности раздела на радиусе пучка во второй среде интенсивность падает в  $1/e^2$  раз от своего осевого значения:

$$I'(CB, z) = I'(0, z)e^{-2}. \quad (2)$$

Решая трансцендентное уравнение (2), можно определить радиус CD прошедшего пучка на поверхности раздела. Найдем далее радиус перетяжки прошедшего пучка  $w'_0$ .

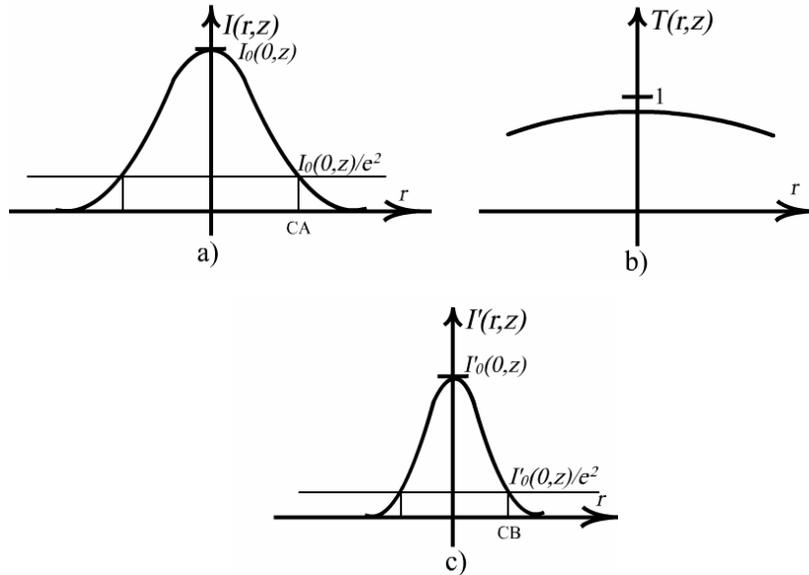


Рис.2. Профили интенсивности и коэффициента пропускания: а) профиль интенсивности падающего пучка, б) коэффициент пропускания, с) профиль интенсивности прошедшего пучка (произведение (а) и (б)).

Угол падения гауссова пучка может быть определен с помощью касательной к  $W(z)$  в точке А, в которой  $z = l$  (рис.1):

$$\operatorname{tg} \alpha = |[W(l)]'| = \left| w_0 l / z_0 \sqrt{z_0^2 + l^2} \right| \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} \left( \left| w_0 l / z_0 \sqrt{z_0^2 + l^2} \right| \right),$$

где  $w_0$  – радиус перетяжки,  $l$  – координата перетяжки, а  $z_0$  – рэлеевская область падающего лазерного пучка  $W(z)$ .

Угол преломления  $\beta$  может быть вычислен по закону Снеллиуса (рис.1)

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta,$$

при этом получим

$$\beta = \arcsin \left( \frac{n_1}{n_2} \sin \left[ \arctan \left( \left| \frac{w_0 l}{z_0 \sqrt{z_0^2 + l^2}} \right| \right) \right] \right).$$

Как отмечено выше, модуль производной функции  $W_1(z)$  в точке А равен тангенсу угла  $\beta$  между осью распространения  $z$  и касательной к функции  $W_1(z)$  в точке А (рис.1):

$$\tan\beta = |(W_1(C))'|. \quad (3)$$

Радиусы падающего  $W(z)$  и преломленного  $W_1(z)$  пучков в точке А равны друг другу:

$$W(C) = W_1(C). \quad (4)$$

Принимая во внимание, что положение перетяжки различно для пучков  $W(z)$  и  $W_1(z)$  и что  $W(C) = W(l)$ , а  $W_1(C) = W_1(l')$  (рис.1), уравнения (3) и (4) можно записать в следующей форме:

$$\begin{cases} \tan\beta = |[W_1(l')]'|, \\ W(l) = W_1(l'). \end{cases}$$

Решая эту систему, получаем радиус перетяжки прошедшего пучка

$$w'_0 = \frac{W(l)}{k \sqrt{1 + (W(l) \frac{\pi n_2}{k^2 \lambda} \tan\beta)^2}}, \quad (5)$$

где параметр  $k$  является отношением размера пучка  $W_1(l')$  к его радиусу на поверхности раздела, а  $\lambda$  – длина волны лазерного пучка в вакууме. Учитывая, что  $W'(l') = CB$  (рис.1), имеем

$$k = W(l)/CB,$$

где  $CB$  – радиус прошедшего пучка на границе раздела, который можно найти из уравнения (2).

Зная радиус перетяжки  $w'_0$ , можно найти рэлеевскую область:

$$z'_0 = \frac{\pi}{\lambda/n_2} w_0'^2.$$

Радиус прошедшего пучка в точке  $l'$  равен  $CB$  (рис.1):

$$CB = w'_0 \sqrt{1 + (l'/z'_0)^2}.$$

Выполняя простые преобразования, находим расстояние перетяжки от поверхности раздела

$$l' = \frac{z'_0}{w'_0} \sqrt{(CB^2 - w_0'^2)} \quad (6)$$

Зная радиус перетяжки прошедшего пучка и рэлеевскую область, определяем зависимость радиуса прошедшего пучка от координаты  $z$ :

$$W'(z) = w'_0 \sqrt{1 + (z'/z'_0)^2}.$$

Таким образом, мы можем определить радиус перетяжки, рэлеевскую область, положение перетяжки и радиус пучка внутри второй среды.

### 3. Распределение интенсивности лазерного пучка в среде

Для нахождения распределения интенсивности гауссова пучка в произвольном поперечном сечении в среде рассмотрим интенсивности на произвольном луче  $kW'(z)$  прошедшего пучка (рис.3), где  $k$  – некоторое положительное число, характеризующее отношение размера пучка к его радиусу:

$$I(r, z) = I(0, z) \exp\left(-2\left(\frac{kW'(z)}{W'(z)}\right)^2\right) = I(0, z) \exp(-2k^2),$$

где  $I_0(z)$  – интенсивность на оси. Из этой формулы получается, что интенсивность на произвольном луче  $kW'(z)$  гауссова пучка падает в  $1/\exp(2k^2)$  раз от осевой интенсивности. Таким образом, отношение интенсивности в любой точке луча  $kW'(z)$  к интенсивности вдоль оси распространения постоянно. В частности, для точек В и В' имеем

$$\frac{I'(B)}{I'(C)} = \frac{I'(B')}{I'(C')},$$

откуда получаем

$$I'(B') = I'(C') / (I'(C)) I'(B). \quad (7)$$

Распределение интенсивностей в среде определяется формулой (7). Найдем далее отношение величины  $I'(C')/I'(C)$  к интенсивности  $I'(B)$  в точке В поверхности раздела в среде.

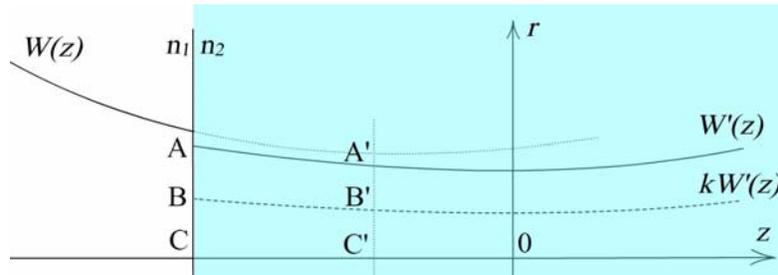


Рис.3. Прохождение лазерного пучка в различных средах.

Лазерная мощность в любой заданной поперечной плоскости одинакова, если свет не поглощается. В частности, мощность пучка в поперечных плоскостях СА и С'А' равны друг другу ( $P(CA) = P(C'A')$ ):

$$(1/2)I'(C)\pi[W'(C)]^2 = (1/2)I'(C')\pi[W'(C')]^2,$$

откуда получаем

$$\frac{I'(C')}{I(C)} = \left[ \frac{CA}{C'A'} \right]^2. \quad (8)$$

Используя уравнение (1) и известную формулу для распределения интенсивности [6], запишем интенсивность гауссова пучка в точке  $B$  в среде в виде

$$I'(B) = I(B) \times T(B) = I(C) \exp\left(-2\left(\frac{CB}{W(C)}\right)^2\right) T(B), \quad (9)$$

где  $I(B)$  – интенсивность в точке  $B$  на поверхности раздела в первой среде,  $T(B)$  – коэффициент пропускания в точке  $B$ ,  $I(C)$  – интенсивность в центральной точке  $C$  на поверхности раздела в первой среде, а  $W(C)$  – радиус падающего пучка в точке  $C$ .

Используя уравнения (8) и (9) в формуле (7), получим интенсивность в точке  $B'$

$$I'(B') = \left[ \frac{CA}{C'A'} \right]^2 I(C) \exp\left(-2\left(\frac{CB}{W(C)}\right)^2\right) T(B),$$

откуда имеем

$$I'(B') = \left[ \frac{W'(C)}{W'(C')} \right]^2 I(C) \exp\left(-2\left(\frac{CB}{W(C)}\right)^2\right) T(B). \quad (10)$$

Таким образом, распределение интенсивности гауссова пучка при переходе пучка ИС одной среды в другую. Интенсивность в любой заданной точке во второй среде определяется уравнением (10), если световая энергия не поглощается.

Далее рассмотрим поглощение световой энергии в среде. Вычислим интенсивность в произвольно заданной точке  $B'$  среды. Распределение интенсивности в среде определяется законом Ламберта

$$I = I_0 \exp(-\alpha x),$$

где  $I_0$  – интенсивность на поверхности раздела,  $\alpha$  – коэффициент поглощения, а  $x$  – длина траектории, по которой свет проходит через среду.

Принимая во внимание последнюю формулу и распределение интенсивности лазерного пучка внутри среды, получим следующее уравнение для вычисления интенсивности в любой точке  $B'$ :

$$I'(B') = \left[ \frac{W'(C)}{W'(C')} \right]^2 I(C) \exp\left(-2\left(\frac{CB}{W(C)}\right)^2 - \alpha x\right) T(B), \quad (11)$$

где  $x$  есть длина кривой  $BB'$ , т.е. расстояние, проходимое лазерным пучком в среде. Расчет длины  $x$  с помощью известной формулы для длины кривой дает

$$x = \int_C^{C'} \sqrt{1 + ([kW'(z)]')^2} dz,$$

где  $C$  и  $C'$  – координаты точек  $B$  и  $B'$  по оси  $z$ , а  $[kW'(z)]'$  есть производная функции  $kW'(z)$  (рис.3).

Таким образом, используя уравнение (11), можно определить интенсивность гауссова пучка в любой заданной точке в среде.

#### 4. Анализ параметров лазерного пучка в среде

Используя формулы (5) и (6), мы проанализировали радиус и положение перетяжки гауссова пучка, прошедшего из воздуха в среду. Зависимость радиуса перетяжки прошедшего пучка от показателя преломления второй среды приведена на рис.4. Рисунок показывает, что радиус перетяжки пучка во второй среде не претерпевает существенных изменений с изменением показателя преломления среды. Радиус перетяжки гауссова пучка в воздухе  $w_0$  и в среде  $w'_0$  примерно одинаковы ( $w_0 \approx w'_0$ ). Ощутимая разница между  $w_0$  и  $w'_0$  наблюдается при угле расходимости пучка, большем  $30^\circ$  (чего обычно не бывает на практике) и при расположении границы раздела сред в области дальнего поля лазерного пучка.

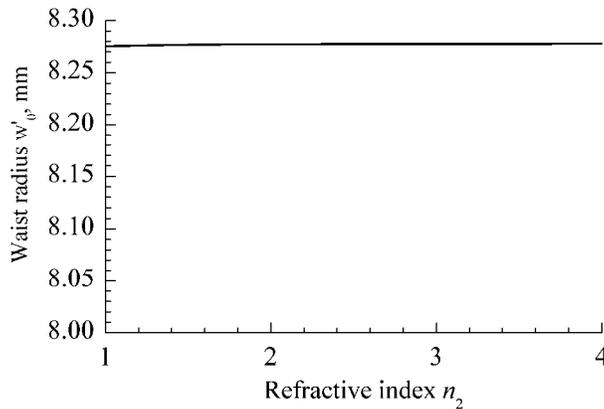


Рис.4. Зависимость радиуса перетяжки от показателя преломления.

Зависимость положения перетяжки прошедшего пучка от показателя преломления второй среды, определяемая формулой (6), показана на рис.5. Координата перетяжки линейно растет с показателем преломления второй среды.

Далее нами вычислено и построено (рис.6), согласно уравнению (11), распределение интенсивности гауссова пучка в Si. Вычисления проведены для длины волны 0.97 мкм, для которой показатель преломления равен 3.582, а коэффициент поглощения –  $114 \text{ см}^{-1}$  [15]. На рисунке видно, что интенсивность лазерного пучка в среде неоднородна. Она сильно зависит от радиального расстояния, а также от глубины поглощения.

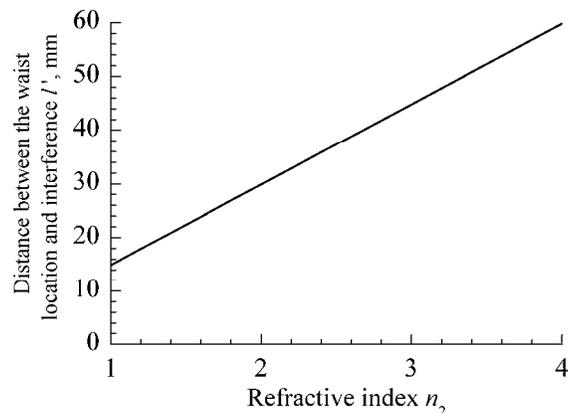


Рис.5. Зависимость расстояния перетяжки от поверхности раздела от показателя преломления.

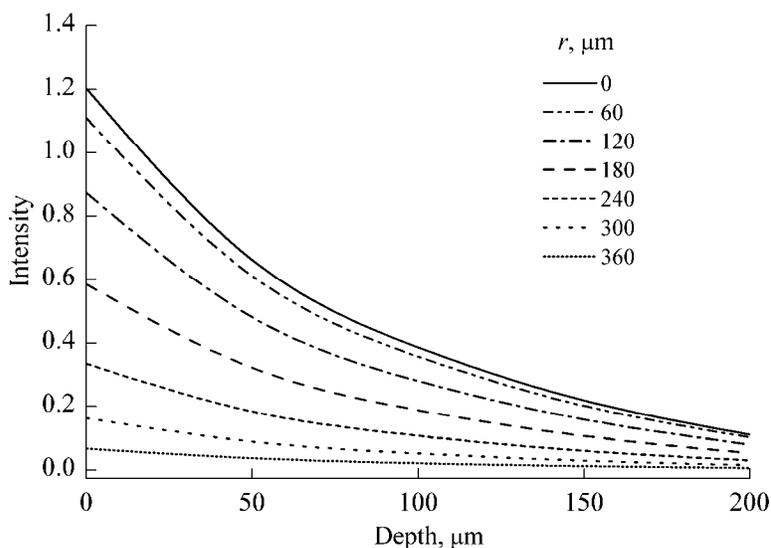


Рис.6. Интенсивность гауссова пучка в Si.

С помощью специально разработанной компьютерной программы, основанной на представленной теории, нами также проанализировано распределение интенсивности в лазерном пучке. Анализ проведен для случая, когда лазерный пучок в воздухе сфокусирован линзой и проходит через кремний. При длине волны 0.97 мкм распределение лазерного пучка вдоль оси пропускания и в радиальном направлении представлено на рис.7. Рисунок показывает, что распределение интенсивности неоднородно и интенсивность света убывает вдоль оси пропускания, а также по радиусу пучка.

Таким образом, разработанная программа достаточна для интерпретации прохождения света в среде. Она может быть использована для исследования и анализа отказов различных полупроводников и полупроводниковых приборов.

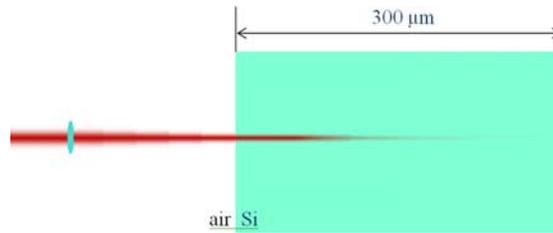


Рис.7. Распределение интенсивности лазерного пучка в кремнии.

## 5. Заключение

Нами показано, что радиус перетяжки лазерного пучка в среде практически не меняется. Расстояние фокусировки лазерного пучка в веществе линейно растет с ростом показателя преломления. Интенсивность пучка убывает вдоль оси пропускания и в радиальном направлении. Распределение интенсивности внутри вещества имеет гауссову форму в поперечном сечении. Разработанные математическая модель и компьютерная программа могут быть использованы для исследования и анализа отказов различных полупроводников и полупроводниковых приборов.

Авторы благодарны фонду Фольксваген, при поддержке которого выполнена настоящая работа.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **F.Beaudoin, R.Desplats, P.Perdu, C.Boit.** Principles of Thermal Laser Stimulation Techniques. Microelectronics Failure Analysis. Ohio, ASM International, 2004.
2. **K.Nikawa, S.Tozaki.** Proc. 19th International Symposium for Testing and Failure Analysis, 1993, p.303.
3. **S.Brahma, J.Heinig, A.Glowacki, R.Leihkauf, C.Boit.** Proc. 13th IEEE IPFA International Symposium on the Physical and Failure Analysis of Integrated Circuits. Singapore, 2006, p.333.
4. **W.Lo, S.Kasapi, K.Wilsher.** Comparison of laser and emission based optical probe techniques. Schlumberger Technology, San Jose, CA, USA, 2001.
5. **Z.Dolezal, C.Escobar, S.Gadomski, C.Garcia, S.Gonzales.** 7th International Position Sensitive Detectors Conference, Liverpool, 2005.
6. **A.E.Siegmen.** Lasers. University Science Books, Sausalito, CA, 1986.
7. **F.Trager.** Springer Handbook of Lasers and Optics, Kassel, Springer, 2007.
8. **F.Falco, T.Tamir.** J. Opt. Soc. Am. A, **7**, 185 (1990).
9. **J.-J.Greffet, C.Baylard.** Opt. Commun., **93**, 271 (1992).
10. **W.Nasalski.** J. Opt. Soc. Am. A, **13**, 172 (1996).
11. **W.H.Steier.** Applied Optics, **5**, 1229 (1966).
12. **J.Alda, J.M.Rico-Garcia.** Optics Commun., **213**, 229 (2002).
13. [http://en.wikipedia.org/wiki/Gaussian\\_beam](http://en.wikipedia.org/wiki/Gaussian_beam).
14. [http://en.wikipedia.org/wiki/fresnel\\_equation](http://en.wikipedia.org/wiki/fresnel_equation).
15. [http://en.wikipedia.org/wiki/list\\_of\\_refractive\\_indices](http://en.wikipedia.org/wiki/list_of_refractive_indices).